

物 理 譯 丛

高 功 率 鉄 磁 共 振
和 鉄 氧 体 微 波 放 大 器

李国栋 戴道生等編譯

內 容 簡 介

高功率鉄磁共振現象和鉄氧体微波放大器的研究,在最近几年間不論在基本研究和实际应用方面都有了很大的发展,受到了广泛的注意,形成了微波鉄氧体中的一个相当活跃的領域。

本譯文集的內容包括三部分:(一)高功率鉄磁共振;(二)鉄氧体微波放大器;(三)靜磁型鉄磁共振。主要收集了1956—1961年間发表的有关这些方面較为重要的并具有一定代表性的綜述性文章、理論和实验方面的文章共14篇。

物 理 譯 丛

高 功 率 鉄 磁 共 振 和 鉄 氧 体 微 波 放 大 器

李国栋 戴道生等編譯

*

科学出版社出版 (北京朝阳門大街117号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第061号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1964年6月第一版

书号:2951 字数:211,000

1964年6月第一次印刷

开本:850×1168 1/32

(京)0001—4,300

印张:8

定价:[科七]1.40元

目 录

I. 高功率鉄磁共振

- 鉄氧体在高功率微波訊号下的非綫性性能…… (H. Suhl) (1)
- 高功率鉄磁共振的最近进展……………
- ……………(E. Schlömann, J. J. Green and U. Milano) (35)
- 高訊号功率下的鉄磁共振理論…………… (H. Suhl) (58)

II. 鉄氧体微波放大器

- 鉄磁微波放大器理論…………… (H. Suhl) (91)
- 鉄氧体振蕩器的非綫性理論…………… (A. Л. Микаэлян) (115)
- 变形的半靜磁型鉄氧体放大器……………
- …………… (A. D. Berk, L. Kleinman, C. E. Nelson) (132)
- 利用鉄氧体的固体微波放大器和振蕩器… (M. T. Weiss) (141)
- 变形的半靜磁型鉄氧体放大器的实验研究……………
- …………… (W. L. Whirry, F. B. Wang) (143)
- 电磁型鉄氧体放大器研究的若干問題……………
- …………… (A. Л. Микаэлян, Н. З. Шварц) (147)
- 使用縱激励的鉄磁放大器的理論和实验特性……………
- …………… (R. T. Denten) (167)

III. 靜磁型鉄磁共振

- 用靜磁模作研究工具…………… (R. L. White) (182)
- 鉄磁共振中的靜磁模…………… (L. R. Walker) (200)
- 鉄氧体球中的多重鉄磁共振……………
- …………… (Robert L. White, Irvin. H. Solt, Jr.) (222)
- 鉄氧体中非一致进动的鉄磁共振……………
- …………… (Я. А. Маносов, А. В. Башковский) (236)

I. 高功率鉄磁共振

鉄氧体在高功率微波訊号下 的非綫性性能*

H. Suhl

在一定的微波訊号級以上时,在鉄氧体的功率吸收中表现出各种反常。观察到这些反常的条件是与介质中某些“自旋波”扰动增长到异常高的水平的条件相一致的。这一增长是由于自旋波通过伴随着这些扰动的退磁場和交換場而与一致进动耦合所产生的。在本文第一部分中将指出:当訊号場超过临閾值时,耦合作用会使某些自旋波的振幅随着時間呈指数式地“激增”。最容易发生这一情况的是正当共振的时候以及当直流偏磁場在共振的低場边的适当条件下。

在本文第二部分中,对一种类型的反常吸收計算了当超过临閾訊号时磁化强度的穩恆状态。我們发现一致进动在相应于临閾訊号值时达到“飽和”,再增加的外加功率都轉移到狭窄的自旋波范围中了。計算了新状态的磁化率。发现全部都同实验非常符合。因为本文是綱要性的,故分析只保留到最少的地步。全面的分析将在以后发表**。

1. 引 言

研究鉄氧体微波器件的工程师們早已知道,一些在低訊号級工作得很好并与理論符合的器件結構,在高訊号級下却并不經常

* 譯自 *Proc. IRE*, **44**, No. 10, 1270—1284 (1956).

