

B.B.索洛多夫尼科夫

线性自动控制系统  
统计动力学

科学出版社

73.823  
194.1

# 綫性自動控制系統統計動力學

B. B. 索洛多夫尼科夫

張東韓、古明、凌熙

科學出版社

В. В. СОЛОДОВНИКОВ  
СТАТИСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА  
ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ  
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ  
Физматгиз, 1960

### 内 容 简 介

本书阐述了具有随机作用的线性自动控制系统的根本理论，并提出了分析和综合这类系统的工程计算方法。本书的特点是对各种工程计算方法论述得比较深入和全面，并附有不少实用的校正装置线路和计算图表，其次对于有关的测量装置也在书中给予足够的说明。在本书的最后几章中还谈到了具有随机作用的线性变参数系统和断续系统，有关方面的研究目前正是方兴未艾。

本书可供从事自动化系统的设计和调整工作的科技工作者使用，也可作为高等学校自动化专业的教学参考书。

### 线性自动控制系统统计动力学

[苏] B. B. 索洛多夫尼科夫 著  
张东韩、古 明、凌 熙 译

\*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 117 号  
北京市书刊出版业营业登记证字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1966 年 1 月第 一 版 开本：850×1168 1/32

1966 年 1 月第一次印刷 印张：21 1/8

精装：0001—1,520 插页：3

平装：0001—1,130 字数：558,000

统一书号：15031·214

本社书号：3341·15—8

定价：[科六] 精装本 3.60 元  
平装本 3.10 元

## 前　　言

信号传递和信号变换的动态精确度是自动控制理论中的重要问题之一。动态精确度或是用系统输出端的信号随时间的实际变化和所要求的变化之差或者用此差的某个泛函数来表征。

要解决动态精确度的问题，必须引用数理统计方法和随机函数理论。采用这种不久前在广大工程界中还不很流行的工具来解决自动控制系统的计算和设计问题的必要性，显然是由以下的原因造成的。

任何的自动控制系统应当能以所需的形式传递和变换不只是某一个确定的控制信号，而是大量的这种信号的集合，并且这种信号的变化特性事先是不能完全预知的。因此，必须研究信号总体的统计特性，其中每个信号都是时间的随机函数。

自动控制系统的动态精确度主要地取决于扰动或者干扰，扰动和干扰也都是随机时间函数。所确定的自动控制系统的参数和特性都是具有一定的允许误差的，而且在这些系统运行的过程中还会在某一定范围内随机地变化。目前正试图制造具有随机参数甚至具有随机结构的自改善系统、自整定系统，这些系统能改善其在正常运行和实验过程中的动态精确度。

显然，上述原由充分说明了探讨自动控制系统的统计研究方法的实际重要性和迫切性。最近几年来这种方法的发展异常蓬勃也同样说明这一点。如果说，1952年出版的“自动控制系统统计动力学导论”（Введение в статистическую динамику систем автоматического управления）一书的前言中曾指出：这些方法无论在书籍或杂志中都不很重视，那么，现在，特别是对杂志而言，这种论断未必是恰当的了。

本书不准备详尽地论述目前在该领域中已取得的全部成就。

但我们仍然尽量给出此领域内的所有主要成果和方法，这些成果和方法按现有的形式已可以应用到分析已有的和计算新的自动控制系统和随动系统的实践中去。本书主要是为工程技术人员而编写的，所以，在叙述过程中并不力求保证数学的严格性。

尽管如此，要掌握本书的内容仍会有一定困难；因为在广大的工程技术界中与这种思想和概念接触还不很普遍。

然而，对某种形式的信号的传递和变换感兴趣的专家们（特别是随动系统和自动控制系统方面的专家们），只要细心地阅读此书，我们相信，这些内容不仅会扩大他们的眼界，而且还会让他们掌握到新的数学工具。确信这种工具在很多场合中都会有极大的实际益处，因为它给出了有意义而又有根据地处理这一类重要而复杂的问题的可能性，比如在有干扰存在的情况下保证信号传递和变换的精确度很高时的参数和特性的选择。

