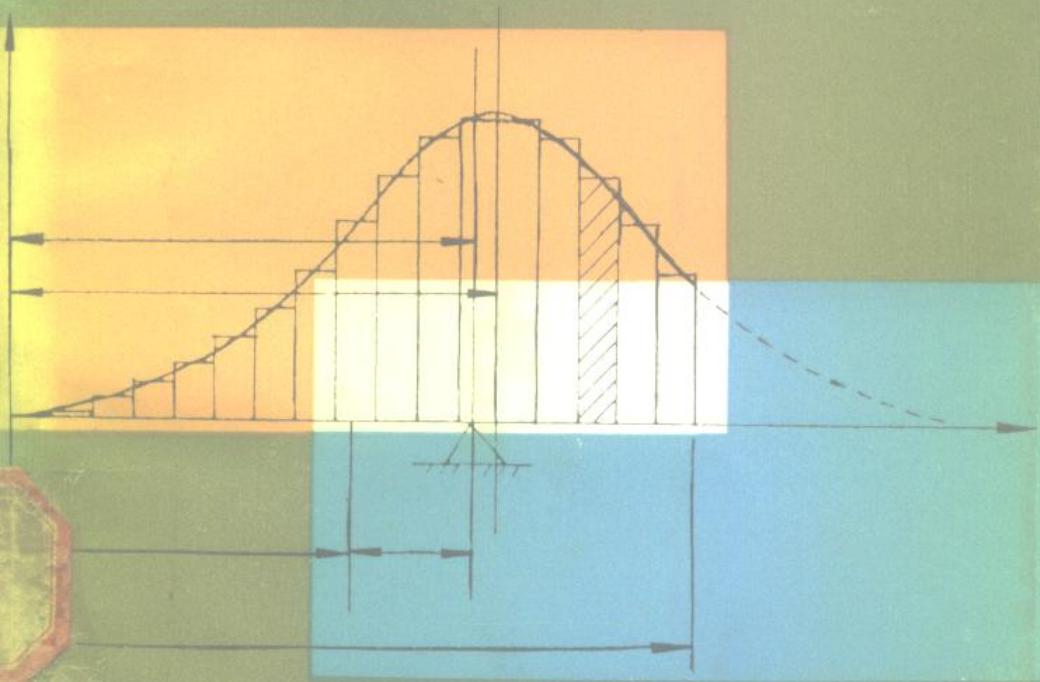


# 统计公差与 机械精度

李纯甫 编著



机械工业出版社

341645

# 统计公差与机械精度

李纯甫 编著



机械工业出版社

2015.10.6  
本书介绍了尺寸链与运动链误差的计算，在研究了尺寸误差的概率分布特性及其统计参数的基础上，提出了计算尺寸公差的统一方法，阐述了公差控制和公差分配，以及在控制尺寸链、运动链和工件测量验收等机械精度方面的应用。

全书分为四个部分：

第一部分为基本概念和基本方法，包括第一章和第二章；第二部分为计算方法，包括第三章和第四章；第三部分为基本理论，包括第五章、第六章和第七章；第四部分为实际应用，包括第八、九、十、十一和十二章。

本书可供从事机械设计、制造工艺、质量管理和计量检验工作的工程技术人员使用，也可供高等院校有关专业师生参考。

## 统计公差与机械精度

李纯良 编著

责任编辑：贺巍盒 责任校对：孙志筠

封面设计：王利平 版式设计：吴静霞

责任印制：张凌

机械工业出版社出版（北京城门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业登记证字第117号）

中国农业机械出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本787×1092<sup>1/32</sup>·印张9<sup>1/4</sup>·字数193千字