** 即本书中的第3篇文章。

是工作得令人滿意的。从实用观点,以及从理論观点来看,这一越軌的性能最使人困惱的是,虽然訊号功率(虽已在磁控管范围中)还远远低于磁化强度运动的简单的綫性理論应该开始失效的限度,但这一越軌的性能就发生了。在看来还太低的功率級下,这种非綫性效应的出現并不单独限于器件的結構。在最初由 Damon^[1]、接着更广泛地由 Bloembergen 和 Wang (王适)^[2]从基本研究观点所进行的諧振腔共振实验中,也特別清楚地观察到了这一点。这些研究者观察到了两种新的效应:第一,当訊号功率增加到超过一較为尖銳的确定的临闕值时(这值仅約为根据簡單理論要观察到任何显著的非綫性效应所需要的訊号級的 1/100 到 1/50),主共振便逐漸地显得变弱和变寬起来。第二,他們发现在相近的功率下,会出现另一个相当寬的吸收峯,这峯总是在主共振所需要的磁場以下几百奥的地方。正是这第二种效应在那些依賴鉄氧体元件作为磁場控制的相移器件或調諧器件的应用中是特別麻煩的。通常,这些器件总是企图在低于共振場的方面工作,以及在高訊号級下引起的附加吸收所产生的任何額外損耗都是不受欢迎的。

在以下的討論中,我們將略述可以滿意地解釋 Bloembergen 和 Wang (以后簡称 B-W) 以及 Damon (以后簡称 D) 所观察到的現象的相当完整的理論^[3,4]。这理論的另一些預示已在 Bell 電話实验室的 H. E. D. Scovil 博士、以及作者的尚未发表的測量中加以証实了。

进一步或許值得注意的是,这些奇异效应的基本原因是同使鉄氧体在微波应用中如此有用的原因完全相同的:这就是由于交換力的緣故,电子自旋具有互相平行排列起来、并且在外加訊号場中作为单一体进行运动的趋势,这一趋势使鉄氧体器件成为有用

[1] R. W. Damon, *Rev. Mod. Phys.*, Vol. **25**, PP. 239—245; January, 1953.

[2] N. Bloembergen and S. Wang (王适), *Phys. Rev.*, Vol. **93**, pp. 72—83; January, 1954.

[3] P. W. Anderson and H. Suhl, *Phys. Rev.*, Vol. **100**, pp. 1788—1789, December, 1955.

[4] H. Suhl, *Phys. Rev.*, Vol. **101**, pp. 1437—1438; February, 1956.

或切实可行的。此外，我們还将看到，也正是这作为单一的大磁矩运动的同样趋势，当由于热骚动使运动的一致性稍微被扰乱时，便会导致很强的退磁场和交换场。由于这些局部的非均匀的退磁场和交换场与作为整体的磁化强度的运动之间的相互作用，在足够强的信号下，会通过一致运动而使扰动能够增长到较大的值。

样品中在时间为 t 、在 $\mathbf{r}$ 点的磁化强度矢量 $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ 的运动遵从下面形式的方程：

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{H}] + \text{損耗項}, \quad (1)$$

其中 γ 是旋磁比的绝对值， $\mathbf{H}$ 是在 $\mathbf{r}$ 点时间为 t 时的总磁场。 $\mathbf{H}$ 必须包括所有能够对 $\mathbf{M}$ 产生转矩的力，这不仅有外加磁场（恒定的和高频的），而且包括在 $\mathbf{r}$ 点的任何退磁场，晶体各向异性场（本文在以后将略去），以及表示当材料的 $\mathbf{M}$ 变化足够快时相邻未平行排列的自旋的交换力所引起的场。转矩 $\mathbf{M} \times \mathbf{H}$ 是这样的一项，即当 $\mathbf{M}$ 一经运动起来后，这运动就将不再消减。为了解释实际上观察到的弛豫，就必须用一代表损耗的项补充到(1)式中去。因为这损耗的微观机制还没有完全解决，所需要的损耗项的形式也就是一个疑问。根据经验，一些作者采用最先由 Ландау (Landau) 和 Лифшиц (Lifshitz)^[5] 提出的形式：

$$+ \frac{\alpha}{M} \left[\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right]^{[6]} \quad (2)$$

这一项用单一的参量 α 来表示损耗，并且保持了磁化强度 M 的大小不变。另一些研究者却宁愿采用 Bloch-Bloembergen 形式的损耗项^[2]，这种损耗项含有两个可调节的参量，但却不能使 M 守恒。在本文所有的讨论中，我们假定局限在一充分小的体积元中的 M 是守恒的。这仍然并不迫使我們采用如(2)的形式的阻尼，因其他

[5] L. Landau and E. Lifshitz, *Physik. Zeits. Sowjetunion*, Vol. 8, p. 153, 1935.

