

声表面波原理 及其在电子技术中的应用

武以立 邓盛刚 王永德 编著



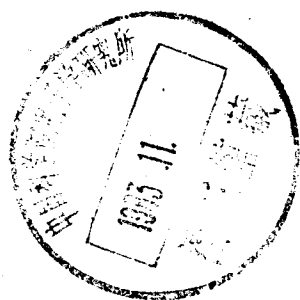
国防工业出版社

53.545

313

声表面波原理及其在电子技术中的应用

武以立 邓盛刚 王永德 编著



国防工业出版社

1110954

内 容 简 介

本书系统地介绍了声表面波技术的基本原理及应用。全书共分七章。主要内容有：声表面波技术简介；各种介质中弹性表面波的求解和基本特性；各种声表面波器件的原理、设计（其中重点介绍了声表面波滤波器）及在雷达和扩展频谱通信系统中的应用。

本书可供从事声表面波器件的研制、生产以及从事电子系统工程的科技人员阅读参考；也可供高等院校有关专业的教师、研究生和高年级学生参考。

声表面波原理及其在电子技术中的应用

武以立 邓盛刚 王永德 编著

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168¹/₃₂ 印张11¹/₈ 283千字

1983年8月第一版 1983年8月第一次印刷 印数：0,001—4,000册

统一书号：15034·2497 定价：1.40元

前 言

声表面波 (SAW) 技术是六十年代末期才发展起来的新兴科技领域, 是电子学和声学相结合的一门边缘科学, 具有很大的实用价值, 因此发展很快。

本书对声表面波技术的基本知识和基本理论以及它在电子技术中的应用作了较系统的介绍。书中第一章介绍声表面波技术的发展概况、特点和应用; 第二章介绍各向同性介质、各向异性介质以及压电各向异性介质中弹性表面波的求解和基本特性; 第三章介绍叉指换能器的基本理论和基本特性, 包括各种基本分析模型和场分析。这两章是 SAW 技术的基础。第四章和第五章介绍各种声表面波器件 (SAWD) 的工作原理、基本特性和器件设计的基本考虑。鉴于声表面波滤波器 (SAWF) 具有代表性, 并且应用得最广泛, 所以专门作为一章加以介绍, 而将其它各种 SAWD (如声表面波延迟线、振荡器、编译码器、脉冲压缩滤波器以及声表面卷积器等) 另辟一章介绍。本书最后两章介绍声表面波在电子技术中的应用, 其中一章介绍在雷达系统中的应用, 另一章介绍在扩展频谱通信系统中的应用。

本书第一、二、三、五章由武以立执笔; 第四章由邓盛刚执笔; 第六章和第七章由王永德执笔编写。李忠诚同志审阅了本书, 并提出了宝贵的意见, 在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限, 难免有不当之处, 请批评指正。

编 者

目 录

第一章 概述	1
§ 1.1 声表面波技术的发展概况	1
§ 1.2 声表面波技术的特点	2
§ 1.3 声表面波技术的应用	4
第二章 固体中的弹性波	6
§ 2.1 弹性波的波方程	6
§ 2.2 各向同性介质中弹性表面波的求解	9
§ 2.3 各向同性介质中瑞利波的基本特性	14
一、瑞利波的质点位移	14
二、瑞利波的传播速度	15
§ 2.4 各向异性介质中的声表面波	15
§ 2.5 压电介质中的声表面波	21
§ 2.6 在薄层介质中的声表面波	26
一、瑞利型波	27
二、洛夫波	29
§ 2.7 声表面波的波束偏向	31
§ 2.8 声表面波的衍射	34
第三章 叉指换能器	39
§ 3.1 叉指换能器的工作原理和基本特性	39
§ 3.2 叉指换能器的 δ 函数模型	44
§ 3.3 叉指换能器的脉冲响应模型	48
一、叉指换能器脉冲响应与换能器几何结构的关系	49
二、叉指换能器脉冲响应的解析表示	51
三、叉指换能器输入导纳的计算	52
四、电负载的影响	55
§ 3.4 叉指换能器的等效电路模型	57
一、横向激励纵向振动的体声波换能器的马松等效电路	58
二、叉指换能器的马松等效电路及其导纳矩阵	59

