

高等学校试用教材

海岸动力学

(港口与航道工程专业用)

华东水利学院

薛鸿超 顾家龙 任汝述 编

人民交通出版社

132686

高等学校试用教材

海岸动力学

(港口与航道工程专业用)

华东水利学院

薛鸿超 顾家龙 任汝述 编

人民交通出版社

高等学校试用教材
海岸动力学
(港口与航道工程专业用)

华东水利学院

编

薛鸿超 顾家龙 任汝述

人民交通出版社出版
(北京市安定门外和平里)

北京市书刊出版业营业许可证出字第006号

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本: 787×1092毫米 印张: 32.5 字数: 818千

1980年12月 第1版

1980年12月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—3,500册 定价: 3.35元

内 容 提 要

海岸动力学全书共分十二章。内容包括：流体动力学基本原理；波浪理论；近岸带波浪与波浪传播；波浪与建筑物相互作用；潮汐及海流理论；近岸带水位变化及水流运动；河口潮汐与盐水楔；泥沙运动理论；海岸冲淤演变与港口淤积；潮汐河口河床与滩沙演变；港口与河口污染；海岸与河口模型试验等。

本书作为高等学校港口与航道工程专业本科学生的教科书，也可供海岸动力学专业研究生和有关工程人员参考。

前 言

海岸动力学或海岸流体动力学是流体力学的一个分支学科，也是海洋学的一个分支学科。它与海岸工程、海岸带资源开发密切关联。海岸动力学已成为一门系统的专业基础学科。它主要研究海岸动力因素，即波浪、潮汐、海流、冰凌等运动的基本规律，及其同岸滩、海岸工程建筑物之间相互作用的规律。海岸动力学中还包括河口动力学，后者是一门交叉的边缘学科，是河流动力学的一个重要组成部分。

海岸动力学是随着海洋资源的开发、海岸工程的发展而逐渐形成的，它又是直接为海洋资源的开发、海洋工程服务的。本世纪二十年代起，荷兰、美国等开始重视海岸工程和海岸动力学方面的研究工作，经历了五十年左右，已取得了重大进展，并引起了很多海洋国家的重视。近十多年来，沿海海洋资源的开发，尤其是大陆架石油的开发，已被很多海洋国家列为重点任务。随着生产的飞速发展，大大地充实和发展了海岸动力学这门新学科。

我国海洋资源十分丰富，沿海海岸带的资源亟待开发利用。诸如海上运输、水产养殖、海涂围垦（包括农田、盐场、蓄淡等需要）、采油采矿、海洋能源利用等事业，对国民经济发展都有重要意义。我国沿海面临大洋，为了保障人民的安全和国家的建设，必须搞好海军设施、防洪防台、护岸保滩、筑闸挡潮、环境保护等，任务十分繁重。我国沿海海洋资源的综合开发已经提上议事日程。为了适应这个需要，必须迅速加强海岸动力学方面的研究和海岸工程有关专业中海岸动力学课程的教学工作。

我国沿海海岸带自然条件复杂，台风暴潮、海啸巨浪、激流冰凌等因素，受海湾、河口、岛屿复杂地形的影响更是变化多端，常常造成岸滩冲淤剧烈，泥沙运移频繁。复杂的自然条件给兴建海岸工程带来很大困难，但也给海岸动力学提供了丰富的研究课题和对象，海岸动力学的发展有着广阔的前景。我国沿海的台风风波和风波作用问题，海岸河口的泥沙问题，尤其是淤泥质海岸的细颗粒泥沙问题，是当前兴建海岸工程遇到的主要困难，也是我国海岸动力学的主要研究内容和重要特色。

本书是为港口与航道工程专业本科学学生编写的一本海岸动力学教科书。全书共分十二章。流体力学基本原理，波浪理论，近岸带波浪与波浪传播，波浪与建筑物相互作用等四章由薛鸿超执笔；潮汐及海流理论，近岸带水位变化及水流运动，河口潮汐与盐水楔，海岸与河口模型试验等四章由顾家龙执笔；泥沙运动理论，海岸冲淤演变与港口淤积，潮汐河口河床与滩沙演变，港口与河口污染等四章由任汝述执笔。全书插图由刘忠文绘制。