1990年2月北京第一版·1990年2月北京第一次印刷

印数 0,001—3,415·定价：7.50元

ISBN 7-111-01705-6/TH·293

## 前　　言

在机械产品设计过程中，需要进行运动计算和强度计算以决定其零部件的基本尺寸，还需要进行误差或公差的计算，以决定产品装配精度和运动精度及其零部件的极限偏差和公差。

在生产工程中把零部件、产品质量特性值的容许变动量称为公差。公差是一种随机变量，公差计算应当遵循概率统计的方法，因此西方国家把有关尺寸公差的计算问题称为统计公差。分析零件工艺过程的制造误差和提高产品装配精度与运动精度，需要进行公差分析和计算，以便能适当控制那些最有影响的尺寸公差，从而使产品获得最佳技术经济效益。

本书在研究尺寸误差的概率分布特性及其统计参数的基础上，提出了计算尺寸公差的统一方法，阐述了公差控制和公差分配，以及在控制尺寸链、运动链和工件测量验收等机械精度方面的应用。

全书共十二章，分为四个部分：

第一部分为基本概念和基本方法，包括第一章统计公差与统计参数和第二章尺寸关系；

第二部分为计算方法，包括第三章原始尺寸和第四章合成尺寸；

第三部分为基本理论，包括第五章过程参数、第六章制造原则和第七章公差与成本模型；

第四部分为实际应用，包括第八章公差控制、第九章公差分配、第十章工艺尺寸链、第十一章传动链误差和第十二章工件的测量验收。

限于作者水平，书中难免有错误和疏漏之处，请读者指正。

$F$	综合因子		率
$F'_t$	切向综合误差的 公差	$r$	矢量模
$F'_n$	径向综合误差的 公差	$\bar{r}$	矢量随机量
$F_t$	传动误差	$s$	1. 标准差 2. 工艺尺寸 3. 综合传动误差
$F_{\varphi \max}$	最大传动误差	$s_r$	正转时综合传动误差
$F_{\varphi \min}$	最小传动误差	$s_t$	反转时综合传动误差
$i$	传动比	$s_{\max}$	最大综合传动误差
$I$	公差因子	$s_{\min}$	最小综合传动误差
$j_n$	法向侧隙	$S_u$	上限安全裕度
$j_r$	径向侧隙	$S_L$	下限安全裕度
$j_\varphi$	圆周侧隙	$T$	公差
$j_\varphi$	用角度(') 表示的圆 周侧隙	$u$	测量不确定度
$K$	相位分布系数	$x$	1. 随机量 2. 尺寸偏差
$K_o$	封闭环相对分布系数	$x_0$	合成尺寸偏差
$K_s$	相位补偿系数	$\bar{x}$	平均偏差
$L$	基本尺寸	$z$	1. 齿数 2. 余量尺寸
$m$	1. 模数 2. 误收率	$\alpha$	1. 角度尺寸 2. 安全裕度
$n$	1. 组成环数 2. 误废率	$\beta$	角度尺寸
$n_s$	已给定公差的组成环 数	$\Delta_m$	中间偏差
$n_t$	待决定公差的组成环 数	$\Delta_u$	上偏差
$p$	公差指数 出现在公差带外的概	$\Delta_L$	下偏差
		$\Delta_B$	回差中间偏差
		$\Delta_F$	传动误差中间偏差

$\Delta$	综合传动误差 中间 偏差	$\lambda$	1. 相对标准差 2. 拉格朗日乘数
$\Delta E_s$	分度圆齿厚偏差	$\lambda_s$	正态分布的相对标准 差
$\Delta E_w$	公法线长度偏差		
$\Delta E_c$	双啮中心距偏差	$\mu$	分布的数学期望
$\Delta E_r$	进刀偏差	$\xi$	传递系数
$\Delta F_t$	切向综合误差	$\sigma$	标准差
$\Delta F_r$	径向综合误差	$\varphi$	角度尺寸
$\varepsilon$	中心偏移量	$\psi$	随机矢量方向角
$\theta$	1. 角度尺寸 2. 有向矢量方向角	$\omega$	随机矢量分散度