三、叉指换能器在声同步时的基本特性	62
四、叉指换能器声辐射导纳的频率特性	64
五、叉指换能器的散射和传输特性	65
§ 3.5 叉指换能器的谐波分析	67
§ 3.6 叉指换能器的加权	73
一、指长重迭加权	74
二、抽指加权	75
三、相位加权	79
四、电容加权	81
五、串联耦合加权	81
§ 3.7 叉指换能器的二阶效应	82
一、叉指电极的反射	82
二、声电再生	85
三、体波的激发	86
第四章 声表面波带通滤波器	91
§ 4.1 声表面波带通滤波器的工作原理	91
一、声表面波带通滤波器的结构及工作原理	91
二、声表面波带通滤波器的特点	92
§ 4.2 声表面波带通滤波器的频域分析	92
一、利用 δ 函数模型分析带通滤波器的频响	94
二、利用等效电路模型分析带通滤波器的频响	100
§ 4.3 声表面波带通滤波器的时域分析	118
一、叉指换能器脉冲响应的均匀抽样及其频谱分布	118
二、叉指换能器脉冲响应的相位抽样程序及其频谱分布	123
三、实现非对称频响的抽样技术	131
§ 4.4 对称通带声表面波带通滤波器的设计	134
一、利用窗口函数技术综合声表面波带通滤波器	134
二、利用数字傅里叶变换技术综合声表面波带通滤波器	158
§ 4.5 非对称频响声表面波带通滤波器的设计	171
一、利用“积木式”方法综合电视中频滤波器	171
二、利用离散傅里叶变换和抽样技术综合电视中频滤波器	185
三、电视中频滤波器的其他设计方法	190
§ 4.6 声表面波窄带滤波器	198
一、利用叉指换能器空间谐波响应的窄带滤波器	198
二、利用声表面波谐振器的窄带滤波器	204
§ 4.7 声表面波滤波器的匹配网络和封装结构	214
一、匹配网络的设计准则	214

二、无源匹配网络	216
三、封装结构和晶体基片	220
§ 4.8 二阶效应对带通滤波器性能的影响	224
一、速度各向异性、衍射和束转向	234
二、体波效应	227
三、金属电极的反射和声电再生效应	232
四、三次渡越反射	232
五、基片端面的反射	233
第五章 声表面波信号处理器件	234
§ 5.1 声表面波延迟线	234
一、延迟线基片材料的选取	235
二、换能器的设计	235
三、延迟线的带宽与插入损耗	240
四、延迟线的三次渡越抑制	243
五、延迟线的温度稳定性	246
六、表面波长延迟线	246
§ 5.2 声表面波振荡器	248
一、模式控制	249
二、振荡器的频率稳定性	250
三、振荡器的调谐和频率调制	253
§ 5.3 相位编码发生器和相关器	255
一、相位编码信号	255
二、相位编码发生器	255
三、相位编码相关器	256
四、相位编码器件中的二阶效应	258
§ 5.4 声表面波色散延迟线	260
一、声表面波色散延迟线的工作原理	260
二、色散延迟线的结构型式	263
三、声表面波色散延迟线的应用	266
四、线性调频色散延迟线的设计	267
§ 5.5 声表面波卷积器	277
一、声表面波卷积器的基本原理	277
二、声表面波卷积器的效率	279
三、几种典型的表面波卷积器	281
四、空闲波	284
五、卷积器的信号处理功能	285
第六章 声表面波技术在雷达系统中的应用	286

VIII

§ 6.1 引言	286
§ 6.2 脉冲压缩雷达	287
一、线性调频脉冲压缩	290
二、非线性调频脉冲压缩	299
三、离散编码脉冲压缩	303
四、结语	309
§ 6.3 动目标显示雷达	311
§ 6.4 脉冲多普勒雷达	315
一、脉冲多普勒雷达原理	315
二、SAW 器件与 CCD 器件相结合的多普勒处理器	318
三、声表面波 CZT 分析器	320
第七章 声表面波在扩展频谱通信系统中的应用	327
§ 7.1 引言	327
§ 7.2 宽带合成器	330
§ 7.3 同步器	335
§ 7.4 匹配滤波器通信系统	339
§ 7.5 串-并处理器	342
参考文献	347