本书的大纲和主要内容经中国科学院学部委员严恺教授审阅。

限于编者水平，本书一定有不少错误，衷心希望读者批评指正。

目 录

第一章 流体动力学基本原理	1
第一节 流体单元运动特征.....	1
第二节 连续方程, 流体运动形态.....	8
第三节 惯性力, 作用力.....	17
第四节 运动方程.....	26
第五节 紊动、边界层、阻力.....	37
第二章 波浪理论	58
第一节 微小振幅波理论.....	58
第二节 有限振幅波理论.....	72
第三节 长波理论.....	89
第三章 近岸带波浪和波浪传播	101
第一节 风波的统计特征.....	101
第二节 风波理论.....	129
第三节 风波预报.....	156
第四节 波浪的传播变形.....	168
第四章 波浪与建筑物相互作用	185
第一节 波浪绕射.....	185
第二节 斜坡式建筑物.....	192
第三节 直墙式建筑物.....	200
第四节 混成式建筑物.....	209
第五节 透空式建筑物.....	220
第五章 潮汐及海流理论	226
第一节 潮汐理论.....	226
第二节 海流理论.....	242
第六章 近岸带水位变化及水流运动	254
第一节 潮汐预报.....	254
第二节 风暴潮.....	265
第三节 假潮.....	277
第四节 海啸.....	286
第五节 潮流及其他水流.....	294
第七章 河口潮汐及盐水楔	307
第一节 河口潮汐的基本特征.....	307
第二节 摩阻对河口潮汐的影响.....	312
第三节 地转效应对河口潮汐的影响.....	319

第四节	盐水楔	322
第五节	河口的混合过程(盐水入侵)	332
第八章	泥沙运动理论	344
第一节	泥沙的基本性质	344
第二节	泥沙的起动	353
第三节	输沙率计算	362
第九章	海岸冲淤演变和港口淤积	377
第一节	海岸的断面特征和平面形态	377
第二节	海岸带泥沙运动	381
第三节	海岸的冲淤演变	392
第四节	海岸建筑物对冲淤演变的影响	396
第五节	港口的淤积问题	402
第十章	潮汐河口河床与滩沙冲淤演变	407
第一节	河口和三角洲特征	407
第二节	河口泥沙运动	413
第三节	河口河床演变	425
第四节	工程措施对河口河床演变的影响	439
第十一章	港口与河口污染	445
第一节	污染物质来源和水体自净作用	445
第二节	污染水力学基础	449
第十二章	海岸与河口模型试验	454
第一节	海岸与河口模型试验内容	454
第二节	因次分析与相似律基础	455
第三节	波浪试验	471
第四节	水流试验	485
第五节	波浪作用下岸滩稳定及沿岸输沙试验	497

第一章 流体动力学基本原理

第一节 流体单元运动特征

一、流体运动的两种分析方法

拉格朗日 (Lagrange) 方法研究流体某一质点相对于初始条件的各个不同时间的位置、速度和加速度等；欧拉 (Euler) 方法研究流动场中某一定点的流体质点在不同时间的速度和加速度等。

按拉氏法 (拉格朗日方法的简称, 下同), 设某一质点初始时刻 t_0 的位置 (坐标) 为 x_0 、 y_0 、 z_0 , t 时刻的位置 (坐标) 为 x 、 y 、 z , 则

$$\left. \begin{aligned} x &= x(x_0, y_0, z_0, t - t_0) \\ y &= y(x_0, y_0, z_0, t - t_0) \\ z &= z(x_0, y_0, z_0, t - t_0) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

相应地 t 时刻的速度为 (u, v, w) , 加速度为 a_x, a_y, a_z , 则

$$\left. \begin{aligned} u &= \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{x_0, y_0, z_0} \\ v &= \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_{x_0, y_0, z_0} \\ w &= \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_{x_0, y_0, z_0} \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right)_{x_0, y_0, z_0} \\ a_y &= \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{x_0, y_0, z_0} \\ a_z &= \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right)_{x_0, y_0, z_0} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中的 x_0 、 y_0 、 z_0 , 在对式(1-1)微分时, 都作为常数。

按欧氏法 (欧拉方法的简称, 下同), 某一定点 (x, y, z) 在 t 时刻的速度 (u, v, w) 为

$$\left. \begin{aligned} u &= u(x, y, z, t) \\ v &= v(x, y, z, t) \\ w &= w(x, y, z, t) \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

此时某一质点流过定点的速度应与式(1-4)一致, 即为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= u(x, y, z, t) \\ \frac{dy}{dt} &= v(x, y, z, t) \\ \frac{dz}{dt} &= w(x, y, z, t) \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

