

力学丛书

随机振动

朱位秋 著



科学出版社

内 容 简 介

本书系统而深入地论述了随机振动理论的主要方法与基本成果,内容涉及随机振动的基本概念,主要随机振源的统计模型,线性与非线性系统随机响应预测,随机稳定性与参数随机振动,以及随机振动系统的可靠性。

本书可供从事航空、机械、土木及海洋工程等方面的科学技术人员以及有关专业的高年级大学生、研究生、教师阅读。

力学丛书

随 机 振 动

朱位秋 著

责任编辑 李成香

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1992年12月第一版 开本:850×1168 1/32

1998年2月第二次印刷 印张:18 1/8

印数:1 501—3 500 字数:474 000

ISBN 7-03-002563-6/O · 484

定 价: 29.00 元

《力学丛书》编委会

主 编：张 维

副主编：钱令希 林同骥 郑哲敏

编 委：(按姓氏笔划为序)

丁 敏	卞荫贵	庄逢甘	朱兆祥	朱照宣	刘延柱
孙训方	李 灏	张涵信	周光墀	欧阳颀	季文美
苟清泉	胡海昌	柳春图	贾有权	钱伟长	徐芝纶
徐华舫	郭仲衡	郭尚平	谈镐生	黄文熙	黄克羣
黄克智	程贯一				

序

朱位秋教授治学随机振动有年，时有独特贡献在国际学术杂志及国际学术会议上发表。1989年10月至1990年12月之间受聘来我校佛罗里达大西洋大学（Florida Atlantic University）访问，切磋机会尤多。兹以所著《随机振动》一书相示，并嘱作序。喜见此书内容广泛，由浅入深，且第五章及以后包罗近年最新理论之精华，现今欧美日各国尚无类似专著可以比拟。此书之应世，于促进中国学术界随机振动之研究，增益甚多，将来人材辈出，可拭目以待也。是为序。

Y. K. Lin 于美国佛罗里达大西洋大学应用随机学研究中心

前 言

随机振动是一门用概率与统计方法研究承受随机载荷的机械与结构系统的稳定性、响应及可靠性的技术学科。该学科的根本目的在于为改善机械与结构系统在随机环境中工作的可靠性提供坚实的理论基础。经过三十多年各国学者的共同努力,随机振动理论内容已相当丰富,并正在迅速发展,已成为现代应用力学的一个重要分支。随机振动理论在工程中已经并愈来愈广泛地获得应用,它是许多领域现代工程技术人员必备的知识,也是高等学校中许多工程专业的研究生与高年级大学生的必修课或选修课。

从1964年研读 S.H. Crandall 与 W.D. Mark 著《力学系统中的随机振动》(Random Vibration in Mechanical Systems)一书开始,我就对随机振动发生了浓厚的兴趣。但一直到1981年以后,才有机会对它作较深入而系统的研究。1981年9月至1983年5月在美国麻省理工学院(MIT)访问期间,我有幸与随机振动学科的奠基人 S.H. Crandall 教授一起为美国《应用力学杂志》(Journal of Applied Mechanics)创刊50周年撰写了特邀论文,对随机振动的近期进展作了全面而系统的评述。1983年回国后,鉴于国内在随机振动方面的学术研究与著作情况,深感很有必要向我国读者系统而深入地介绍现代随机振动理论,于是萌发了在上述特邀论文基础上写一本关于随机振动的书的想法。这个想法于1986年得到了科学出版社的支持。此后,花了三年中相当大一部分时间,终于1989年8月写成了初稿。1989年10月至1990年12月,我在美国佛罗里达大西洋大学(Florida Atlantic University)由随机振动国际权威 Y. K. Lin 教授主持的应用随机学研究中心访问期间,根据那时得到的最新研究成果与发表的文献及审稿

意见,对初稿作了修改。

本书系统而深入地论述了现代随机振动理论的基本概念、基本方法及基本结果,其中包括了作者本人与其合作者在近十年中得到的部分研究成果。书中还列出了约 500 篇参考文献。本书的目的是帮助读者全面而深入地了解现代随机振动理论,并为他们的进一步研究提供必要的基础与线索。本书的部分内容曾于 1984 至 1988 年间在浙江大学力学系的研究生随机振动课中讲授过。本书可供有关工程技术人员阅读,特别适合于与随机振动理论有关的研究人员,也可作为有关专业的教学参考书。本书的表述力求讲清物理概念,尽可能避免繁琐的数学论证。阅读本书只需有关振动理论,微分方程及概率论的基础知识。

