现代管理方法普及丛书

量本利分析

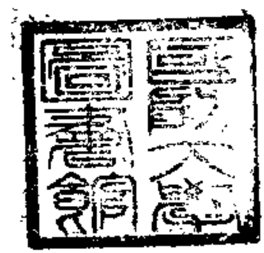
孙家乐 编

南京工学院出版社

现代管理方法普及丛书

量本利分析

孙 家 乐 编



南京工学院出版社

内 容 提 要

量(产量)、本(成本)、利(利润)分析是现代管理方法之一，它为企业进行经营决策提供了定量的数据分析资料。本书内容包括：量、本、利的基本知识，分析模型和应用实例。全书通过二十一个实例进行了盈亏决策分析(含判定经营状况，选择产品计划，产品定价决策，成本变动时的盈亏分析，制造与购买等)和价格与产量的最佳决策(分独家经营与两家竞争)。

本书注重应用，内容深入浅出，通俗易懂，可供中等以上文化程度的管理干部和经济工作者自学，也可作为各级经济管理部门和工矿企业的培训教材。

责任编辑　施　恩
责任校对　陈东方
封面设计　周　啸

量 本 利 分 析

孙家乐　编

南京工学院出版社出版
南京四牌楼2号
江苏省新华书店发行　盐城市印刷厂印刷
开本787×1092毫米　1/32　印张1.5　字数33,700
1986年12月第1版　1987年8月第2次印刷
印数　3001—8000册

书号：4409·1　　定价：0.30元

出版前言

现代经济管理正在向定量分析、数理决策方法、电子计算机管理和控制这三个方面发展，因而要求每个经济工作者既要具备经济理论知识，又要具有相应的数学知识。当今任何一个重大的技术经济分析，如果不能成功地利用数学分析方法就会无法得出正确的决策。

南京工学院出版社应广大管理干部和经济工作者的要求，将现代管理中需要用到数学知识的十多种方法，约编了这套《现代管理方法普及丛书》。丛书内容力求深入浅出，通俗易懂，注重应用，尽可能多举实例，除了可作为各级管理干部、经济工作者的培训教材或参考书外，还可供具有中等以上文化程度的读者自学。

丛书共分十三分册，即《量本利分析》、《市场预测》、《库存管理》、《决策技术》、《投入产出分析》、《线性规划》、《目标管理》、《网络技术》、《管理中的图论方法》、《系统工程初步》、《价值工程》、《质量管理》和《计算方法与微机应用》。

一九八六年四月

目　　录

绪　论

量（产量）、本（成本）、利（利润）分析法（Break Even Analysis）是现代管理方法之一。它通过对产品的变动成本、固定成本和销售收入的分析，以确定企业的盈亏临界点，使企业能够分析自己的盈亏情况，研究经济效益，确定经营方针，制定合理产量，从而达到企业获得最大利润的目的。十九世纪末这种方法最先由德国经营管理学者提出，后来美国在实际应用中不断地加以发展，目前已广泛应用于欧、美、日本等国的许多公司。企业在激烈的市场竞争中以它提供的数据资料为指针进行决策分析，从而赢得了巨额利润。

第一章　预备知识

第一节　基本概念

一个工业企业在经营管理中如何不致亏损，如何争取多盈利，为国家多增加积累，往往需要预先知道本企业每年最低限度需要生产或销售多少数量的产品才能保本；生产或销售数量达到多少时企业才会盈利，这就需要知道本企业的盈亏临界点与成本平衡点。

盈亏临界点　盈亏临界点是企业不盈不亏时的销售量（产量）或销售收入。它是企业的销售收入和成本构成处于均衡状态的一个标志。在盈亏临界点，成本与收入恰好相等，即无利润也无亏损。当销售量或销售收入超过此点时，将获得利润；低于此点时，则发生亏损。

成本平衡点　对于某一产品，由于采用不同的设备而产生不同的成本。成本平衡点是不同设备产生不同成本的分界点。在平衡点，不同设备所产生的成本相同。

变动成本　指由产品销售（或制造）数量多少决定费用支出大小的那部分成本。它随着产品产量的增大而增大。其中包括直接用于产品制造的原材料，辅助材料，燃料和动力，计件形式的生产工人工资，包装运输费等等。单位产品的变动成本则不随产量变化，一般用V来表示。