解此三联立微分方程式，便可得到质点在 t 时刻的坐标 (x, y, z) ：

$$\left. \begin{aligned} x &= x(x_0, y_0, z_0, t - t_0) \\ y &= y(x_0, y_0, z_0, t - t_0) \\ z &= z(x_0, y_0, z_0, t - t_0) \end{aligned} \right\}$$

x_0, y_0, z_0 为积分常数，由质点的初始时刻 t_0 的坐标确定。上述结果应与式(1-1)一致。

拉氏法研究的某一质点坐标的变化，可用式(1-1)表示，称为质点的运动轨迹，或称迹线 (Path line)。欧氏法研究的某一流速场的变化，以式(1-4)表示；在某一固定时刻 ($t = t_1$)，它可以确定空间各点速度的方向与大小，与各点的速度方向相切的曲线族称为流线 (Stream line)。按定义流线的微分方程式为

$$\frac{dx}{u(x, y, z, t_1)} = \frac{dy}{v(x, y, z, t_1)} = \frac{dz}{w(x, y, z, t_1)} \quad (1-6)$$

解此式得 x, y, z 的两联立方程式，即 t_1 时的流线方程式。如式(1-4)中不包括因素 t ，即速度不随时间变化，这种流速场为稳定流 (Steady flow)。式(1-5)、式(1-6)表明， t_1 时刻质点的迹线与流线相切，而稳定流时则迹线与流线一致。

〔例 1〕 设有一等流速场，速度为 V ，平行于 X 轴，求其流线。

$$u = V, \quad v = 0, \quad w = 0$$

$$\frac{dx}{V} = \frac{dy}{0} = \frac{dz}{0}$$

解微分方程式，得

$$y = C_1, \quad z = C_2$$

C_1, C_2 为常数，流线为平行于 X 轴的直线族。

〔例 2〕 设有一稳定流速场，场内任意点 (x, y, z) 的速度如下，求其迹线。

$$u = -\frac{Ky}{x^2 + y^2}, \quad v = \frac{Kx}{x^2 + y^2}, \quad w = 0, \quad K \text{ 为常数}$$

稳定流迹线即流线，故

$$\frac{dx}{-\frac{Ky}{x^2 + y^2}} = \frac{dy}{\frac{Kx}{x^2 + y^2}} = \frac{dz}{0}$$

解微分方程式，得

$$x^2 + y^2 = C_1, \quad z = C_2$$

C_1, C_2 为常数，迹线为绕 Z 轴的同圆心圆族。

两种分析方法之间是可以互换的，并且结果是恒等的；其选用不是出于原则的差别，而

主要是根据实际的需要。室内试验可以按拉氏法记录质点轨迹来研究流体运动；现场观测常按欧氏法记录定点流速或流速场来分析流体运动；理论研究则从流体运动的不同特点选择不同的分析方法。两种方法也常用于分析流体其它物理量，如密度 ρ 、压力 p 、温度 T 、含盐度 s 、含沙量 c 等的变化规律。

二、流体单元运动特征

要研究流体质点的运动规律，首先要弄清质点本身的运动特征。流体质点可以视为一个具有一定质量的无限小的单元，如图1-1所示，点 $A(x, y, z)$ 的速度为 $V(u, v, w)$ ，其对角点 $A'(x + dx, y + dy, z + dz)$ 的速度为 $V + dV(u + du, v + dv, w + dw)$ 。按式(1-4)点 A 到点 A' 的速度增量 dV 可写成

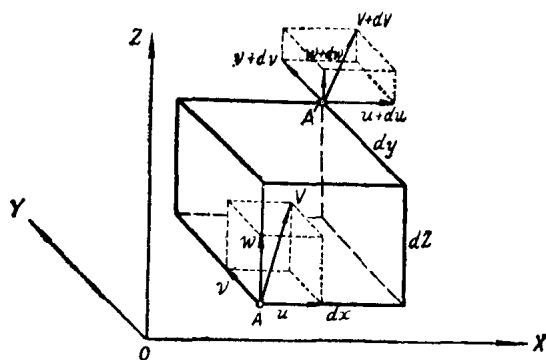


图1-1 流体单元的速度变化

$$\left. \begin{aligned} du &= \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ dv &= \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ dw &= \frac{\partial w}{\partial t} dt + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式(1-7)中右边第一项随时间变化，后三项随空间变化。可简化为

$$\left. \begin{aligned} du &= u_t dt + u_x dx + u_y dy + u_z dz \\ dv &= v_t dt + v_x dx + v_y dy + v_z dz \\ dw &= w_t dt + w_x dx + w_y dy + w_z dz \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

稳定流时，右边第一项为零， dV 将随式(1-9)方阵 (Square matrix) 的各个元素而定。每个元素都有其物理意义，都与流体单元的运动特征密切联系。

$$\left| \begin{array}{ccc} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{array} \right| \quad \text{或} \quad \left| \begin{array}{ccc} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{array} \right| \quad (1-9)$$