在本书即将出版之际,我首先要感谢我的几位尊敬的老师。一位是西北工业大学季文美教授,他作为我的研究生导师,在 60 年代初引导我进入非线性振动领域,为后来研究非线性随机振动打下了良好的基础。另两位是 S.H. Crandall 教授与 Y.K. Lin 教授,我在他们那里访问期间,不仅与他们进行了卓有成效的合作研究,还从他们那里学到许多宝贵的知识,使我对现代随机振动理论有较全面而深入的了解,为写作本书奠定了基础。其次,我要感谢方同教授,他仔细地审阅了本书的全部手稿,对手稿作了令人鼓舞的评价,并提出了宝贵的修改意见。我要感谢先前的研究生余金寿与吴伟强,他们曾协助我整理部分手稿,吴伟强还为本书绘制了全部插图。我要感谢我的妻子朱巧芝,她花了将近一年的业余时间誊写本书的全部手稿。最后,我要感谢科学出版社在本书出版过程中对我的全力支持与帮助。

我衷心地欢迎读者对本书提出宝贵的意见。

作者 1991 年 8 月于美国布法罗

目 录

绪论	1
第一章 随机过程与随机场概论	7
1.1 随机过程与随机场	7
1.1.1 定义	7
1.1.2 完全描述	11
1.1.3 分类	18
1.2 随机过程与随机场的相关描述	21
1.2.1 标量二阶过程的相关函数	21
1.2.2 广义平稳标量随机过程的相关函数	23
1.2.3 矢量随机过程的相关矩阵	25
1.2.4 随机场的空间-时间相关函数(张量)	28
1.2.5 广义平稳随机过程的相关时间(矩阵)与强度(矩阵)	29
1.3 随机过程与随机场的均方微积分	31
1.3.1 随机变量序列的收敛性	31
1.3.2 随机过程的均方连续性	34
1.3.3 随机过程的均方导数	34
1.3.4 随机过程的均方积分	36
1.3.5 矢量随机过程与随机场的均方连续性、均方导数及均方积分	39
1.4 随机过程与随机场的谱描述	40
1.4.1 平稳标量随机过程的谱密度	40
1.4.2 谱参数与带宽度量	46
1.4.3 平稳随机过程按谱密度的分类	47
1.4.4 平稳矢量随机过程的谱密度矩阵	49
1.4.5 平稳与(或)均匀随机场的谱密度	50
1.4.6 非平稳随机过程的谱描述	52
1.5 随机过程与随机场的各态历经性	55

1.6 高斯随机过程与随机场	58
1.7 非高斯随机过程与随机场	61
1.7.1 非高斯随机过程的维纳-埃尔米特展式	61
1.7.2 非高斯概率密度的渐近展式	63
1.7.3 非高斯随机过程的高阶统计量	68
参考文献	69
第二章 随机振源	72
2.1 随机振源与随机激励	72
2.2 路面不平度	75
2.3 大气湍流	79
2.4 风中湍流	81
2.5 海浪	83
2.6 湍流边界层	87
2.7 喷气噪声	89
2.8 地震引起的地面运动	90
参考文献	92
第三章 离散线性系统随机振动	94
3.1 离散线性系统的表示法	94
3.2 应用脉冲响应矩阵的相关分析	96
3.3 应用频率响应矩阵的谱分析	100
3.4 单自由度系统的随机振动	104
3.4.1 脉冲响应函数	104
3.4.2 频率响应函数	105
3.4.3 对理想白噪声的响应	106
3.4.4 对限带白噪声的响应	111
3.4.5 小阻尼系统对有色噪声的响应	114
3.4.6 对非高斯随机激励的响应	115
3.4.7 平稳窄带高斯随机过程的包络线	117
3.4.8 对受调制的白噪声的响应	122
3.5 实模态叠加法	123
3.6 复模态叠加法	130