# 目 录

## 主要符号

第一章 统计公差与统计参数 .....	1
一、尺寸公差与统计尺寸公差 .....	1
1. 尺寸误差及其分布 .....	1
2. 尺寸公差 .....	3
3. 统计尺寸公差 .....	5
二、统计方法与统计参数 .....	7
1. 频率分布及其数字特征 .....	3
2. 概率分布及其数字特征 .....	11
3. 统计参数 .....	16
第二章 尺寸关系 .....	35
一、尺寸链 .....	35
1. 尺寸链术语与概念 .....	36
2. 尺寸链形式 .....	38
二、运动链 .....	45
1. 运动链术语与概念 .....	45
2. 原始机构 .....	49
三、传递系数 .....	52
1. 常值传递系数 .....	53
2. 变值传递系数 .....	55
第三章 原始尺寸 .....	59
一、原始尺寸的形式 .....	59
二、零件尺寸——一体型尺寸 .....	61
1. 标量原始尺寸 .....	61

2. 有向矢量原始尺寸 .....	63
3. 随机矢量原始尺寸 .....	65
三、部件尺寸——间隙型尺寸 .....	68
1. 接触式标量原始尺寸 .....	68
2. 移动式标量原始尺寸 .....	72
3. 接触式有向矢量原始尺寸 .....	74
4. 移动式有向矢量原始尺寸 .....	75
5. 接触式随机矢量原始尺寸 .....	76
6. 移动式随机矢量原始尺寸 .....	77
第四章 合成尺寸 .....	85
一、合成尺寸的形式 .....	85
二、标量合成尺寸 .....	87
1. 标量合成尺寸计算公式 .....	87
2. 标量合成尺寸的分布 .....	90
3. 应用实例 .....	92
三、随机矢量合成尺寸 .....	94
1. 随机矢量合成尺寸计算公式 .....	95
2. 随机矢量合成尺寸的分布 .....	97
3. 应用实例 .....	99
四、有向矢量合成尺寸 .....	102
1. 有向矢量合成尺寸计算公式 .....	103
2. 有向矢量合成尺寸的分布 .....	109
3. 应用实例 .....	110
第五章 过程参数 .....	114
一、一般术语 .....	114
二、数学期望随时间变化的分布 .....	119
1. 刀具磨损与 $a(t)$ 函数 .....	119
2. 过程尺寸点图及其分布 .....	120
3. 合成分布的标准形式 .....	121

三、方差随时间变化的分布 .....	123
1. 刀具磨钝与 $b(t)$ 函数 .....	124
2. 过程尺寸点图及其分布 .....	124
3. 合成分布的标准形式 .....	125
四、数学期望与方差均随时间变化的分布 .....	128
1. 过程尺寸点图及其分布 .....	128
2. 合成分布及其参数 .....	129
3. 讨论 .....	130
五、过程的定位控制 .....	131
<b>第六章 制造原则 .....</b>	<b>135</b>
一、完全互换法 .....	136
二、大数互换法 .....	139
三、分组装配法 .....	144
1. 过程能力相近 .....	145
2. 能力不等, 其中一零件的过程能力高于设计公差 .....	145
3. 能力不等, 两零件的过程能力都低于设计公差 .....	146
四、不能互换的方法 .....	149
1. 配制法 .....	150
2. 修配法 .....	151
3. 调整法 .....	153
<b>第七章 公差与成本模型 .....</b>	<b>156</b>
一、工艺过程的成本模型 .....	156
1. 单工序成本模型 .....	157
2. 多工序成本模型 .....	158
二、公差与成本关系的应用 .....	159
1. 按设计要素决定公差 .....	160
2. 按综合因子决定公差 .....	162
<b>第八章 公差控制 .....</b>	<b>165</b>
一、典型部件的公差控制 .....	165