[6] 这一形式并不完全是 Landau 和 Lifshitz 提出的真正形式，见上引文献，但同它的差别只是 α^2 的数量级。

某些更普遍的形式也可以使 M 不变。然而，我們仍將採用(2)式的形式，這只不過是為了明確的緣故，因為在以後的計算中，以及實際上在最後的結果方面都可以作任何所期望的推廣。

通常對鐵氧體作共振實驗都是仔細地安排得使 $\mathbf{M}$ 與位置無關。把橢球(通常是圓球)形狀的單晶樣品放在尽可能均勻的恆定磁場和射頻磁場中。在這一情形下，退磁場和晶體各向異性場也是均勻的，因為磁化強度是以單一體作一致進動，不會產生交換轉矩。於是，(1)式具有熟知的小訊號解：如果沿着橢球的一個主軸(譬如說， Z 軸)加上恆定磁場 H_0 ，又假設射頻場是在 $x-y$ 平面內的圓偏振波，其分量為 $(h \cos \omega t, h \sin \omega t, 0)$ 則可把解很便利地總結為下面的形式：

$$M_x + jM_y = \frac{M\gamma h e^{j\omega t}}{\omega_{\text{共振}} - \omega + j\gamma\Delta H}; \quad j = \sqrt{-1}. \quad (3)$$

這裡 $\Delta H = \alpha\omega/\gamma$ 是表示為其等效場 ΔH 的頻率綫寬， $\omega_{\text{共振}}$ 是 Kittel 頻率。如果略去各向異性，則

$$\omega_{\text{共振}}^2 = \gamma^2 [H_0 - 4\pi(N_x - N_z)M][H_0 - 4\pi(N_z - N_y)M]. \quad (4)$$

式中 N_x, N_y, N_z 是沿 x, y, z 的退磁因子，並規定 $N_x + N_y + N_z = 1$ 。方程式(3)是當假設 H_0 足夠地大使得 $\mathbf{M}$ 沿着 z 軸排列起來時從(1)式推导出的，因此在沒有訊號時， $M_z = M$ [7]。訊號感生小的 M 的 x 和 y 分量，這些分量的平方和乘積在推导(3)式時是略去了的。採用下面的對比變數：

$$\omega_s = \gamma h; \quad \omega_H = \gamma H_0; \quad \omega_M = 4\pi\gamma M; \quad \mathbf{m} = \mathbf{M}/M$$

$$m^+ = m_x + jm_y; \quad m^- = (m^+)^* = m_x - jm_y \quad (4a)$$

是很方便的。把這些變數代進去，(3)和(4)式變為

$$m^+ = \frac{\omega_s e^{j\omega t}}{\omega_{\text{共振}} - \omega + j\alpha\omega} = m_0^+ e^{j\omega t}, \quad (5)$$

[7] 方程式(3)只對於沿 OZ 的旋轉橢球才是嚴格正確的。不過在一些不包括旋轉橢球的個別情況下，我們將仍採用這一公式。引起的誤差是在 m_x 或 m_y 中為因子 $\sqrt{2}$ 的數量級。

$$\omega_{\text{共振}} = [\omega_H - (N_z - N_x)\omega_M][\omega_H - (N_z - N_y)\omega_M]. \quad (6)$$

通常实验的目的之一便是求线宽 ΔH ，它是靠测量磁化率的虚数部分

$$\chi'' = \frac{\gamma M \gamma \Delta H}{(\omega - \omega_{\text{共振}})^2 + \gamma^2 \Delta H^2} = \frac{\frac{1}{4\pi} \omega_M (a\omega)}{(\omega - \omega_{\text{共振}})^2 + a^2 \omega^2} \quad (7)$$

来决定的。自然，在线性理论的范围內， χ'' 是与信号无关的。

在圆球的情形下，除去对 m^+ 的大小的一切限制，便可非常容易地求出(1)式的大信号解来。这样的解预示在共振情形下，一直到信号场变到 ΔH 的数量级时， χ'' 都将基本上保持(7)式给出的与信号无关的值 $M/\Delta H$ 。这以后 χ'' 将随着信号功率的增加而逐渐地下降，这条件称为“饱和”。

另一方面，实验工作者们发现，信号功率仅相当于 ΔH 奥的射频场的 1/100 到 1/50 时， χ'' 就开始降低了。这一差异显然超过实验误差，它的起源的一个线索是来自垂直磁化的薄片的大信号性能，而不是圆球的大信号性能。

在对其本身平面作垂直磁化的非常薄的圆片情形下，小信号理论得出(因为 $N_x = N_y = 0, N_z = 1$):

$$\omega_{\text{共振}} = \gamma(H_0 - 4\pi M) = \omega_H - \omega_M.$$

当信号相当大时，(3)式虽是由小信号理论推导出来的，只要我们用

$$\omega'_{\text{共振}} = \gamma(H_0 - 4\pi M_z) = \omega_H - \omega_M m_z$$

代替(3)或(5)式分母中的 $\omega_{\text{共振}}$ ，这公式仍然是近似地正确的。由(5)式，我们于是得到

$$\begin{aligned} m_z &= \sqrt{1 - |m^+|^2} \div 1 - \frac{1}{2} |m^+|^2 \\ &= 1 - \frac{\frac{1}{2} \omega_r^2}{[\omega - (\omega_H - \omega_M m_z)]^2 + a^2 \omega^2}. \end{aligned} \quad (7a)^*$$