固定成本　指与产品销售（或制造）数量大小无直接关

系的那部分费用。其中包括企业管理费和车间经费中的办公费，差旅费，劳动保护费，各项福利费及工作人员的固定工资等等。固定资产折旧属于哪一类，视计提折旧的方法而定。我国多数企业按使用年限法平均计提折旧，其折旧费属于固定成本。固定成本在一定的范围内不受产量的变动影响，超过了一定范围，例如产量增加到需要添置设备，增加工作人员，则固定成本就要增加。有些费用的性质介于变动成本和固定成本之间，称为半变动成本。进行量、本、利分析时，可根据经验按一定比例将半变动成本分解为变动成本和固定成本。固定成本一般用F表示。

递增成本 当产量进一步增加并超出现有的生产能力范围后，每增加一个单位产量不但要增加一个单位的变动成本V，而且要增加递增成本。它包括工人加班费，设备折旧费，材料增加费等等。递增成本一般用δ表示。

第二节 经济管理中的几个函数

数学应用于经济分析工作中的第一个环节就是将经济因素之间的许多数量关系用函数的形式来表达，以便把复杂的经济现象抽象出来进行计量分析。现在扼要介绍几个在量、本、利分析中常用到的经济函数。

需求函数 一个商品的需求量受许多因素的影响。如人口的多少，消费者收入的高低，该商品的价格，季节的变化，替代产品的价格，产品质量的好坏等等。所以需求函数可以分为价格需求函数，收入需求函数等等。若只从商品本身的价格高低对市场需求量的影响来分析，则需求量Q可看成是价格P的函数，即

$$Q=\Phi(P)$$

我们称之为价格需求函数。微观经济学上著名的价格需求曲线，它的函数式可近似地用直线方程表示，即

$$Q=a-bP \tag{1-1}$$

P表示价格；Q表示需求量；a，b均为正数。从式(1-1)可看出：当价格P增大时，需求量Q就减少；P减少时Q就增大。当$P=0$时$Q=a$。a就是该产品的最大市场容量。

需求函数(1-1)是一条直线，对于不同的产品式(1-1)中的系数a,b是不同的。一般说来，对必需品的需求直线比较平坦，而对非必需品来说就比较陡；价格高的产品的需求直线比较平坦，而对价格低的产品来说就比较陡。

由于具体情况不同，价格需求函数还有如下几种曲线类型

① $Q=\dfrac{a}{P+b}-d$　　② $Q=\dfrac{a-P^2}{b}$

③ $Q=\sqrt{\dfrac{a-P}{b}}$　　④ $Q=\dfrac{a-\sqrt{P}}{b}$

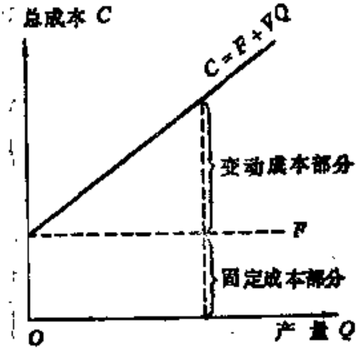
⑤ $Q=\dfrac{b}{P^a}+d$　　⑥ $Q=a\ e^{-bP}$

其中a、b、d均为正数。由于直线型计算方便，故一般应用中需求函数以用式(1-1)为多。

成本函数　产品的销售总成本C是产量Q的函数。当产量Q为零时，企业也会发生固定成本F。当产量逐渐增加，则每增加一个单位产量要增加一个单位变动成本V。此时变动成本为VQ，由于总成本等于固定成本加上变动成本，于是这时的总成本函数就是