流体单元有四种基本的运动形态：(a)位移，(b)线变，(c)旋转和(d)角变。图1-2以二元稳定流为例。当速度增量 dV 等于零时，流体单元只有单纯的位移(见图1-2a)，没有变形。另三种情况为：设初始速度等于零，流体单元会发生沿 X 和 Z 轴单纯的线性变形(见图1-2b)，周界保持矩形，极限形态成为轴平行线；也会出现绕 Y 轴单纯的旋转(见图1-2c)，而

没有任何变形，还会发生沿对角线方向单纯的对角变形（见图1-2c），周界变成平行四边形，极限形态成为对角线延长线。从这四种基本运动形态可以组合成多种多样的流体单元运动形态。把二元推广到三元时，流体单元运动形态将变得更为复杂。但是，尽管情况复杂总是可以运用四种基本运动形态的特点去进行分析的。

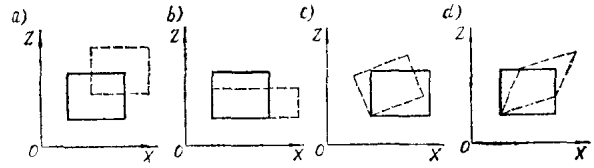


图1-2 流体单元的基本运动形态
a) 位移; b) 线变; c) 旋转; d) 角变

第一种情况速度增量 du 与 dw 都等于零，为一等流速场，流体单元上各点都按等速 $V(u, w)$ 运动， dt 时间内 X 与 Z 轴方向的位移相应为 $\xi_0 = udt$ 与 $\eta_0 = wdt$ 。另三种流体单元的运动形态都分别与速度增量 du 、 dw 的各分量或各元素直接相关，见图 1-3。各运动形态的特征将从流体单元 $ABA'C$ 上任何两相互垂直直线，如 AB 与 AC ，和对角点 A' 在单位时间内的变化中反映出来。线变情况（图1-3a）下，只有分量 u_x 与 w_z ，流体单元将在 X 与 Z 方向变化，流体不可压缩时如在 X 方向延伸， Z 方向将缩短。若 AB 与 AC 方向不变， AB 延伸

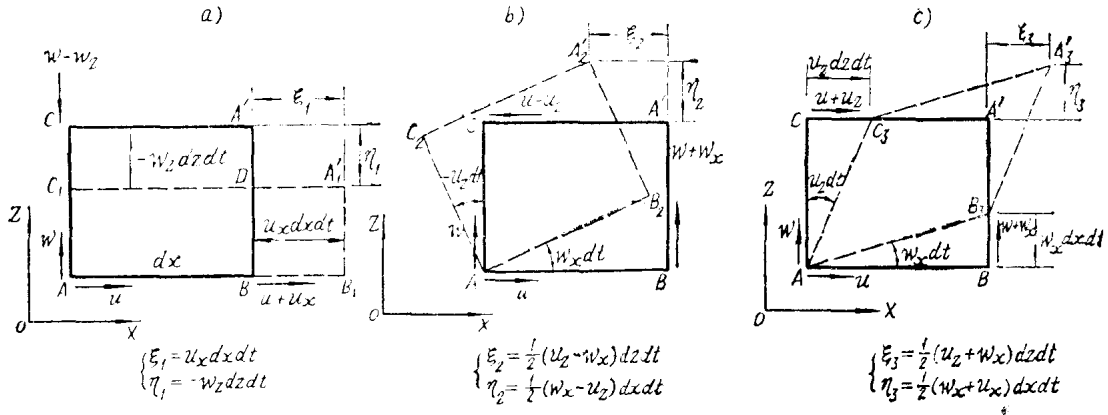


图1-3 运动形态与速度增量的关系
a) 线变速度; b) 旋转速度; c) 角变速度

到 AB_1 , $BB_1 = \frac{\partial u}{\partial x} dx dt$; AC 缩短到 AC_1 , $CC_1 = -\frac{\partial w}{\partial z} dz dt$ 。点 A' 位移到点 A'_1 ，其位移值相应为 $\xi_1 = BB_1$, $\eta_1 = CC_1$ 。流体不可压缩时，面积 $BB_1A'_1D$ 将与面积 $CC_1D.A'_1$ 相等，这说明两个方向线变是密切联系的，单方向线变是不存在的。故称 $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ 与 $w_z = \frac{\partial w}{\partial z}$ 为线变速度。旋转情况（图1-3b）下只有分量 u_z 与 w_x ，流体单元将绕点 A (Y 轴方向) 旋转，逆时针方向时 u_z 为负值。 AB 与 AC 大小不变， AB 旋转到 AB_2 , $BB_2 = w_x dx dt$, $\angle BAB_2 = w_x dt$; AC 旋转到 AC_2 , $CC_2 = -u_z dz dt$, $\angle CAC_2 = -u_z dt$ 。 AB_2 与 AC_2 仍相互垂直， $\angle BAB_2 = \angle CAC_2$ ，故 $w_x = -u_z$ ，即 $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ ，此为无变形的条件。点 A' 旋转到点 A'_2 ，其角速度 $-\omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} (w_x - u_z)$ ，其位移值相应为 $\xi_2 = -\omega_y dz dt$, $\eta_2 = \omega_y dx dt$ 。故称 ω_y 为旋转速度。角变情况（图1-3c）下也只有分量 u_z 与 w_x ，流体单元将沿