在编写本书时采用了作者前著（Введение в статистическую динамику систем автоматического управления）的内容。然而现在这本书所包含的问题的范围更为广泛，所以它的章数和体积都超过前著约两倍。重新编写的几章阐明如下诸问题：处理实验数据的仪器和方法，根据博奕论和决策函数的概念进行综合的一般问题的提出，随动系统的综合，变参量系统和断续系统的分析与综合。

此外，前著中的各章节内容几乎都重新编写过，并且还作了补充。

在此书编写中，我们力图这样来安排内容，使仅对某一类型系统，比如对常参量线性系统，变参量线性系统或断续系统等感兴趣的读者们，不必一样精细地研究本书的所有内容。所以，为叙述某种系统的理论所需的辅助概念和数学知识，不是集中在本书的开始部分中，而是安插在所需用的章节中。比如，数学工具  $z$ -变换的原理几乎是在本书的最末了——第十二章中才叙述。

下列同志曾参加编写本书最后几章的工作：A. M. 巴特科夫（Батков），第十章和第十一章的内容几乎都是他编写的；Л. Т. 库

金(Кузин), 第十二章和第十三章的內容几乎都是他編寫的。

此外，有很多節的內容是作者和下列諸同事合作編寫成的：  
A. C. 乌斯科夫(Усков)(第四章的 §9，第五章的 §6—9)；Ю. С. 华里邓別尔格(Вальденберг)(第七章的 §18)；П. С. 马特威叶夫(Матвеев)(第八章的 §1, 2, 9—14，第九章的 §1, 2, 6)；Э. И. 索连科夫(Соренков)(第九章的 §4)；В. П. 阿烈克別洛夫(Алекперов)(第九章的 §5)。

# 目 录

前言 .....	xi
绪论 .....	1

## 第一章 线性系统的某些分析问题和主要的动态特性

1. 引言 .....	15
2. 线性动态系统的微分方程 .....	15
3. 强制振荡。频率特性 .....	18
4. 傅氏积分在过渡过程计算方面的应用 .....	21
5. 拉氏变换 .....	22
6. 动态系统传递函数的定义和基本性质 .....	25
7. $\delta$ 函数 .....	27
8. $\delta$ 函数的导数 .....	32
9. 脉冲过渡函数 .....	34
10. 过渡函数和频率特性之间的关系 .....	36
11. 按给定的传递函数确定脉冲过渡函数 $k(t)$ 的解析方法 .....	37
12. 按给定的传递函数 $\Phi(j\omega)$ 确定过渡函数的图解分析近似法 .....	41
13. 按给定的脉冲过渡函数确定频率特性的图解分析近似法 .....	48
14. 频率特性之间有单值关系的条件 .....	50
15. 按用解析式给出的频率特性中的一个确定传递函数 ..	55
16. 按给定的幅频特性计算相频特性的公式 .....	56
17. 某些特殊情况下对数幅频特性和相频特性之间的关系 .....	59

18. 按给定的幅频特性确定相频特性的图解方法 .....	62
19. 自动调整系统的传递函数 .....	63
20. 组成传递函数的例子.....	67
21. 对数频率特性.....	69
22. 在任何外作用下的过渡过程和脉冲过渡函数之间的关系.....	74
23. 被调量的偏差或误差的表达式的积分形式.....	76
24. 误差系数.....	77

## 第二章 概率论的基础知识

1. 引言.....	80
2. 随机事件的频率和概率.....	80
3. 概率分布函数.....	82
4. 概率分布的两种类型.....	83
5. 平均值和矩.....	86
6. 概率分布的特征数.....	88
7. 正态分布.....	89
8. 泊松分布.....	92
9. 相关性和相关系数.....	94
10. $n$ 维正态分布.....	97

## 第三章 平稳随机过程

1. 引言.....	100
2. 随机过程的定义.....	101
3. 平稳随机过程.....	104
4. 相关函数.....	109
5. 频谱密度.....	114
6. 高斯随机过程.....	120
7. 电报信号的相关函数和频谱密度.....	122
8. 随动系统的典型输入信号的频谱密度.....	123