$$C=F+VQ \tag{1-2}$$

称为线性成本函数，其图形如图1-1所示。



但是当产量进一步增加并超出现有的生产能力范围后，则产生递增成本。而递增成本δ与产量平方成正比，这时的总成本函数为

$$C = F + VQ + \delta Q^2 \tag{1-3}$$

称为二次曲线成本函数。此时固定成本为 F，变动成本为 $VQ + \delta Q^2$。二次曲线成本函数比较符合实际成本变化规律，故普遍为经济界所采用。

在进行经济理论分析中用得较多的其他一些成本函数有

① $C = \sqrt{VQ + \omega} + F$

② $C = \omega Q^3 - \delta Q^2 + VQ + F$

③ $C = \omega Q \dfrac{Q + \delta}{Q + V} + F$

④ $C = \omega Q^2 \dfrac{Q + \delta}{Q + V} + F$

式中F，V，δ，ω均为正数。

收入函数 一个企业的总收入R等于销售量Q乘以价格P，收入函数就是

$$R=PQ \tag{1-4}$$

若按价格需求函数$Q=a-bP$(或写成$P=\frac{a}{b}-\frac{1}{b}Q=A-BQ$)代入，则总收入函数为

$$R=aP-bP^2 \quad 或 \quad R=AQ-BQ^2$$

利用配方法得知，当$P=\frac{a}{2b}$或$Q=\frac{a}{2}$时，R有最大值

$$R_{max}=\frac{a^2}{4b}$$

所以每一个企业需要制定一个合适的价格或产量，才能使企业的总收入最大。

利润函数 企业的总收入函数R减去其产品总成本函数C就是其总利润函数TP，即

$$TP=R-C \tag{1-5}$$

若$R=AQ-BQ^2$，$C=F+VQ+\delta Q^2$，则

$$\begin{aligned}TP&=(AQ-BQ^2)-(F+VQ+\delta Q^2)\\&=-F+(A-V)Q-(B+\delta)Q^2\end{aligned}$$

在实际问题中，如何建立所需要用到的各种经济函数呢？通常的办法是采用最小平方法来求得所需要的经验公式。

第三节 最小平方法（回归分析法）介绍

在许多管理问题中，我们常要根据统计资料所得到的数

据去找数量之间的函数关系。因为如果停留在统计资料所得到的数据表上，那我们就很难进行理论上的分析研究，因此也就不能获得对客观规律的更深刻的认识。

找数量之间的函数关系，通常叫做找经验公式或配曲线。求经验公式的方法很多，但在工程上应用较广泛的就是最小平方法。

1. 直线型经验公式

在实际问题中，最基本的公式就是直线型经验公式。设根据统计资料所得的n组数据为

x	x_1	x_2	x_3	…	x_i	…	x_n
y	y_1	y_2	y_3	…	y_i	…	y_n

若它们是直线相关，则设所求的经验公式为

$$y = ax + b$$

根据最小平方法原理，要求偏差的平方和

$$\varepsilon(a,b) = \sum_{i=1}^{n} [\, y_i - (a\,x_i + b)]^2$$

最小。由极值的必要条件，得

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\varepsilon}{\partial a} = 2\sum\limits_{i=1}^{n} [y_i - (a\,x_i + b)](-x_i) = 0 \\ \dfrac{\partial\varepsilon}{\partial b} = 2\sum\limits_{i=1}^{n} [y_i - (a\,x_i + b)](-1) = 0 \end{cases}$$

即①

$$\begin{cases} (\sum x_i^2)a+(\sum x_i)b=\sum x_iy_i & (1\text{-}6)\\ (\sum x_i)a+nb=\sum y_i & (1\text{-}7)\end{cases}$$

我们用消元法解方程组。把式(1-7)改写成

$$\frac{\sum x_i}{n}a+b=\frac{\sum y_i}{n} \qquad (1\text{-}7)'$$

式(1-6)减($\sum x_i$)(1-7)′，得

$$\left[\sum x_i^2-(\sum x_i)(\frac{\sum x_i}{n})\right]a=\sum x_iy_i-\frac{\sum x_i\sum y_i}{n}$$

引进记号$\overline{x}=\frac{\sum x_i}{n}$，$\overline{y}=\frac{\sum y_i}{n}$，再把式子的左右端都改写为

左端 $\left[\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right]a=\left[\sum x_i^2-n\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2\right]a$

$=\left[\sum x_i^2-n\overline{x}^2\right]a$

右端 $\sum x_i y_i-\frac{\sum x_i\sum y_i}{n}=\sum x_iy_i-n\frac{\sum x_i}{n}\frac{\sum y_i}{n}$

$=\sum x_i y_i-n\overline{x}\,\overline{y}$ 因此得

$$\begin{cases} a=\dfrac{\sum x_i y_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum x_i^2-n\overline{x}^2} \\ b=\overline{y}-a\overline{x}\end{cases} \qquad (1\text{-}8)$$

将a，b之值代入所设的方程，即得直线型经验公式。

例1-1 已知某产品历年的生产件数x与对应的生产成本y(千元)如下表所示

①为书写简便起见，本书中$\sum$均代表$\sum\limits_{i=1}^{n}$。

年 (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
产量(x_i)	16	33	45	49	53	61	78	82	91	98
成本(y_i)	26.22	41.00	49.51	52.45	55.14	59.26	66.04	76.50	81.53	87.12

试求其直线型经验公式。

〔解〕 由表算得

$$\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10}=59.6 \qquad \overline{y}=\frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10}=59.777$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i=40101.51, \quad n\overline{x}\,\overline{y}=35627.092$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2=41534, \quad n\overline{x}^2=35521.6$$