对角线 AA' 方向延伸, 流体不可压缩时对角线 BC 方向将缩短。 AB 与 AC 的方向和大小都变化, AB 转变到 AB_3 , $BB_3 = \omega_x dxdt$, $\angle BAB_3 = \omega_x dt$; AC 转变到 AC_3 , $CC_3 = u_z dzdt$, $\angle CAC_3 = u_z dt$ 。 AB 与 AC 以等同的角速度相互靠拢或分离时发生单纯的角变, 即 $\omega_x = u_z$, 或 $\frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$, 此为无旋转的条件, 相应的流动为无旋流 (Irrotational flow)。 点 A 沿对角线延

伸到 A'_3 , 对角 $\angle B_3AC_3$ 的变化速度为 $\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \omega'_x + u'_z$, 其位移值相应为 $\xi_3 = \frac{1}{2} (\omega_x +$

$u_z) dzdt$, $\eta_3 = \frac{1}{2} (\omega_x + u_z) dxdt$ 。 故称 $\gamma_y = \frac{1}{2} (\omega_x + u_z)$ 为角变速度。

速度增量各分量的特征可以用式(1-9)方阵来分析, 方阵可以清楚地反映流速场的特点。 设点 A 流速等于零, 如只考虑 $v_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} = u_x$, 其它元素均等于零, 则式(1-9)可以写成

$$\begin{vmatrix} v_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

此时点 A 附近的流速分布可以用图1-4a表示, 速度只沿 X 轴方向增长, 三元时只在 YZ 平面上速度等于零, 整个空间沿 X 轴方向增长, 故又称线变速度 $v_{11} = u_x$ 为 X 方向的膨胀速度 (Velocity of expansion)。 同样, $v_{22} = v_y$ 与 $v_{33} = w_z$ 为 Y 与 Z 方向的膨胀速度, 在式(1-9)方阵中都位于主对角线上。

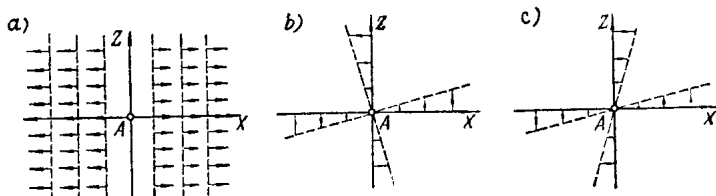


图1-4 基本运动形态的流速分布
a) 膨胀速度; b) 转速度; c) 剪速度

设主对角线各元素都等于零, 式(1-9)方阵可以写成式(1-10), 并分解成一对称方阵 $|\gamma|$ 与一反称方阵 $|\omega|$ 。

$$\begin{vmatrix} 0 & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & 0 & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 0 & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & 0 & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & 0 \end{vmatrix} \quad (1-10)$$

式中: $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$, $\omega_{ij} = -\omega_{ji}$ ($i \neq j$, $i, j = 1, 2, 3$)

$$v_{ij} = \gamma_{ij} + \omega_{ij}, \quad v_{ji} = \gamma_{ji} + \omega_{ji} = \gamma_{ij} - \omega_{ij}$$

故 $\omega_{ij} = -\omega_{ji} = \frac{1}{2} (v_{ij} - v_{ji})$, $\gamma_{ij} = \gamma_{ji} = \frac{1}{2} (v_{ij} + v_{ji})$

如方阵为

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -\omega_{31} \\ 0 & 0 & 0 \\ \omega_{31} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

此时点 A 附近的流速分布可以用图1-4b表示, 质点在 XZ 平面上发生旋转, 因此

$$\omega_{31} = -\omega_{13} = \frac{1}{2} (v_{31} - v_{13}) = \frac{1}{2} (\omega_x - u_z) = -\omega_y$$