第一章 概 述

声表面波技术是六十年代末期才发展起来的一门新兴科学技术领域，它是声学 and 电子学相结合的一门边缘学科。由于声表面波的传播速度比电磁波慢十万倍，而且在它的传播路径上容易取样和进行处理，因此，用声表面波去模拟电子学的各种功能，能使电子器件实现超小型化和多功能化。同时，由于声表面波器件在甚高频和超高频波段内以十分简单的方式提供了用其它方法不易得到的信号处理功能，因此，声表面波技术在雷达、通信和电子对抗中得到了广泛的应用。

§ 1.1 声表面波技术的发展概况

声表面波是沿物体表面传播的一种弹性波。早在九十多多年前，人们就对这种波进行了研究。1885年，瑞利根据对地震波的研究，从理论上阐明了在各向同性固体表面上弹性波的特性。但由于当时的科学技术水平所限，这种弹性表面波一直没有得到实际上的应用。直到六十年代，由于半导体平面工艺以及激光技术的发展，出现了大量人造压电单晶，才为声表面波技术的发展提供了必要的物质和技术基础。

1949年，美国贝尔电话实验室发现了 LiNbO_3 单晶。1964年，发表了激发弹性表面波平面结构换能器的专利。特别应该指出的是，1965年，怀特(R. M. White)和沃尔特默(F. W. Voltmer)在应用物理杂志上发表了题为“一种新型表面波声-电换能器——叉指换能器”的论文，从而取得了声表面波技术的关键性突破。

国外对声表面波技术有意识的、认真的开发和研究大约始于

1110954

1967年。这一年，在美国IEEE超声会议上，第一次成立了一个单独的声表面波分组会，提出了七篇论文；同年，伦敦大学的埃立克·阿什（E. A. Ash）提出了把声表面波器件作为无源器件应用于电子技术的倡议。1968年的IEEE超声会议上成立了一个特邀分会，提出了微波电磁器件的声学模拟的概念，并对它的前景作了明确的估计，从而开辟了声学 and 电子学相结合的声表面波技术领域。此外，1968年还在技术上取得了重大的进展。美国斯坦福大学的研究小组在 LiNbO_3 基片上，用叉指换能器取得了仅4dB的声电转换损耗，它使人们更清楚地看到了实际应用声表面波的可能性，从而大大促进了声表面波技术的研究工作。自此，声表面波技术走上了迅速发展的道路。

声表面波技术的发展速度是十分惊人的。1966年美国IEEE超声会议上只有两篇声表面波方面的文章，到1972年就增加到95篇，占会议论文总数的68%。六十年代末，欧美各国从事声表面波技术的总共不到一百人，而今天研究声表面波技术的单位已遍及各著名大学、重要的研究机构和有关的各大公司。在短短几年中，一些声表面波器件就脱离了实验室阶段而进入实际使用，并过渡到进行批量生产。现在，声表面波技术已经在电子工业中产生了重大的影响。在我国，声表面波技术的研究是1970年以后开始的，发展也十分迅速。1977年10月和1980年4月相继召开了全国第一届和第二届声表面波学术会议，除科学院和高等学校已成立专门研究机构外，许多电子元器件工厂正纷纷开始试制和少量生产声表面波器件。可以预期，我国的声表面波技术必将得到更大的发展。

§ 1.2 声表面波技术的特点

人们不禁要问，声表面波技术为什么在短短的十来年的时间内就会得到如此巨大的发展呢？要回答这一问题就必须了解声表面波技术的特点和它的巨大使用价值。为此，必须首先简单地介

绍一下声表面波器件的基本结构和工作原理。

声表面波器件的基本结构示于图 1-1 中，它是在压电基片上制作两个声-电换能器——叉指换能器。所谓叉指换能器，就是在压电基片表面上形成形状像两只手的手指交叉状的金属图案，它的作用是实现声-电换能。声表面波器件的工作原理是，基片左端的换能器（输入换能器）通过逆压电效应将输入的电信号转变成声信号，此声信号沿基片表面传播，最终由基片右边的换能器（输出换能器）将声信号转变成电信号输出。整个声表面波器件的功能是通过对在压电基片上传播的声信号进行各种处理，并利用声-电换能器的特性来完成的。