* 原文作(7)，由于与前面的序号重复，改作(7a)——译者注。

这方程式可以对 m_z 求解, m_z 和 χ'' 一样都能很好地测量应度。可是不必真正解出就可看到这种应度的一个重要的特点: 假设把 ω_H 调节到稍低于共振位置的值 $\omega + \omega_M m_z$, 并假设由于某种偶然因素使进动角张开到稍稍超过它的恰当的大小, 这就引起 m_z 的略为减小, 因此使 $\omega_H - \omega_M m_z$ 略为增加。 (7a) 式中分母便趋近它的最小值, 因而更使 m_z 减小。 如果 m_z 的新增量超过原来的增量, 就会产生“激变”的条件, 这时进动角无限地增大, 直到建立某一新的稳恒状态为止。 从数学上说来, 将 (7a) 式右边对 M_z 微分便简单地得到“激变”的条件。 实际上, 微分系数为 $(\delta M_z)_{\text{新}}/(\delta M_z)_{\text{旧}}$, 如果要随着产生不稳定, 这一系数必须大于 1。 于是可见 ω_s 必须超过一定的临界值; 当直流磁场低于共振场的大小为线宽的数量级时, 这一临界值为最小, 这样得到

$$\omega_{\text{临界}} = \alpha\omega \sqrt{\frac{3.08 \alpha\omega}{\omega_M}},$$

或者换为磁场值, 得到

$$h_{\text{临界}} = \Delta H \sqrt{\frac{3.08 \Delta H}{4\pi M}}. \quad (8)$$

这一结果也可从对 M_z 解 (7a) 式推导出来, 并绘出解与 H 的关系 (如图 1 所示)。 当 h 超过

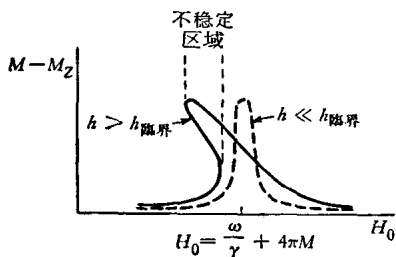


图 1. 一法向磁化的薄圆片由于共振频率对振幅的相依关系引起的非谐应度。在临界讯号以上时, 应度曲线有折迭, 这就导致一段使通常运动变为不稳定的直流磁场区域。

当 h 超过 $h_{\text{临界}}$ 时, 会发现小讯号的应度曲线产生这样的畸变, 即在低于共振场的一定范围内 M_z 是 H_0 的三重值函数。在这三个可能状态中有两个可预期到不稳定性。当然, ΔH 实际上是小于 $4\pi M$ 的。因此, (8) 式表明不稳定性可以在讯号功率远低于使球饱和所需要的临界值时发生。对于 B. W. -D. 实验的条件说

来, (8) 式实际上就是观察到产生早熟饱和的讯号场的数量级。如

果这些观测与刚才讨论过的不稳定性有关,就发生问题了。因为,大多数的实验并不是对圆片进行的,而是对圆球作的,圆球不会象圆片那样显示不稳定性。由磁晶各向异性引起的非线性项也可导致象在圆片中表现的非常相似的情况,但在各向异性场正好低于 $4\pi M$ 时,临阈场要比(8)式大很多,虽然它也可以仍旧小于 ΔH 。还有一种可能性:假设圆球中磁化强度的一致进动不是在整个球中均匀地受扰动,而只是在垂直于直流磁场的薄片状层中受扰动。这一扰动伴随着一局部的退磁场,问题是这薄层是否会象实际的圆片那样达到不稳定。除非这薄层是这样地薄,以致它同其余的磁化强度间的交换效应起作用,回答就将是肯定的。粗略地说来,其理由是这薄层不是处于恒定磁场 H_0 中,而是处于出现在圆球内部受过退磁的直流磁场 $H_0 - \frac{4\pi}{3} M$ 中。我们对实际的圆片的经验表明,这种不稳定性是局限在其共振场 $\left(\frac{\omega}{\gamma}\right) + \frac{4\pi}{3} M$ 附近的直流场中。因此,根据类似的理由,如果薄层中的偏离达到不稳定的话,它就会在 $\frac{\omega}{\gamma} + \frac{4\pi}{3} M$ 的磁场附近发生,然而实际上早熟饱和的产生却是在作为整体的圆球的共振场,即是在 $\frac{\omega}{\gamma}$ 观察到的。不过,在下一节中将要指出,由于热骚动的缘故,在圆球中经常是有一定的扰动出现的,它又受到交换场的作用,交换场正好抵消扰动的共振频率中的 $\frac{4\pi}{3} M$ 项,这样就可产生不稳定性。