9. 调幅脉冲的频谱密度.....	125
10. 调频脉冲的频谱密度.....	127

#### **第四章 根据实验数据确定统计特性**

1. 引言.....	129
2. 根据实验数据确定相关函数的计算公式.....	129
3. 供随机过程的相关分析用的仪器.....	131
4. 机械相关器.....	131
5. 光电相关器.....	133
6. 带有从纸带重录到磁带的装置的相关器.....	135
7. 磁相关器.....	138
8. 电子相关器.....	144
9. 根据实验数据确定相关函数的方法.....	146
10. 频谱分析器.....	162
11. 用有理分式函数来近似频谱密度曲线的一些方法.....	164
12. 应用拉盖尔函数来逼近频谱密度曲线的方法和基于拉盖尔函数的频谱分析器.....	175

#### **第五章 随机信号在动态系统中通过和根据实验数据确定调整系统的动态特性**

1. 引言.....	180
2. 线性动态系统的输入量和输出量的相关函数和频谱密度之间的关系.....	181
3. 误差频谱密度的一般表达式.....	183
4. 频谱密度表达式的变换.....	197
5. 误差频谱密度表达式的积分.....	200
6. 确定线性对象动态特性的统计方法.....	204
7. 积分方程(5.76)的解法 .....	207
8. 多输入和多输出线性对象的动态特性的确定.....	221
9. 当系统中有反馈和内部干扰时对象的动态特性的	

确定	229
----	-----

## 第六章 综合最佳系统的统计方法

1. 引言	236
2. 变换算子	236
3. 过滤和预断问题	238
4. 关于作用的原始信息	240
5. 动态精确度和风险函数。综合问题的一般解法	241
6. 博奕论和决策函数对自动控制理论的作用	244

## 第七章 根据均方误差为最小的判据综合最佳系统

1. 引言和问题的提出	249
2. 确定均方误差最小的积分方程	250
3. 积分方程(7.14)的另一个推导方法	253
4. 不考虑物理上可实现条件的最佳传递函数的确定	255
5. 考虑物理上可实现条件的最佳传递函数的公式	257
6. 最小均方误差的表达式	262
7. 统计预断	263
8. 最佳预断传递函数的计算	268
9. 最佳预断传递函数求法举例	272
10. 过滤(敉平)	276
11. 预断和过滤(敉平)相结合的问题的解法	281
12. 延迟过滤器	288
13. 强干扰的情况	289
14. 微分装置的传递函数的求法	290
15. 确定微分装置的传递函数的例子	292
16. 把结果推广到控制作用和扰动作用加在系统不同点的情况	294
17. 计算最佳传递函数或者和它对应的频率特性的图解分析法	303

18. 确定最佳脉冲过渡函数的仪器	313
-------------------	-----

## 第八章 最佳有限“记忆”系统的综合

1. 引言	321
2. 问题的提出	324
3. 均方误差为最小的条件	327
4. 积分方程(8.23)的解	330
5. 最佳脉冲过渡函数的公式	334
6. 最佳传递函数的公式	335
7. 积分方程(8.23)的几个特殊情况	336
8. 一般的计算步骤	339
9. 将已求得的解推广到系数 $k_q$ 值为给定的情况	340
10. 把已求得的解推广到系数 $k_q$ 为随机的且其方差为 有限的情况	342
11. 最佳脉冲过渡函数和传递函数的表及计算例子	344
12. 把所得的结果推广到当作用加在随动系统的 $n$ 个 点上的情况	366
13. 积分方程 (8.131) 的某些特殊情况	373
14. 把结果推广到函数 $g(t)$ 为调和函数的情况	375

## 第九章 在随机作用下随动系统的综合

1. 引言	381
2. 开环系统和校正装置的对数频率特性的确定	382
3. 确定校正装置的传递函数的解析式及其系数的值	388
4. 逼近超越型最佳传递函数的解析方法	399
5. 实现给定传递函数的校正装置线路	408
6. 适于综合校正装置用的图表	428