1. 装配尺寸链分析 .....	165
2. 装配尺寸链计算 .....	168
<b>二、典型尺寸链的公差控制 .....</b>	<b>175</b>
1. 离心泵口环间隙尺寸链 .....	176
2. 离心泵口环间隙计算 .....	176
<b>第九章 公差分配 .....</b>	<b>181</b>
<b>一、一般分配法 .....</b>	<b>182</b>
1. 相等公差法 .....	182
2. 相等精度法 .....	185
3. 相等影响法 .....	188
<b>二、最低成本法 .....</b>	<b>189</b>
1. 理论公式 .....	190
2. 应用实例 .....	194
<b>三、实用分配法 .....</b>	<b>197</b>
1. 综合因子法 .....	198
2. 线性简化法 .....	199
<b>第十章 工艺尺寸链 .....</b>	<b>203</b>
<b>一、工艺过程尺寸分析 .....</b>	<b>203</b>
<b>二、用图论方法查找工艺尺寸链 .....</b>	<b>207</b>
1. 基本知识 .....	207
2. 混合图与工艺尺寸链 .....	208
<b>三、尺寸链网格图与矩阵 .....</b>	<b>213</b>
1. 网格图 .....	212
2. 尺寸链矩阵表达式 .....	213
<b>四、工艺尺寸链的计算 .....</b>	<b>215</b>
<b>第十一章 传动链误差 .....</b>	<b>222</b>
<b>一、传动链回差 .....</b>	<b>222</b>
1. 齿轮副的回差 .....	223
2. 传动链的回差 .....	230

3. 应用实例 .....	232
<b>二、传动链单向传动误差 .....</b>	<b>235</b>
1. 齿轮副的传动误差 .....	235
2. 传动链的传动误差 .....	240
3. 应用实例 .....	241
<b>三、传动链综合传动误差 .....</b>	<b>243</b>
1. 齿轮副的综合传动误差 .....	243
2. 传动链的综合传动误差 .....	247
3. 应用实例 .....	248
<b>第十二章 工件的测量验收 .....</b>	<b>250</b>
<b>一、测量误差与验收极限 .....</b>	<b>250</b>
1. 基本关系 .....	250
2. 稳定过程中的误废率与误收率 .....	253
3. 不稳定过程中的误废率与误收率 .....	259
4. 安全裕度与验收极限 .....	261
<b>二、两点量法与泰勒原则 .....</b>	<b>264</b>
1. 尺寸增量及其分布 .....	264
2. 两点量法的误收率 .....	268
3. 安全裕度 .....	272
<b>附录 .....</b>	<b>277</b>
1. 正态分布函数 .....	277
2. 瑞利分布函数 .....	279
<b>参考文献 .....</b>	<b>281</b>

# 第一章 统计公差与统计参数

统计公差的概念可以从广义和狭义两方面来解释：广义的统计公差是指用统计方法处理公差与误差问题，其内容包含尺寸链与运动链的误差与公差的计算，并在一定程度上涉及误差理论、质量控制、工件的统计检验与测量验收；狭义的统计公差是指用统计方法计算尺寸公差，其内容主要是尺寸链公差的计算。

本章阐明零件尺寸的概率统计特性及其统计参数。通常尺寸公差只规定极限尺寸或极限偏差，用以限制合格零件尺寸的变动范围，不规定尺寸的概率分布特性。为了有利于计算与控制公差，在规定极限尺寸或极限偏差的同时，还规定了尺寸的概率分布特性，这便是统计尺寸公差。

尺寸的概率分布特性可用直方图、频率分布及其数字特征来表示。统计参数是描述尺寸在公差带内的概率分布特性的参数，本章着重介绍几种典型分布的统计参数。

## 一、尺寸公差与统计尺寸公差

经验告诉我们：没有两件完全相同的实际东西，也不会有两个完全相等的实际尺寸。任何工艺过程都难以把零件尺寸制造得绝对准确，必然存在差异。正是在承认存在差异的基础上规定了尺寸公差，在分析误差概率分布特性的基础上形成了统计公差。