故称 ω_{y1} 为绕 Y 轴的旋转速度或转速度 (Velocity of rotation)。同样

$$\omega_{12} = -\omega_{21} = \frac{1}{2}(v_{12} - v_{21}) = \frac{1}{2}(u_y - v_x) = -\omega_x$$

$$\omega_{33} = -\omega_{32} = \frac{1}{2}(v_{23} - v_{32}) = \frac{1}{2}(v_x - w_y) = -\omega_z$$

相应为绕 Z 轴和绕 X 轴的转速度。转速度不等于零的流动为有旋流 (Rotational flow)。如方阵为

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \gamma_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

此时点 A 附近的速度分布可以用图 1-4c 表示, 质点在 XZ 平面上发生剪应变即角变, 因此

$$\gamma_{31} = \gamma_{13} = \frac{1}{2}(v_{31} + v_{13}) = \frac{1}{2}(w_x + u_z) = \gamma_y$$

故又称角变速度 γ_{31} 为 XZ 平面上的剪速度 (Shearing velocity)。同样

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \frac{1}{2}(v_{12} + v_{21}) = \frac{1}{2}(u_y + v_x) = \gamma_x$$

$$\gamma_{23} = \gamma_{32} = \frac{1}{2}(v_{23} + v_{32}) = \frac{1}{2}(v_x + w_y) = \gamma_z$$

相应为 XY 平面上和 YZ 平面上的剪速度。

【例 8】粘性液体在 XZ 平面上沿 X 轴方向流动, 平面附近速度分布如下:

$$u = Kz \quad (K = \text{常数}), \quad v = w = 0$$

求平面附近的膨胀速度, 剪速度和转速度。

取一流体单元分析, 其运动形态和流速分布如图 1-5 所示。液体流动只有 $u_x = \frac{\partial u}{\partial z} = K$, 平面 XZ 附近流速分布如图 1-5c, 在 dt 时间内流体单元 $ABA'C$ 转变为 ABA'_1C_1 , 成平行四边形 (图 1-5a)。其转

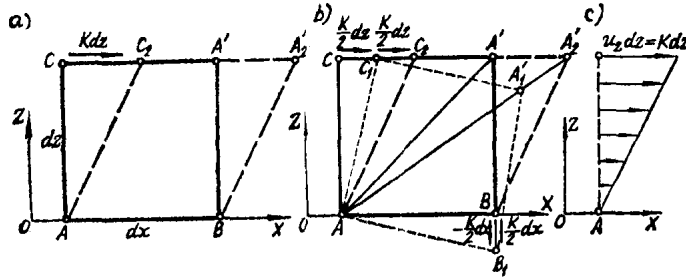


图 1-5 旋转与角变

变过程可分解为二步 (图 1-5b); 从 $ABA'C$ 旋转到 $AB_1A'_1C_1$, $\omega_y = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} u_x - \left(-\frac{1}{2} w_x \right) \right] =$

$\frac{1}{2} K$; 再从 $AB_1A'_1C_1$ 角变到 ABA'_1C_1 , $\gamma_y = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} u_x + \frac{1}{2} w_x \right] = -\frac{1}{2} K$, B_1 点又回到 B 点,

$-\frac{1}{2} w_x$ 与 $+\frac{1}{2} w_x$ 抵消, 分量 $w_x = u_x$ 。从下面的方阵可得膨胀速度等于零, 剪速度 $\gamma_{13} = \frac{1}{2} K$, 转

速度 $\omega_{31} = -\frac{1}{2} K$,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & K \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2}K \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}K & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2}K \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}K & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

此例表明，与式(1-10)相似，主对角线以外单个元素可引起复合的运动形态，而角变与旋转也常常伴随在一起。

物体的三种基本状态：固体、液体和气体，可从其分子间的运动距离与范围来区分，分子间的内聚力固体最大，液体次之，气体最小。固体密实而形状稳定，液体有形而可自由变化，气体无形而充满容器。物体的基本运动形态是和其基本状态密切联系的，因为不同状态的物体承受各种应力的能力是不同的。固体受各种（压、拉、剪）应力作用，先发生弹性变形，超过弹性限度后发生永久变形；流体，包括液体和气体，只在压应力作用时有弹性性质，仅能承受很小的拉应力（小于分子间内聚力）故常略计，而不能承受剪应力，任何微小的剪应力都要引起不断地变形。上述流体单元的基本运动形态也正是流体物理特性的反映。

在实际的流体运动中，流体单元的各种基本运动形态常综合地出现。图1-6以二元稳定流为例，在单位时间 dt 时，流体单元 $ABA'C$ 中对角点 A' 变化后的点 A_1' 的坐标可以表达如下：