声表面波技术有如下的特点：

第一，声表面波具有极低的传播速度和极短的波长，它们各自比相应的电磁波的传播速度和波长小十万倍。在 VHF 和 UHF 频段内，电磁波器件的尺寸是与波长相比拟的。同理，作为电磁器件的声学模拟——声表面波器件，它的尺寸也是和信号的声波波长相比拟的。因此，在同一频段上，声表面波器件的尺寸比相应电磁波器件的尺寸减小了很多，重量也随之大为减轻。例如，用一公里长的微波传输线所能得到的延迟，只需用传输路径为 1 cm 的声表面波延迟线即可完成。这表明声表面波技术能实现电子器件的超小型化。

第二，由于声表面波系沿固体表面传播，加上传播速度极慢，这使得时变信号在给定瞬时可以完全呈现在晶体基片表面上。于是当信号在器件的输入和输出端之间行进时，就容易对信号进行取样和变换。这就给声表面波器件以极大的灵活性，使它能以非常简单的方式去完成其它技术难以完成或完成起来过于繁重的各种功能。比如脉冲信号的压缩和展宽、编码和译码以及信号的相

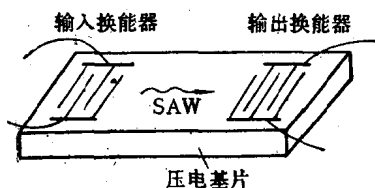


图1-1 SAW器件的基本结构

关和卷积。一个实际例子是 1976 年报道的一个长为一英寸的声表面波卷积器，它具有使两个任意模拟信号进行卷积的功能，而它所适应的带宽可达 100MHz，时间-带宽积可达一万。这样一个卷积器可以代替由几个快速傅里叶变换 (FFT) 链作成的数字卷积器，即实际上可以代替一台专用卷积计算机。

此外，在很多情况下，声表面波器件的性能还远远超过了最好的电磁波器件所能达到的水平。比如，用声表面波可以作成时间-带宽乘积大于五千的脉冲压缩滤波器；在 UHF 频段内可以作成 Q 值超过五万的谐振腔，以及可以作成带外抑制达 70dB、频率达 1 GHz 的带通滤波器。

第三，由于声表面波器件是在单晶材料上用半导体平面工艺制作的，所以它具有很好的一致性和重复性，易于大量生产，而且当使用某些单晶材料或复合材料时，声表面波器件具有极高的温度稳定性。

第四，声表面波器件的抗辐射能力强，动态范围很大，可达 100dB。这是因为它利用的是晶体表面的弹性波而不涉及电子的迁移过程。

声表面波技术目前也存在某些不足之处。首先，由于受工艺的限制，声表面波器件的工作频率被局限在 2 ~ 3 GHz 以下；另外，由于它采用单晶材料，制作工艺要求精度高、条件苛刻，使得它的成本较高、价格较贵。

§ 1.3 声表面波技术的应用

迄今已经研制成功了许多声表面波器件，如表面波带通滤波器、延迟线、匹配滤波器、振荡器和表面波卷积器等。由于声表面波器件具有小型、可靠性高、一致性好、多功能以及设计灵活等优点，所以它在雷达、通信、空中交通管制、电子战、微波中继、声纳以及电视中已经或正在得到广泛的应用。特别是在某些方面，与其它可用的技术相比，声表面波技术提供了一种更加经

济，或用其他技术难以解决的途径。比如上面所述的声表面波脉冲压缩滤波器，它可以代替一台专用的数字计算机。据报道，美国林肯实验室研制成功的反射栅脉冲压缩滤波器，已经用于ALCOR雷达中，性能良好，体积大大缩小，并且使脉压系统的造价从200万美元下降到5万美元。又如声表面波带通滤波器，它填补了高Q晶体滤波器和LC滤波器之间的空白，解决了在VHF波段用其它技术难于解决的问题。此外，声表面波振荡器(SAWO)也具有类似填补空白的功能。总之，声表面波器件已经和正在用来改进和翻新现有的电子系统。

在信号处理领域内，声表面波器件的竞争对手是电荷耦合器件(CCD)和数字技术，但它们并不能取代声表面波器件而是互相补充。一般情况下，在大时宽和小带宽的场合通常采用CCD，而在小时宽大带宽时则优先考虑SAWD，若将两者结合起来互相取长补短，则可能构成更完善的信号处理系统。此外，在电子计算机高速发展的今天，似乎有数字信号处理取代各种模拟器件的趋势，但是即使如此，在相当长的一个时期内，SAWD和CCD仍具有极强的生命力。它们在高速、低价、低功耗和高可靠性方面的优点是数字技术难以比拟的。