所以

$$a=\frac{\sum x_i y_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum x_i^2-n\overline{x}^2}=0.744$$

$$b=\overline{y}-a\overline{x}=15.41$$

因此直线型经验公式为

$$y=0.744x+15.41$$

我们将产量x写成Q，成本y写成C，于是就得到了线性成本函数

$$C=F+VQ=15.41+0.744Q$$

其中固定成本15410元，单位变动成本每件744元。

2. 二次函数型经验公式

此时设经验公式为

$$y=ax^2+bx+c$$

由最小平方法，要求各个偏差的平方和（即总偏差）最小，从而来定出系数a，b，c。因为

$$\varepsilon=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2=\sum_{i=1}^{n}(ax_i^2+bx_i+c-y_i)^2$$

分别对a，b，c求偏导数，并令为零得

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial a}=2\sum\limits_{i=1}^{n}(ax_i^2+bx_i+c-y_i)x_i^2=0\\[2ex]\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial b}=2\sum\limits_{i=1}^{n}(ax_i^2+bx_i+c-y_i)x_i=0\\[2ex]\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial c}=2\sum\limits_{i=1}^{n}(ax_i^2+bx_i+c-y_i)=0\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}a\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^4+b\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^3+c\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2=\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2y_i\\[2ex]a\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^3+b\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2+c\sum\limits_{i=1}^{n}x_i=\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i\\[2ex]a\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2+b\sum\limits_{i=1}^{n}x_i+nc=\sum\limits_{i=1}^{n}y_i\end{cases}$$

由这个方程组解出a，b，c代入 $y=ax^2+bx+a$就得所求的经验公式了。

第二章　量本利分析的模型

我们先讨论反映量、本、利三者关系的几种基本模型，然后再讨论由此派生出的一些因素分析模型。

第一节　基本模型

1. 利润模型

销售利润＝售销收入－总成本

　　　　＝销售收入－固定成本－变动成本

假设产品的销售量为Q，单位售价为P，固定成本为F，单位变动成本为V，总成本为线性成本函数，则销售收入$R=PQ$，总成本$C=F+VQ$，那末利润模型的数学模式就是

$$\text{销售利润}\quad TP=R-C=PQ-F-VQ$$

$$=(P-V)Q-F \qquad (2\text{-}1)$$

销售收入减去变动成本后的余额等于 $PQ-VQ=(P-V)Q$，$P-V$称为产品的贡献。产品的贡献首先要抵偿固定成本，剩余部分才是利润，是对固定成本和利润的贡献。产品的贡献除以产品单位售价就是每销售一元时的贡献，称为单元贡献。单元贡献$=\dfrac{P-V}{P}$。

2. 盈亏临界点模型

由于盈亏临界点是企业不盈不亏（利润等于零）时的销

售量或销售收入，在此点销售收入与总成本相等，因此销售收入线与总成本线相交之点就是盈亏临界点。

假设总成本函数为线性成本函数$C=F+VQ$，收入函数为$R=PQ$。再将直线$C=F+VQ$与$R=PQ$画在同一个坐标系中图2-1，则两直线交点处（即$R=C$）的横坐标Q_t就是盈亏临界点。由$PQ=F+VQ$解得

$$Q_t=\frac{F}{P-V}$$

即得

$$盈亏临界点销售量Q_t=\frac{固定成本}{销售单价-单位变动成本}$$

$$=\frac{F}{P-V} \qquad (2\text{-}2)$$

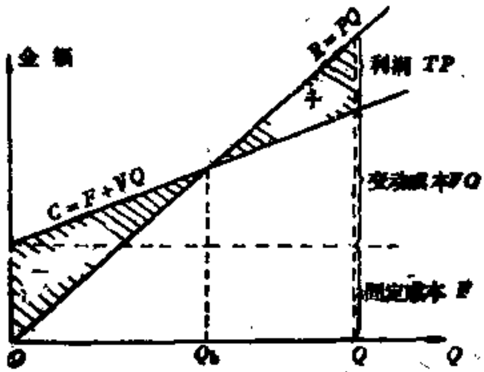


图 2-1

由图2-1可看出，当销售量$Q>Q_t$时有利润，$Q<Q_t$时则亏损。$P-V$就是单位贡献，用以补偿固定成本F及创造利润。显然，当$P-V$大时，较小Q_t就可补偿F；当$P=V$时，$Q_t=\infty$即固定成本无法得到补偿，总要亏本。