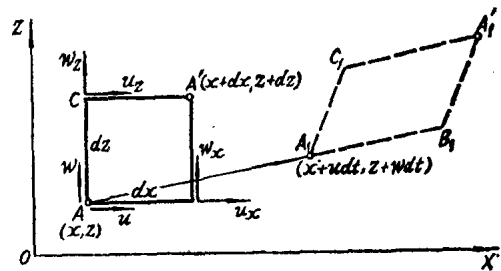


图1-6 流体单元的二元运动

$$\left. \begin{aligned} x + dx + u dt + u_x dx dt + \frac{1}{2} (u_z + w_x) dx dz dt + \frac{1}{2} (u_z - w_x) dz dx dt \\ z + dz + w dt + w_z dz dt + \frac{1}{2} (w_x + u_z) dx dz dt + \frac{1}{2} (w_x - u_z) dz dx dt \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

原始坐标
位移
线变
角变速度
旋转速度

角变
旋转

三元稳定流时流体单元(立方体)中对角点 $A'(x+dx, y+dy, z+dz)$ 变化后的位置点 A' 为

$$\left. \begin{aligned} x + dx + u dt + u_x dx dt + \frac{1}{2} [(v_x + u_y) dy + (u_x + w_z) dz] dt + \frac{1}{2} [(u_x - w_z) dz - (v_x - u_y) dy] dt \\ y + dy + v dt + v_y dy dt + \frac{1}{2} [(w_y + v_z) dz + (v_x + u_y) dx] dt + \frac{1}{2} (v_x - u_y) dx - (w_y - v_z) dz dt \\ z + dz + w dt + w_z dz dt + \frac{1}{2} [(u_x + w_z) dx + (w_y + v_z) dy] dt + \frac{1}{2} [(w_y - v_z) dy - (u_x - w_z) dx] dt \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

式(1-12)可简化写成式(1-12')，旋转速度 ω 的正负方向可按右手定则确定。

$$\left. \begin{aligned} x + dx + u dt + u_x dx dt + [\gamma_y dy + \gamma_z dz] dt + [\omega_x dz - \omega_y dy] dt \\ y + dy + v dt + v_y dy dt + [\gamma_x dz + \gamma_z dx] dt + [\omega_x dx - \omega_z dz] dt \\ z + dz + w dt + w_z dz dt + [\gamma_x dx + \gamma_y dy] dt + [\omega_x dy - \omega_z dx] dt \end{aligned} \right\} \quad (1-12')$$

原始坐标
位移
线变
角变
旋转

第二节 连续方程, 流体运动形态

一、质量守恒原则

一个流体单元 ($dx dy dz$) 内的质量是守恒的, 或者说其质量的变率和通过其表面进出的净质量流是平衡的。在 dt 时间内流体单元的质量变率为

$$\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\right) dx dy dz - \rho dx dy dz = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt dx dy dz \quad (1-13)$$

式中: ρ 为密度, 反映单位容积内的质量。此质量变率实质上是单位时间内密度的变化 $\frac{\partial \rho}{\partial t}$, 增加时为正值, 反之为负。另一方面, 在此时间内进出的净质量流, 如图 1-7 所示, 在 X、Y、Z 轴各方向相应为

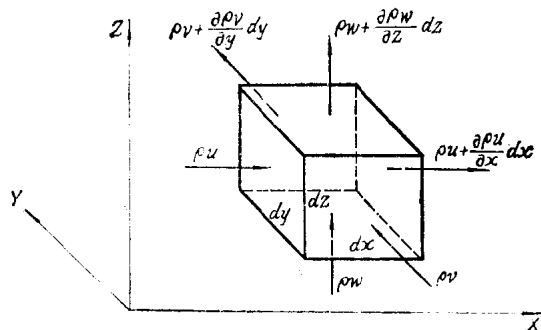


图1-7 流体单元的质量流

$$\left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dy dz dt - \rho u dy dz dt = \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx dy dz dt$$

$$\left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy \right] dz dx dt - \rho v dz dx dt = \frac{\partial \rho v}{\partial y} dx dy dz dt$$

$$\left[\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz \right] dx dy dt - \rho w dx dy dt = \frac{\partial \rho w}{\partial z} dx dy dz dt$$
(1-14)

从流体单元内流出的总净质量流应等于其质量减少率 $-\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz$, 由式(1-13)和式(1-14)

可得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1-15)$$

式(1-15)为普遍连续方程 (equation of continuity)。也可写成

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (1-16)$$

式(1-16)中的第一项 $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ 为定点密度对时间的局部变化, 在不可压缩流体, 即密度 ρ 为常值