2. 主共振饱和的早熟开始

为了简单起见,可认为沿总磁化强度 $\mathbf{M}$ 的单位矢量 $\mathbf{m}_z$ 在其由(5)式决定的“正常”值时受到扰动,这一扰动不是仅在垂直于 H_0 的薄层中,而是在整个样品内,扰动量 $\delta\mathbf{m}$ 为常数的面为垂直于 H_0 的平面。我们的目的是利用运动方程式(1)写出总的归一化的磁化强度 $\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}$ 的运动方程式。 $\mathbf{m}$ 为样品中的空间平均值,

而 $\delta \mathbf{m}(\mathbf{r})$ 为对这平均值的局部偏离。因为

$$m_{z\pm} = \sqrt{1 - (m_x^2 + m_y^2)_{\pm}},$$

(1)式中的 z 分量便是多余的了。而且,飽和的开始是在有理由写出

$$(m_z)_{\pm} = 1 - \frac{1}{2} (m_x^2 + m_y^2)_{\pm} = 1 - \frac{1}{2} (m^+ m^-)_{\pm}$$

的訊号范围中观察到的,因此

$$\delta m_z = -\frac{1}{2} (m^+ \delta m^- + m^- \delta m^+).$$

这样,我們可只限于討論(1)式中的 x 和 y 分量,現在必須決定作用在 $\mathbf{m} + \delta \mathbf{m}$ 上的有效場。令样品的形状为繞 H_0 的旋轉橢球,样品上的有效直流場为 $(0, 0, H_0 - 4\pi \bar{M}_z N_z)$, 其中 $\bar{M}_z$ 是空間平均值。同样地,有效交变場为 $(h \cos \omega t - 4\pi \bar{M}_x N_x, h \sin \omega t - 4\pi \bar{M}_y N_y, 0)^{[8]}$ 。由偏离 $\delta \mathbf{m}$ 引起的局部退磁場为

$$(0, 0, -4\pi M \delta m_z),$$

这是假設 δm 的空間变化足够快,以致可以略去在等 δm 平面“端部”的磁极所引起的退磁場。最后,交換效应也将对有效場有貢獻。如果 $\delta \mathbf{m}$ 在样品中的变化率比点陣間隔的倒数还慢的話,这一磁場可写作下面的形式^[9]:

$$\begin{aligned} H_{\text{交換}} \frac{l^2 \nabla^2 \mathbf{M}}{M} &= H_{\text{交換}} l^2 \nabla^2 (\mathbf{m} + \delta \mathbf{m}) \\ &= H_{\text{交換}} l^2 \nabla^2 \delta \mathbf{m}. \end{aligned}$$

其中 l 是点陣間隔, $H_{\text{交換}}$ 是有效的“交換場”,它包含交換积分 J 和离子自旋 S , 在簡單立方晶格的情形下可写作:

$$H_{\text{交換}} = \frac{4JS^2}{Ml^3}.$$

∇^2 是 Laplace 算符,在目前情况下,这算符簡化为 $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。我們也可以定义交換頻率為

[8] 这里 $N_x = N_y = N_z$ 。

[9] C. Herring and C. Kittel, *Phys. Rev.*, Vol. 81, pp. 869—881; March, 1951.

$$\omega_{\text{交換}} = \gamma H_{\text{交換}}.$$

在写出运动方程时,用 j 乘(1)式的 y 分量方程再加入到 x 分量方程上是很方便的. 注意 $\bar{M}_x = M m_x$, 等等,利用(4a)式中的对比符号,并結合刚才列举的几种磁場,对 δm 的一級小量來說,我們求得:

$$\begin{aligned} (1 - j\alpha)(\dot{m}^+ + \delta\dot{m}^+) &= \\ &= j(\omega_H - N_z\omega_M m_z - \omega_{\text{交換}} m_z l^2 \nabla^2)(m^+ + \delta m^+) \\ &\quad + j(m_z + \delta m_z)N_T\omega_M m^+ - j\omega_M m^+ \delta m_z \\ &\quad - j\omega_s e^{j\omega t} + jm^+ \omega_{\text{交換}} l^2 \nabla^2 \delta m_z. \end{aligned} \quad (9)$$

这里所有含有訊号和損耗参数的非綫性項都略去了.