### 1. 尺寸误差及其分布

从某个工艺过程中取出一批零件，仔细考察这些零件尺寸间存在的差异，测量出这些零件的尺寸数值。通常我们把测量得到的零件尺寸称为实际尺寸，在工艺过程中希望达到的某一尺寸作为理想尺寸，实际尺寸与理想尺寸之差即为尺寸误差。尺寸误差相对于理想尺寸的变动有大有小，可正可负，形成一定的分布形式，如图1-1所示。图中 $L$ 表示理想尺寸， $t_i$ 表示实际尺寸， $\bar{x}$ 表示尺寸误差。

尺寸误差有不同性质，通常可分为随机误差与系统误差两类。如果误差的数值在一定范围内有大有小，误差的符号可正可负，也就是说每个尺寸误差数值大小与符号正负都不能预先确定，而是随机出现的，这类误差则称为随机误差。如果误差的数值与符号固定不变，或有规律地变化，这类误差则称为系统误差。形成随机误差的因素比较复杂，产生系统误差的因素比较单一。例如在机床上加工零件时，影响零

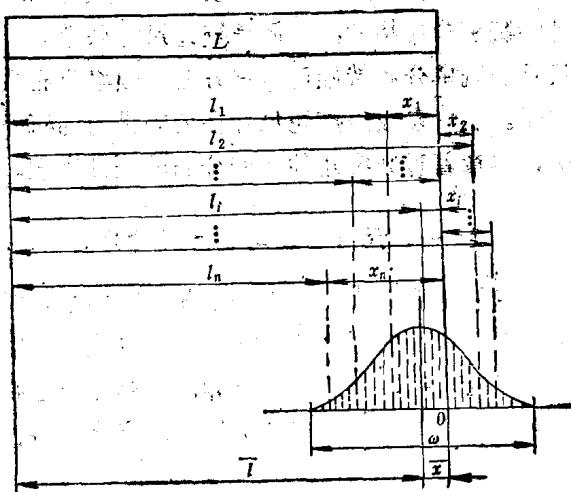


图1-1 尺寸误差及其分布

件尺寸变动的因素有加工余量的变动、材料机械性能不匀、刀具磨钝与磨损、机床振动与变形、夹具误差、计量器具不确定度、温度以及周围环境的变化等等。如果上述诸因素对被加工尺寸不同程度上都有某些影响，但是哪个因素也不起决定性作用，于是由这些因素的综合作用而形成随机误差。如果其中某一因素对被加工尺寸起了决定性作用，例如由于砂轮的急剧磨损或温度大幅度升降引起的误差便是系统误差。系统误差与其作用因素之间存在函数关系，可通过计算及补偿等方法予以剔除或减小。但是随机误差是不能剔除的，某些系统误差减小到一定程度后也不能完全剔除而转变为随机误差。例如用校对杆重新调整千分尺，虽然消除了千分尺的系统误差，但校对杆本身的误差则传给了千分尺，作为随机误差保留下。尺寸误差的平均值如图 1-1 中的  $\bar{x}$ ，表示系统误差的作用；尺寸误差分布的分散范围如图 1-1 中的  $\sigma$ ，表示随机误差的大小。

## 2. 尺寸公差

尺寸的允许变动量称为尺寸公差。

正是在尺寸误差的基础上，为满足设计与工艺要求，规定了公差的基本术语。设计给定的尺寸称为基本尺寸，用  $L$  表示，该尺寸被认为是公称的不变的尺寸；通过测量得到的尺寸称为实际尺寸，该尺寸认为是变动的尺寸。允许尺寸变动的两个界限值称为极限尺寸：其中较大的为最大极限尺寸，用  $L_{max}$  表示；较小的为最小极限尺寸，用  $L_{min}$  表示。极限尺寸与基本尺寸之差称为极限偏差：其中最大极限尺寸与基本尺寸之差称为上偏差，用  $\Delta_u$  表示；最小极限尺寸与基本尺寸之差称为下偏差，用  $\Delta_l$  表示。最大极限尺寸与最小极限尺寸之差，或上偏差与下偏差之差称为公差  $T$ ，由极限尺寸