时或可压缩流体的稳定流时，此项不考虑，而研究声波、水锤和震动波等时则必须考虑。第二项 $\rho(u_x + v_y + w_z)$ 反映在已知时间内与运动各方向线变速度成比例的空间变化，不可压缩流体时此项等于零，而此项大于零时表示流体膨胀，小于零时表示流体压缩。第三项反映在已知时间内密度与空间坐标的变化成比例，此项通常略去不计，而研究高速震动波时将予以考虑。

用矢量方法表示式(1-15)、(1-16)时，可简化写成

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} = 0 \quad (1-15')$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \text{div} \vec{V} + \vec{V} \cdot \text{grad} \rho = 0 \quad (1-16')$$

式中 div 为散度， grad 为梯度符号。

流体不可压缩时，密度 ρ 为常值，式(1-16)可简化为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = u_x + v_y + w_z = 0 \quad (1-17)$$

流体为二元和一元运动时，式(1-17)分别可简化为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = u_x + w_z = 0 \quad (1-18)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_x = 0 \quad (1-19)$$

式(1-19)说明一元运动 X 轴方向的膨胀速度等于零，流体单元将没有线变。

连续方程还可以写成另一种型式。在流体中取一长度为 ds 的流管 (Stream tube)，管表面沿 ds 方向由流线组成，如图1-8所示。进入左侧断面的质量流为 ρVA ，泄出右侧断面的

质量流为 $\rho VA + \frac{\partial(\rho VA)}{\partial s} ds$ ，在 dt 时间内这段流管泄出的净质量流将为

$$\rho VA + \frac{\partial(\rho VA)}{\partial s} ds - \rho VA = \frac{\partial(\rho VA)}{\partial s} ds$$

这段流管内的质量减少率相应为 $-\frac{\partial \rho}{\partial t} A ds$ ，故得连续方程

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VA)}{\partial s} = 0 \quad (1-20)$$

式中 A 为断面积， V 为速度。

稳定流情况下， $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ ，式(1-20)成为

$$\rho VA = \text{常数} \quad (1-21)$$

或

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (1-21')$$

流体不可压缩时，又可以简化为

$$VA = \text{常数} \quad (1-22)$$

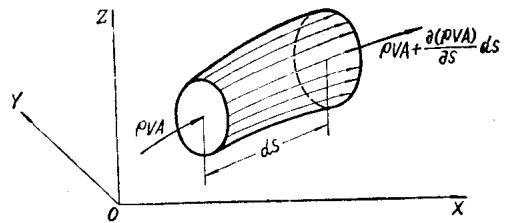


图1-8 流管的质量流

或

$$\frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (1-22')$$

这表明, 不可压缩流体时, 流管的流线较密集的断面处, 其流速将增加而相应的断面积则将减少。

二、流函数与势函数

在流体运动学中常常运用流函数 (Stream function) 与势函数 (Potential function) 来描述流体运动形态, 它也是一种分析和计算流体运动的重要数学方法。

以不可压缩流体的二元稳定流为例, 设流场中存在着某流线族, 其表达式为

$$\Psi(x, z) = K \quad (\text{常数}) \quad (1-23)$$

K 为一定值时, 式(1-23)代表一条流线, K 为另一一定值时则代表另一条流线, 故称 $\Psi(x, z)$ 为流函数。其微分方程为

$$d\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\Psi}{\partial z} dz = 0 \quad (1-24)$$

从流线的定义又可写成式(1-6)的型式, 即 $\frac{dx}{u} = \frac{dz}{\omega}$, 则

$$-\omega dx + u dz = 0 \quad (1-25)$$

对比式(1-24)和式(1-25), 得下列条件

$$u = \frac{\partial\Psi}{\partial z}, \quad \omega = -\frac{\partial\Psi}{\partial x} \quad (1-26)$$

将式(1-26)代入式(1-18), 得 $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial z} - \frac{\partial^2\Psi}{\partial z\partial x} = 0$, 这说明流函数完全满足流体运动的连续

方程 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0$ 。这说明, 流函数的存在包含了连续关系的满足, 或者, 连续方程包含了一种流函数的存在。

流函数可适用于不可压缩流体的任何一种流动: 二元或者三元, 稳定流或者不稳定流, 无旋流或者有旋流。三元运动的计算是复杂的, 其运用受到限制, 故流函数主要用于二元运

动。有旋流时转速度 $\omega_y = \frac{1}{2}(u_z - \omega_x) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial \omega}{\partial x}\right)$, 引入流函数的条件式(1-26),

可得下式:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = 2\omega_y \quad (1-27)$$

此为波依逊 (Poisson) 方程。无旋流时转速度等于零, 式(1-27)可简化为拉普拉斯 (Laplace) 方程

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = 0$$

或

$$\nabla^2\Psi = 0 \quad (1-28)$$