現在,讓我們令 δm^+ 为駐波自旋波的形式^[10]:

$$\delta m^+ \sim \cos kx.$$

于是,如果在(9)式中我們令随空間变化的項相等,則因 $\delta m_z =$

$-\frac{1}{2}(m^+ \delta m^- + m^- \delta m^+)$ 也按 $\cos kx$ 变化,我們求得:

$$\begin{aligned} (1 - j\alpha)\delta\dot{m}^+ &= j(\omega_H - N_z\omega_M m_z + \omega_{\text{交換}} l^2 m_z k^2)\delta m^+ \\ &\quad - jm^+(\omega_{\text{交換}} l^2 k^2 + \omega_M - N_T\omega_M)\delta m_z \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} (1 - j\alpha)\delta\dot{m}^+ &= j(\omega_H - N_z\omega_M m_z + \omega_{\text{交換}} l^2 m_z k^2)\delta m^+ \\ &\quad + \frac{j}{2}(\omega_{\text{交換}} l^2 k^2 + \omega_M - N_T\omega_M) \\ &\quad \cdot [|m^+|^2 \delta m^+ + (m^+)^2 \delta m^-]. \end{aligned} \quad (10)$$

方程式(10)表明 δm^+ 好象一个有阻尼的簡諧振子,它与一相似的振子 δm^- 相耦合,并經過(10)式右边第二項与一致进动相耦合. 略去由按 $|m^+|^2 \delta m^+$ 变化的項所引起的小的頻率改变,振子 δm^+ 的自然頻率為:

$$\omega_k = \omega_H - N_z\omega_M m_z + \omega_{\text{交換}} l^2 k^2 m_z.$$

在沒有耦合項和損耗时, δm^+ 和 δm^- 分別按 $e^{j\omega_k t}$, $e^{-j\omega_k t}$ 变化,并且它們的振幅將为常数. 耦合項將使这些振幅改变. 用不着进一步分析,我們就可以說,如果耦合項的时间变化接近 δm^+ 的自然

[10] 利用駐波要比利用行波使分析簡化. 一般是把磁化強度展开成自旋波的 Fourier 級数,但并不限制在这一方面. 不过,結果是相同的.

頻率 ω_k , 則這一變化是很重要的, 甚至數量上可按指數式地增加。現在, $(m^+)^2 \delta m^-$ 的時間變化為 $e^{i(2\omega - \omega_k)t}$, 而另一耦合項僅不過使 δm^+ 稍為解諧, 因而可以略去。所以當 $\omega_k \doteq 2\omega - \omega_k$, 即當

$$\omega_k \doteq \omega$$

時, δm^+ 的振幅會有顯著的變化。

但單獨只有這一條件是不充分的; 我們還需要耦合項大到足夠克服由於(10)式中 α 引起的指數式的衰減, 除了接近共振 ($\omega = \omega_{\text{共振}} = \omega_H - N_z \omega_M + N_T \omega_M$) 以外, 耦合項是完全可以略去的。這樣, 我們就要求:

$$\omega_k = \omega_H - N_z \omega_M + N_T \omega_M.$$

用 m_z 的近似值 1 來代替 m_z , 這就要求:

$$\omega_{ex} l^2 k^2 \doteq N_T \omega_M. \quad (11)$$

令(10)式中

$$\delta m^+ = \delta m_0^+ e^{i\omega_k t - \alpha \omega_k t}; \quad \delta m^- = \delta m_0^- e^{-i\omega_k t - \alpha \omega_k t},$$

$$m^+ = m_0^+ e^{i\omega t},$$

並計 δm_0^+ , δm_0^- 隨時間變化, 我們求出:

$$\delta \dot{m}_0^+ = \frac{j}{2} (\omega_{\text{共振}} l^2 k^2 + \omega_M - N_T \omega_M) (m_0^+)^2 \delta m_0^- e^{2j(\omega - \omega_k)t},$$

數量級為 α^2 的項已經略去。只有在右邊項的指數中 k 的恰當值才是臨界的, 我們可以把(11)式代入係數中, 好象它恰是正確的。於是

$$\delta \dot{m}_0 = j \frac{\omega_M}{2} (m_0^+)^2 \delta m_0^- e^{2j(\omega - \omega_k)t}. \quad (12)$$

最後, 如果

$$\delta \dot{m}_0^+ = y e^{i(\omega - \omega_k)t} \quad \delta \dot{m}_0^- = y^* e^{-i(\omega - \omega_k)t},$$

我們便得到:

$$\dot{y} + j(\omega - \omega_k)y = j \frac{\omega_M}{2} y^* (m_0^+)^2.$$

从上式和復共軛方程消去 y^* , 我們得出:

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + (\omega - \omega_k)^2 - \frac{\omega_M^2}{4} |m_0^+|^4 \right) y = 0.$$

如果 $R^2 = \left(\frac{\omega_M^2}{4}\right) |m_0^+|^4 - (\omega - \omega_k)^2 > 0$, 則这方程式的一个解将随時間按指数式地增加。但这单独是不充分的。如果相应的 δm^+ 也要按指数式地增加, 則 R 必須超过 $\alpha\omega_k$ 。这就要求:

$$|m_0^+|^2 > \frac{2}{\omega_M} \sqrt{(\omega - \omega_k)^2 + \alpha^2 \omega_k^2},$$