或极限偏差所限制的区域称为公差带。偏差与公差及其他尺寸的关系如图1-2所示。

为了充分显示偏差与公差的大小，图1-2中扩大了偏差与公差的比例，不表示基本尺寸与极限尺寸的实际长度，并把坐标原点放在基本尺寸端点上，用基本尺寸端点作为量度尺寸偏差的起点。

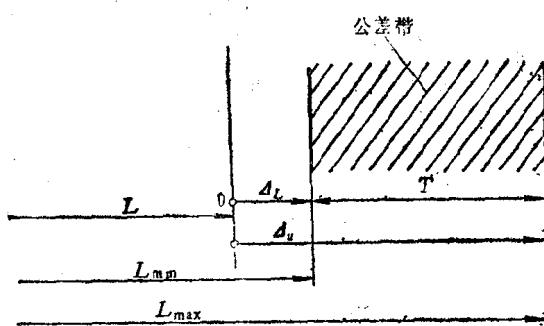


图1-2 偏差与公差

公差带有两个基本要素，即公差带的大小与公差带的位置。公差带大小用公差  $T$  表示，公差带位置用中间偏差  $\Delta_m$  表示。中间偏差是指上偏差与下偏差的平均值。显然，公差、中间偏差与上偏差、下偏差有如下关系：

$$T = \Delta_u - \Delta_l \quad (1-1)$$

$$\Delta_m = \frac{1}{2}(\Delta_u + \Delta_l) \quad (1-2)$$

众所周知，判断零件尺寸合格与否，只看尺寸是否处于公差带之内：尺寸处于公差带内，为合格；尺寸处于公差带外，为不合格。通常不要求规定合格零件的尺寸应落在公差带内哪个区间，也不要求规定其他任何形式的有关概率分布特性的参数。但是，零件尺寸的概率分布特性是很有价值的。

信息，以零件尺寸的概率分布特性作为依据，可以合理地实现公差控制与公差分配，可以实现工艺过程的质量控制，提高过程能力指数。于是，我们设想：根据设计要求，对于零件实际尺寸不但规定尺寸的变动量，而且还要规定尺寸的概率分布特性，因而便提出了统计尺寸公差的问题。

### 3. 统计尺寸公差

规定概率分布特性的尺寸公差称为统计尺寸公差。

规定零件实际尺寸在公差带内的概率分布特性，通常有各种不同形式：

- 1) 规定实际尺寸出现在公差带内各区间的频率；
- 2) 规定实际尺寸平均值与标准差数值及其变动范围；
- 3) 规定各种形式的统计参数的数值等。

统计参数是表征概率分布特性的基本形式，在公差计算与误差合成中被广泛应用。有关统计参数问题将在下一节论述。一般说来，在公差带内尺寸的分布频率、平均数与标准差都是统计参数，只是为了叙述方便，此处才加以区别。下面介绍频率法。

我们将公差带划分为中间区、上边区与下边区等三个区间，各区间相应的宽度用 $W_c$ 、 $W_u$ 与 $W_L$ 表示；中间区频率指允许零件实际尺寸落在中间区内的最小频率，用 $P_{c\min}$ 表示；上边区频率或下边区频率指允许零件实际尺寸落在上边区或下边区的最大频率，相应用 $P_{u\max}$ 或 $P_{L\max}$ 表示。我们可以规定中间区频率 $P_{c\min}$ 的数值。公差带内各区间分布的频率，如图1-3所示。

如取各区间宽度之间的比例为  $W_c : W_u : W_L = \frac{1}{2} : 1 : \frac{1}{2}$  :