3.7 矩函数微分方程法	134
3.7.1 离散线性系统矩函数微分方程法	134
3.7.2 对白噪声激励的平稳响应	137
3.7.3 谱矩与随机振动积分的计算	140
3.8 方差分析	143
参考文献	148
第四章 连续线性系统的随机振动	150
4.1 连续线性系统随机边初值问题	150
4.2 应用脉冲响应函数的相关分析	152
4.3 应用频率响应函数的谱分析	155
4.4 矩函数微分方程法	160
4.5 模态叠加法	164
4.5.1 特征值问题	164
4.5.2 应用模态叠加法预测响应统计量	166
4.5.3 关于均方响应计算的可能简化的讨论	173
4.6 结构宽带随机响应的渐近估计	179
4.6.1 估计固有频率与振型的渐近方法	179
4.6.2 弹性系统固有频率分布理论	182
4.6.3 响应统计量的积分估计法	186
4.6.4 统计能量分析	189
4.7 结构宽带均方响应的渐近空间分布	190
4.7.1 引言	190
4.7.2 固有频率的分布	191
4.7.3 均方速度响应的渐近空间分布	196
4.8 随机有限元法	201
4.8.1 引言	201
4.8.2 随机场局部平均的定义	202
4.8.3 均匀矢量随机场在矩形域上的局部平均	204
4.8.4 非均匀场与/或在非矩形域上的局部平均	209
4.8.5 孤立特征值问题的随机有限元法	211
4.8.6 重特征问题的随机有限元法	215
4.8.7 线性随机结构动态响应预测	218

参考文献	220
第五章 非线性系统随机振动: 扩散过程理论方法	223
5.1 引言	223
5.2 FPK 方程的推导	226
5.2.1 概率进化方程	226
5.2.2 马尔柯夫过程	230
5.2.3 扩散过程与 FPK 方程	232
5.3 伊藤随机微分方程	237
5.3.1 维纳过程	237
5.3.2 高斯白噪声	241
5.3.3 伊藤随机积分与随机微分方程	241
5.3.4 伊藤随机微分方程与 FPK 方程的关系	244
5.3.5 多维伊藤随机微分方程	244
5.3.6 斯特拉塔诺维奇随机微分方程与物理系统的模型化	246
5.4 FPK 方程的精确解	249
5.4.1 精确瞬态解	249
5.4.2 平稳解的存在与唯一性	253
5.4.3 平稳势	254
5.4.4 详细平衡	256
5.4.5 广义平稳势	258
5.4.6 非线性随机振动系统的精确稳态解	259
5.4.7 等价随机系统	267
5.5 FPK 方程的近似与数值解法	269
5.5.1 特征函数展式	269
5.5.2 迭代法	272
5.5.3 伽辽金法	273
5.5.4 有限元法	273
5.5.5 有限差分法	275
5.5.6 随机步行法	276
5.5.7 路径积分法	277
5.6 标准随机平均法	278

5.6.1	引言	278
5.6.2	随机平均方程的推导	280
5.6.3	单自由度拟线性系统的平均 FPK 方程	285
5.6.4	单自由度拟线性系统平均 FPK 方程之解	289
5.7	能量包线随机平均法	295
5.7.1	能量包线随机平均方程的推导	295
5.7.2	能量包线随机平均方程之解	300
5.7.3	在滞迟系统随机响应预测中的应用	302
参考文献		308
第六章 非线性系统随机振动: 其他方法		312
6.1	等效线性化法	312
6.1.1	引言	312
6.1.2	单自由度系统的平稳响应	312
6.1.3	应用举例	315
6.1.4	多自由度系统的平稳响应	320
6.1.5	多自由度系统的非平稳响应	322
6.1.6	非零均值情形	323
6.1.7	在滞迟系统随机响应预测中的应用	325
6.1.8	等效线性化法的精度与适用性	329
6.2	等效非线性系统法	331
6.2.1	引言	331
6.2.2	等效非线性微分方程法	332
6.2.3	等效非线性系统法	334
6.2.4	能量耗散平衡法	337
6.3	矩函数微分方程法与截断方案	341
6.3.1	引言	341
6.3.2	矩函数微分方程的推导	342
6.3.3	矩函数微分方程的几种典型情形	345
6.3.4	高斯截断	346
6.3.5	累积量截断	348
6.3.6	非高斯截断	351
6.3.7	各种截断方案的适用性与精度	354