上式确定了 $|m^+|^2$ 不稳定的臨閾值。因为 $\alpha\omega_k$ 随 k 的变化是緩慢的, 当 k 为 $\omega_k = \omega$ 时, 臨閾值为最小, 并且为 $\frac{2\alpha\omega_k}{\omega_M}$ 。因为 $|m_0^+|^2 = \omega_s^2 / [(\omega - \omega_{\text{共振}})^2 + \alpha^2 \omega^2]$, 臨閾訊号为:

$$\sqrt{\frac{2\alpha\omega_k}{\omega_M} [(\omega - \omega_{\text{共振}})^2 + \alpha^2 \omega^2]}.$$

当 $\omega_{\text{共振}} = \omega$ (在共振) 时, 上式又为最小, 并且为

$$\omega_{s\text{临界}} = \alpha\omega \sqrt{\frac{2\alpha\omega_k}{\omega_M}},$$

或者, 換为磁場:

$$h_{\text{临界}} = \Delta H \sqrt{\frac{2\Delta H_k}{(4\pi M)}}, \quad (13)$$

其中 $\Delta H_k = \frac{\alpha\omega_k}{\gamma}$ 是波数 k 由(11)式决定的自旋波的“綫寬”。在这里我們可以放弃高度特殊化了的 Ландау-Лифшиц 項 (因它使自旋波的損耗参数具有 $\alpha\omega_k$ 的特殊形式), 而宁愿用更普遍的形式, 即

用 λ_k 代替 $\alpha\omega_k$,

但仍然是 k 的未知函数。臨閾場的測量可最后用来决定作为波数函数的 λ_k , 然而为了同現有的实验相比較, 我們还是不得不推測 λ_k 或 $\Delta H_k = \frac{\lambda_k}{\gamma}$ 。表 I 中是 B. W.-D. 的饱和开始的数据同(13)

式的臨閾訊号相比較, 这时假設 $\Delta H_k = \Delta H$, 并且这两个量都等于 $\frac{1}{\gamma T_1}$ 。这里 T_1 不是从吸收綫的輪廓决定的弛豫時間, 而是从对于观测到的 $\bar{M}_z$ 的改变同真正消耗的功率作图所决定的弛豫時間

表 1*

$\Delta H = \frac{1}{\lambda T_1}$ (奥)	射 頻 臨 閾 場 (奥)		
	理 論	实 驗	
		Bloembergen 和 Wang	Damon “第 7 号样品”
51	8.0	9.0	≈ 2.0
46	7.0	5.5	
36	5.0	4.0	
23	2.5	1.0	
7	0.45	0.55	

* 对于主共振計算和测量的臨閾訊号(当其区别于次共振时). 为了确定起見, 假設 $\Delta H_k = \Delta H = \frac{1}{\gamma T_1}$. 因为理論假定为圓偏振訊号, 而测量为綫偏振, 理論同实验真正說来符合得并不很好. 結果的不一致可能是由于 ΔH_k , ΔH 的不确定.

($\delta \bar{M}_z$ 必須与消耗的功率成比例, 比例因数与 T_1 有关). 采取这一种选择 ΔH 的方法是因为材料中有較大的不均匀性使共振綫的輪廓变得复杂起来. 符合看来是較好的. 然而, 上述的臨閾值是相对于圓偏振訊号的, 而测量用的訊号却是綫偏振. 所得到的因子为 2 的差別可能是由于我們忽略了关于 ΔH_k 的正确的数值. 或者一部分是由于在测量准确的臨閾場时的不确定性.

对于一无限薄的、垂直磁化的圓片來說, $N_T = 0$, 因而由(11)式得出 $k = 0$. 因此, 这样的圓片整个都达到不稳定状态, 这是同我們初步的观测相一致的. 然而, (13)式的臨閾值同原先計算的(8)式的臨閾值相差一数值因子 $\sqrt{\frac{2}{3.08}}$. 原因是在(10)式中略去了“解諧”項 $\sim |m^+|^2 \delta m^+$. 如果 $N_T \approx 0$, 因此 $k \approx 0$, 則这一解諧可用略为調节 k 来消除. 当 $N_T = 0$ 时, 不再可能作这一調节, 因而不能略去解諧. 的确, 分析表明这相应于数值因子的改变, 也相应于(8)式中的最小臨閾值是在刚低于共振时应用, 而不是象其他几何形状那样恰在共振时应用. 当然, 这一点純粹是学院式的; 对于所有实际的几何形状說来, (13)式的臨閾值都是正确

的，因为(11)式經常得出的波长 $\frac{2\pi}{k}$ 都大大地小于实际样品的尺寸。(对于圓球样品來說， $\frac{2\pi}{k}$ 的数量級約为 30 个点陣間隔.)