## 第十章 变参数线性系统的动态精确度的分析

1. 引言	451
-------	-----

2. 变参数线性系统的特性.....	452
3. 确定变参数线性系统传递函数的近似法.....	457
4. 确定脉冲过渡函数的近似法.....	462
5. 在随机作用下变参数线性系统输出过程的特性.....	468
6. 将结果推广到非“白色”输入噪声的情况。平稳和 非平稳随机过程的形成滤波器.....	474
7. 确定变参数线性系统输出端上随机过程的相关函 数和方差的方法.....	478
8. 用共轭系统法确定变参数线性系统输出信号的方差.....	485
9. 分析具有随机参数的线性系统的若干问题.....	487

## 第十一章 在平稳随机作用下变参数线性系统的某些综合问题

1. 引言.....	493
2. 问题的提出和确定最佳系统特性的积分方程.....	493
3. 积分方程的解.....	497
4. 参数随输入信号而变的动态系统(自整定系统)的 最佳特性的确定方法.....	501
5. 实例.....	509
6. 根据变参数线性系统的脉冲过渡函数确定其微分 方程.....	513
7. 关于把所研究的这类系统作为自整定系统来实现 的几点说明.....	522

## 第十二章 断续系统的分析

1. 引言.....	527
2. 基本概念和定义.....	527
3. 断续信号的时间表示法和频率表示法.....	532
4. $z$ -变换.....	541
5. 有时滞的 $z$ -变换.....	546
6. 断续系统的传递函数.....	549

7. 断续随动系统的结构图.....	558
8. 误差系数.....	562
9. 断续控制系统的计算举例.....	567
10. 离散随机信号及其特性.....	570
11. 随机信号在脉冲系统中的通过.....	573

### 第十三章 在随机作用下断续控制系统的综合

1. 引言.....	576
2. 在平稳随机作用下断续系统综合问题的提出.....	576
3. 均方误差为最小的条件.....	578
4. 最佳传递函数的公式.....	580
5. 计算最佳传递函数的实例.....	585
6. 最佳断续系统和最佳连续系统的比较.....	590
7. 断续系统最佳传递函数的实现.....	594
8. 对任意离散时刻序列综合断续系统.....	597
9. 在有限观察时间的条件下综合断续系统问题的提出.....	602
10. 综合问题的解决.....	604
11. 计算最佳系统的例子.....	617
12. 最佳传递函数的实现问题.....	621
13. 根据随机误差和动态误差的平方和为最小的条件 综合断续系统.....	624
14. 当多项式的系数为已知方差的随机量时最佳系统 的确定.....	629

### 附录

附录 I. $\frac{\sin x}{x}$ 和 $\frac{\cos x}{x}$ 的函数表 .....	631
附录 II. 拉盖尔函数表.....	645
附录 IIIa. 具有单位斜率(20 分贝/十倍频)的半无限 对数幅频特性( $k = 1$ , $\omega < \omega_0$ )的相位值表 ..	650

附录 III6. 具有单位斜率(20 分贝/十倍频)的半无限	
对数幅频特性( $k = 1, \omega > \omega_0$ )的相位值表	654
附录 IV. 积分表	658
附录 V. $z$ -变换表	660

## 緒論

自动化的发展过程可以分为两个阶段。

第一阶段。这一阶段目前已发展到相当高的水平，其特点是实现局部自动化，也就是，在没有人参预的情况下，仅实现生产过程中所需的个别控制操作，比如控制单个的机床、电动机等等。但控制整个生产过程的作用仍然靠人来实现。

第二个自动化阶段。该阶段刚刚开始发展，其特征是实现综合自动化，那时不只是控制单个的设备，而是整个车间，整个工厂或者甚至几个工厂范围内的整个生产过程自动地由操作控制机来管理。

形成上述第二个自动化发展阶段的原因可归纳于下：

- 1) 由于生产过程的不断复杂化，控制这些过程的任务不是一个人所能实现的，而是需要几个人才能实现，但几个人之间的动作配合是很困难的；
- 2) 由于人类的生理能力所限制，因此按外界状况变化快速地和正确地进行调节的可能性受到限制；
- 3) 由于力求进一步提高生产率和生产技术经济指标；
- 4) 依靠人来控制某些生产过程对人体是有害的或者是不可能的。