第二章 固体中的弹性波

什么是波？众所周知，波是振动在媒质中的传播过程。在自然界中存在着各种类型的波，如人们所熟悉的声波和电磁波，它们分别是机械振动和电磁振动在媒质中的传播。那么，什么是弹性波呢？弹性波是机械振动在弹性媒质中的传播。由于它是声表面波技术的基础，所以需要系统地加以介绍。本章主要讨论在各向同性、各向异性和压电各向异性固体介质中弹性波的基本特性和传播规律，但仅限于讨论弹性表面波。

§ 2.1 弹性波的波方程

设想在连续媒质中划出一个小长方体，它的长、宽、高分别为 Δx_1 、 Δx_2 、 Δx_3 。当弹性波在媒质内传播时，小长方体以外的媒质对小长方体的每一个面上都作用着一个力。通常，这个作用力与小长方体的表面成任意方向，但是这个作用力总可以分解成与该表面垂直的一个分力以及与该表面平行的两个分力。图 2-1 示出了这样的小长方体和在其的表面上所受到的应力。

首先考虑与 x_1 轴垂直的两个平面上的应力。因为这两个平面十分接近，所以若设作用在 $x_1 = 0$ 的平面上，沿 x_1 方向的作

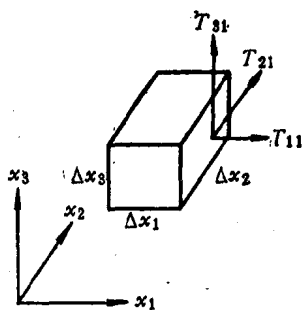


图 2-1 作用在无限小体积元表面上的应力

用力为 T_{11} ，则作用在 $x_1 = \Delta x_1$ 的平面上的力可以写成 $T_{11} + \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1$ 。同理，作用在与 x_2 轴垂直的两个平面上沿 x_1 方向的作用力

分别为 T_{12} 和 $T_{12} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} \Delta x_2$, 作用在与 x_3 轴垂直的两个平面上沿 x_1 方向的力分别为 T_{13} 和 $T_{13} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} \Delta x_3$ 。则作用在小长方体的六个面上有六个沿 x_i 方向的力, 它们的合力为

$$\begin{aligned} & \left[\left(T_{11} + \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} \Delta x_1 \right) \Delta x_2 \Delta x_3 - T_{11} \Delta x_2 \Delta x_3 \right] \\ & + \left[\left(T_{12} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} \Delta x_2 \right) \Delta x_1 \Delta x_3 - T_{12} \Delta x_1 \Delta x_3 \right] \\ & + \left[\left(T_{13} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} \Delta x_3 \right) \Delta x_1 \Delta x_2 - T_{13} \Delta x_1 \Delta x_2 \right] \\ & = \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} \right) \Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3 \end{aligned}$$

根据牛顿第二定律, 则有

$$\rho \Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} \right) \Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3$$

式中, ρ 为媒质的体密度; u_1 为媒质沿 x_1 方向的位移。将上式两端同时消去 $\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3$, 得到

$$\rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} \quad (2-1 a)$$

同理可得

$$\rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{23}}{\partial x_3} \quad (2-1 b)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} \quad (2-1 c)$$

式中, u_2 、 u_3 分别为媒质沿 x_2 和 x_3 方向的位移。方程 (2-1 a)、(2-1 b) 和 (2-1 c) 就是在直角坐标系中媒质的运动方程, 它们可以合起来用下述方程表示:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2-2)$$

若引用爱因斯坦求和惯例, 式 (2-2) 还可以更简洁地表示成

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2-3)$$

注意，上式暗含一个约定，即当物理量的脚标出现重复时就自动求和，如上式右边的 $\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$ 就代表 $\frac{\partial T_{i1}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{i3}}{\partial x_3}$ 。

根据广义虎克定律，在弹性媒质中，应力和应变之间存在下列关系：

$$T_{ij} = c_{ijkl} \cdot S_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (2-4 a)$$