6.4	级数解法	356
6.4.1	引言	356
6.4.2	摄动法	357
6.4.3	弗雷谢级数法	360
6.4.4	沃尔泰拉级数法	362
6.4.5	维纳-埃尔米特级数法	366
6.5	数字模拟	369
6.5.1	引言	369
6.5.2	随机变量的模拟	370
6.5.3	高斯白噪声的模拟	371
6.5.4	具有有理谱密度的平稳随机过程的模拟	373
6.5.5	模拟随机过程与场的三角级数合成法	373
6.5.6	模拟随机过程与场的 ARMA 方法	376
6.5.7	数字模拟方法的应用	382
6.6	非线性系统对窄带随机激励的响应	386
6.6.1	杜芬振子	386
6.6.2	滞迟系统	391
	参考文献	400
第七章	参激随机振动	406
7.1	引言	406
7.2	随机稳定性定义	407
7.3	随机李亚普诺夫函数法	412
7.4	线性随机系统稳定性	415
7.4.1	按一次近似决定稳定性	415
7.4.2	偶数阶平均指数稳定性	416
7.4.3	n 阶线性随机系统的均方渐近稳定性	418
7.4.4	几乎肯定渐近稳定性	420
7.5	矩稳定性	425
7.6	随机平均法在随机系统稳定性判别中的应用	427
7.6.1	宽带随机参激	427
7.6.2	谐波与宽带随机参激	431
7.6.3	多自由度随机系统	436

7.7	随机参激系统平稳响应的精确解	441
7.8	用标准随机平均法预测随机参激响应	445
7.9	用能量包线随机平均法预测随机参激响应	450
7.10	用等效非线性系统法预测随机参激响应	454
7.11	用矩方程法预测随机参激响应	459
7.12	随机分叉	465
	参考文献	470
第八章	随机振动系统的可靠性	474
8.1	引言	474
8.2	随机过程及其包络线的二级统计量	477
8.2.1	期望穿阈率	477
8.2.2	峰的概率分布	482
8.2.3	包络线及其统计量	487
8.3	首次穿越损坏的泊松过程模型及其修正	492
8.3.1	问题的提法	492
8.3.2	泊松过程	493
8.3.3	泊松过程模型	496
8.3.4	对泊松过程模型的各种修正	498
8.4	首次穿越损坏的扩散过程模型	502
8.4.1	问题的一般提法	502
8.4.2	单自由度系统情形问题的提法	506
8.4.3	解析解	508
8.4.4	数值解	510
8.5	随机平均法在首次穿越损坏问题中的应用	513
8.5.1	圆壁问题条件可靠性函数的解析解	513
8.5.2	圆壁问题首次穿越损坏时间的矩的解析解	519
8.5.3	圆壁问题的半解析解与数值解	522
8.5.4	单壁与双壁问题之解	523
8.6	非线性系统在随机扰动下的状态过渡	526
8.7	随机应力下疲劳损伤的累积	534
8.7.1	引言	534

8.7.2 疲劳损伤累积的随机模型	535
8.7.3 累积疲劳损伤与疲劳寿命的条件统计量	538
8.8 随机应力下疲劳裂纹的扩展	544
8.9 基于可靠性的随机振动系统的优化	553
8.9.1 问题的提法	553
8.9.2 基本解法	555
参考文献	559

绪 论

在自然界与工程中,存在一大类诱发机械或结构系统振动的振源,诸如大气湍流,地面强风中湍流,湍流边界层,喷气噪声,路面不平度及地震地面运动等。它们的一个共同点是随机性,即不能用确定性的时间与(或)空间坐标的函数描述它们,而只能用概率或统计的方法去描述它们。这类振源通称为随机振源,由这类随机振源激起的机械或结构系统的振动称为随机振动。随机激励可以是外加的,此时随机振动是一种强迫振动。随机激励也可以通过使系统参数发生随机变化而起作用,称为随机参变激励,相应的振动称为参激随机振动。作为一门技术学科,随机振动是关于机械或结构系统对随机激励的稳定性、响应及可靠性的一整套理论的总称。随机振动可看成是机械振动或结构动力学与概率论及其分支相结合之产物,它是现代应用力学的一个分支。随机振动乃应工程实践的需要而产生,又为工程实践服务。随机振动可为多种目的服务,但其主要目的是为改善必须承受随机载荷的机械或结构的可靠性提供一个坚实的基础。