机械化的主要任务在于用机器来代替人类的体力劳动。自动化，尤其是综合自动化，其任务在于用机器来实现所有更复杂的控制作用。

如果为了发现能获得大量能量的原理和定律，必须联系物理过程，联系无生命的自然界，那么为了寻找出能使人类大脑充分发挥其功能的机器的原理和定律，自然地要注视有生命的自然界，而且首先是注视人类大脑，大脑是物质存在的最高组织形式，在其中

建立了最完善的控制原则和定律。

И. П. 巴甫洛夫(Павлов)在研究人类和动物的高级神经活动中取得许多成就，他在应用精确的定量方法来研究生理现象方面作出了非常有价值的贡献。

至于，在机器中实现动物器官所具有的控制原理的意图只是在不久前出现新的科学领域——控制论之后才开始被重视的。控制论的创始人是 N. 维纳<sup>1)</sup>(Wiener)。控制论实质上是控制的一般理论。所以应当研究自动控制理论的某些问题。为此，我们必须来扼要地讨论控制论的有关内容。

为了解决这个问题，进行以下讨论。

客观外界对人和某些机器，尤其对自动控制系统的作用是通过他(它)们的敏感机构来实现的，敏感机构选择所需的有关客观环境的信息。信息经过变换、传递和存贮，然后用它来反作用于外界。

无论在动物器官还是在机器中，都具有信息过程，它们应当具有敏感机构，以实现它们和外界的联系，并且收集(在能量消耗极小的情况下)有关周围环境的信息，这些信息是机器或人工作时所需的。

在任何情况下敏感机构所测得的原始信息，在敏感机构或机器内部变换为便于以后使用的形式。

无论在那里，敏感机构不仅作为获取有关的外界信息，而且还用作检测其是否完成本身的任务，后者是通过反馈作用来实现的。

无论在何处，都要有中心控制机构(对于人来说就是大脑，对于机器就是计算装置)，它的作用是确定系统应当怎样按信息动作，这些信息是存贮在系统的记忆装置或存贮装置之中。

无论在何处，都应当有执行机构，以实现按测取的和处理过的信息所规定的各种动作。

因此，可以指出，在自动控制系统和动物器官之间有着明显的

---

1) Wiener N., Cybernetics, J. Wiley, N. Y., 1949.

相似性,也就是说两者都是根据信息过程来动作的,换句话说,是根据为适应外界环境和有效地作用于外界所必须的信息传递过程,变换过程和使用过程来动作的。

控制论意味着:上面所指出的相似性可以很有效地用来构成自动控制系统,以模拟人的器官所具有的非常复杂的性能。

控制论中研究信息过程的主要方法是将信息过程算法化。这种方法可归纳如下:在各种对象内的任何信息过程,都可以排列成数学运算和逻辑运算之间有着互相联系的一定程序,这些数学运算和逻辑运算表示被研究过程的算法。

由此可指出<sup>1)</sup>,控制论包含如下课题:规定组成的方法,考虑结构,研究反映信息过程的算法的综合和工程实现的方法。

由上述可见,控制论感兴趣的主要逻辑结构、信息过程的形式化,而不是它们的物理的、化学的、生理的或者任何别的详细性质。

这样的抽象将体现出控制论所具有的普遍性,而且,不管属于那一类型的现象(生理的、物理的和工程的等等),都能应用精确的科学方法和近代所有的数学工具来研究信息过程。

以上扼要地论述了控制论的有关课题。现在我们转入研究工程控制论所感兴趣的那部分问题。

可以认为控制论由两个主要部分构成,即由解析控制论和工程控制论构成的。

如果解析控制论的主要任务是分析各种对象中的信息过程,并使其算法化,那么,工程控制论的主要任务就是信息机的综合。信息机能实现这些算法化的过程,并且完成反映算法的作用,特别是信息机能起“人的大脑”的作用。

这样,工程控制论的课题就是研究实现算法的机器构成原理和理论,该算法是描述信息过程的。

---

1) 参阅 Келдыш М. В., Ляпунов А. А., Шура-Бура М. Р., Математические вопросы теории счетных машин, Сессия Академии наук СССР по научным проблемам автоматизации производства, 15—20 октября 1956.