3. 簡并的自旋波頻譜

我們曾經发现波数为 k 的 z 方向的小振幅自旋波具有下面的自然頻率：

$$\omega_k = \omega_H - N_z \omega_M + \omega_{\text{交換}} l^2 k^2. \quad (14)$$

熟悉自旋波理論的讀者会注意到(14)式同 ω_k 的一般公式不相同， z 方向的自旋波的 ω_k 的一般公式为^[9]：

$$\omega_k = \omega_H + \omega_{\text{交換}} l^2 k^2. \quad (15)$$

然而，考察文献就会表明(15)式是对无限介質推导出来的。(14)式中額外的一項 $-N_z \omega_M$ ，简单地說来，是由于自旋波并不簡單地在直流磁場 H_0 中运动，而是在由平均磁化強度在表面上的磁极分布所減小的磁場 $H_0 - 4\pi N_z M$ 中运动。(14)式含有一个很重要的、我們已在前节中用过的关系：一致进动的自然頻率 $\omega_H - (N_z - N_T) \omega_M$ 經常是与波数由(11)式給出的 z 方向的自旋波的自然頻率 ω_k 同步的。这意味着能量从一致进动轉移到(11)式的自旋波是容易的，它給出了适当的耦合机制。在前一节中，耦合項来源于总 $\mathbf{M}$ 运动的显著的非綫性，它随着訊号的增加而增大，直到它发生“剧烈的突变”。在临閾值以下，虽也有能量的轉移，但这只对一致进动的損耗参数有一很小的与訊号有关的貢獻。然而，其他的耦合效应，例如在反尖晶石結構中所固有的混乱的不規則性，也能够把一致进动同問題中的自旋波耦合起来，而引起与訊号无关(仅間接地与温度有关)的綫寬^[11]。的确，与一致进动簡并的不仅是 z 方向的自旋波。把(14)式推广到波矢量 $\mathbf{k}$ 与 z 方向成 θ 角的自旋波为(参閱图 2)

[11] A. M. Clogston, H. Suhl, L. R. Walker and P. W. Anderson, *Phys. Rev.*, Vol. **101**, pp. 903—904; 1956.

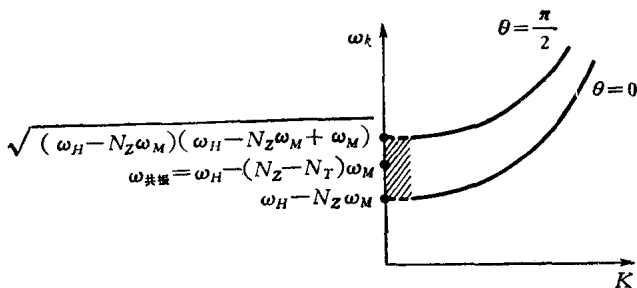


图2. 自旋波頻譜. 通常共振頻率总是同許多波長和傳播方向的自旋波簡并化的, 但无限薄的、垂直磁化的圓片是例外. 在斜綫区域, 自旋波不再是系統的严格正确的模.

$$\omega_k^2 = (\omega_H - N_z \omega_M + \omega_{\text{交換}} l^2 k^2)(\omega_M - N_z \omega_M + \omega_{\text{交換}} l^2 k^2 + \omega_M \sin^2 \theta). \quad (16)$$

因此, 等式

$$\omega_{\text{共振}} = \omega_k$$

对 $\mathbf{k}$ 空間的整个旋轉面都是正确的, 在計算由不規則性引起的綫寬时, 从一致进动移出的能量分布在全部簡并簇中^[12]. 由此可假設損耗的产生是由于同其他自旋波的相互作用, 或者在較小程度上, 是由于同晶格的直接的相互作用. 类似地也发生了这样的問題: 沿 OZ 軸以外的方向的簡并自旋波是否也能达到不稳定状态? 或許还在比(13)式还低的臨閾訊号下呢? 然而, 可指出的是在共振时, z 方向的自旋波的确具有最低的臨閾值, 还表明(參閱第 VI 节)甚至在超过臨閾訊号时, 也只有接近 z 方向的自旋波才起显著的作用.

最后, 我們必須注意以前所忽略了的困难. 我們是預先假設样品中小的自由扰动有着自旋波的形式. 但这并不是严格正确的. 不管損耗、交換場和与一致进动的任何耦合, 在綫性近似下, 真正的“自然模”是解(1)式的綫性形式

$$\delta \dot{\mathbf{M}} = -\gamma \{ (H_0 - 4\pi N_z M) [\delta \mathbf{M} \times \mathbf{i}_z] - M [\mathbf{i}_z \times \mathbf{h}_d] \} \quad (17)$$

[12] 垂直磁化的无限薄的圓片情形是一个例外. 它的共振頻率 $\omega_H - \omega_M$ 位于自旋波頻譜的最低点 ($k = 0, \theta = 0$). 簡并簇于是縮为一点.