式中 c_{ijkl} 为媒质的弹性刚度常数。式 (2-4 a) 实际上是弹性媒质中应力 T 和应变 S 各分量之间下述线性关系的概括：

$$\begin{aligned} T_{11} &= c_{1111} S_{11} + c_{1122} S_{22} + c_{1133} S_{33} + c_{1123} S_{23} + c_{1131} S_{31} + c_{1112} S_{12} \\ T_{22} &= c_{2211} S_{11} + c_{2222} S_{22} + c_{2233} S_{33} + c_{2223} S_{23} + c_{2231} S_{31} + c_{2212} S_{12} \\ T_{33} &= c_{3311} S_{11} + c_{3322} S_{22} + c_{3333} S_{33} + c_{3323} S_{23} + c_{3331} S_{31} + c_{3312} S_{12} \\ T_{23} &= c_{2311} S_{11} + c_{2322} S_{22} + c_{2333} S_{33} + c_{2323} S_{23} + c_{2331} S_{31} + c_{2312} S_{12} \\ T_{31} &= c_{3111} S_{11} + c_{3122} S_{22} + c_{3133} S_{33} + c_{3123} S_{23} + c_{3131} S_{31} + c_{3112} S_{12} \\ T_{12} &= c_{1211} S_{11} + c_{1222} S_{22} + c_{1233} S_{33} + c_{1223} S_{23} + c_{1231} S_{31} + c_{1212} S_{12} \end{aligned} \quad (2-4 b)$$

由上式可以清楚地看出，对于各向异性弹性媒质，某一方向的应力不仅与该方向的应变有关，还与所有其它方向的应变有关；或者说，某一方向的应力不仅产生同方向的应变，而且还产生其它方向的应变。

式 (2-4 b) 也可以写成更醒目的矩阵形式：

$$\begin{pmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1111} & c_{1122} & c_{1133} & c_{1123} & c_{1131} & c_{1112} \\ c_{2211} & c_{2222} & c_{2233} & c_{2223} & c_{2231} & c_{2212} \\ c_{3311} & c_{3322} & c_{3333} & c_{3323} & c_{3331} & c_{3312} \\ c_{2311} & c_{2322} & c_{2333} & c_{2323} & c_{2331} & c_{2312} \\ c_{3111} & c_{3122} & c_{3133} & c_{3123} & c_{3131} & c_{3112} \\ c_{1211} & c_{1222} & c_{1233} & c_{1223} & c_{1231} & c_{1212} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{23} \\ S_{31} \\ S_{12} \end{pmatrix} \quad (2-4 c)$$

比较式 (2-4 a) 和 (2-4 c) 可知，应力张量有六个分量，它们

是 $T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{23}, T_{31}, T_{12}$; 应变张量也有六个分量 ($S_{11}, S_{22}, S_{33}, \dots$); 弹性刚度常数张量有三十六个分量 ($c_{1111}, c_{1122}, c_{1133}, c_{1123}, \dots$)。

应变 S_{kl} 和质点位移 u_i 之间存在下列关系:

$$S_{kl} = \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (k, l = 1, 2, 3) \quad (2-5)$$

将式 (2-4 a) 和 (2-5) 代入媒质的运动方程 (2-3), 就可得到

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_l \partial x_j} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (2-6)$$

上式就是非压电弹性媒质中的波动方程。通过求解这一方程就可以得到非压电媒质中弹性波的基本特性。

§ 2.2 各向同性介质中弹性表面波的求解

设有一个半无限大的固体介质, 在 $x_3 = 0$ 的表面以上为真空或空气, 在 $x_3 = 0$ 的表面以下为无限延伸的固体介质, 如图 2-2 所示。

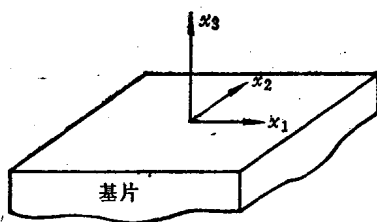


图2-2 SAW传播的坐标系

现在讨论沿 $x_3 = 0$ 的表面传播的弹性表面波。首先是求解弹性波的波方程 (2-6)。根据波方程的性质, 它的解可以写成

$$u_i = a_i \exp \{ j [\omega t - \beta (l_1 x_1 + l_2 x_2 + l_3 x_3)] \} \quad (2-7)$$

$$(i = 1, 2, 3)$$

式中, l_1, l_2 和 l_3 为波传播方向的方向余弦, $\omega = 2\pi f$ 为角频率,