历史上,最早研究动态系统对随机激励的响应的是爱因斯坦。他在1905年的一篇论文^[1]中,对布朗在1827年作过系统研究的悬浮在水中的微小花粉粒子的杂乱运动,即布朗运动,首次作了理论解释,这是将自然现象随机模型化的开端。在本世纪的前40多年中,相继发展了统计力学、通讯噪声及流体湍流理论。“随机振动”一词,最早曾由瑞利爵士在1919年的一篇论文^[2]的标题中用来描述一个等价于平面上随机步行的声学问题。现在所说的随机振动,则始于本世纪50年代的中期。当时由于喷气与火箭技术的发展,在航空与宇航工程中提出了下列三个问题:大气湍流引起的飞机的抖振,喷气噪声引起的飞行器表面结构的声疲劳,以及火

箭推进的运载工具中有效负载的可靠性。这些问题的一个共同点是激励的随机性。为了解决这些问题，将统计力学、通讯噪声及湍流理论中当时已有的方法移植到机械振动中来，初步形成了随机振动这门学科。在这当中，Rice 的工作^[3]起到过很重要的作用。

1958 年在美国麻省理工学院举办的随机振动暑期讨论班与由 Crandall 主编的该讨论班文集^[4]的出版可认为是随机振动作为一门学科的诞生的标志。从那时以来，随机振动的理论、测量与实验技术及应用都有了很大的发展。开始，大多数随机振动理论研究都基于确定性时不变线性动态系统模型。1962 年美国声学学会举办的一次讨论会^[5]有效地促进了非线性随机振动理论的研究。此后，许多研究者的注意力转向了非线性随机振动问题，发展了多种预测非线性系统随机响应的方法，部分地揭示了随机振动中的非线性现象。在此同时，随机系统的稳定性与参激随机振动理论也有较大地发展。还发展了结构对宽带随机激励的响应的渐近分析方法，揭示了结构均方响应的空间分布的一些渐近规律。在估计作随机振动的线性与非线性动态系统的可靠性方面也提出了多种近似方法。在随机振动测试技术方面，1970 年前基本上都采用模拟式仪器，由于 1965 年 Cooley 与 Tukey^[6]发明的快速傅立叶变换算法与计算机技术的发展，70 年代以来愈来愈普遍地采用数字式测试设备。在此基础上，系统的识别与诊断以及随机振动试验技术也有了很大的发展。随着随机振动理论与技术的发展，随机振动理论的应用也愈来愈广泛。开始阶段主要应用于运载工具（飞行器、汽车、船舰等），后来扩展到名义上不动的结构（高层建筑、离岸结构等）。今天，随机振动已发展成为一门内容十分丰富的学科。但应承认，离它的最终目标还有一段艰难的路程。

在随机振动发展过程中，国际上已出版了许多有关随机振动的教科书、专著及文集，也发表了许多综合性或专题评述。属入门性质的随机振动书有[7—16]，[17—19]对随机振动理论作了较为深入而系统的论述。[20, 21, 60]则专门论述了非线性随机振动与

参激随机振动。对随机振动各专题的进一步讨论包含在 Crandall 主编的文集[4, 22]、国际理论与应用力学联合会 (IUTAM) 的第四次讨论会文集[23—26]、美国机械工程师协会关于随机振动讨论会文集[27]、随机振动奠基人 Crandall 65 寿辰纪念文集[28]及随机振动理论权威 Lin 65 寿辰纪念文集[29]等之中。随机振动前十年的发展总结在 Crandall 的评述[30, 31]之中。[32] 给出了 1966 年以后随机振动发展的评述。美国《应用力学杂志》创刊 50 周年的特邀论文[33]较全面地评述了随机振动的发展,特别是 70 年代与 80 年代初期的发展。此外,还有关于随机结构动力学的解析方法的评述^[34]。已作评述的专题包括:非线性随机振动^[35~42],等效线性化法^[43],随机平均法^[44~46],参激随机振动^[47~48],一维与二维结构随机振动^[49],结构的宽带随机振动^[50, 51]及随机振动系统的可靠性^[52]。此外,[52]在非线性随机振动与参激随机振动的发展中起了重要的作用。[53—56]较详细地描述了随机数据处理技术及其工程应用。论述与随机振动理论密切相关的随机微分方程与随机稳定性的主要著作有[57—59]。

国内自 70 年代中期才有较多的人对随机振动感兴趣。也已出版了几本介绍随机振动的书^[62~66]。近十多年来,随机振动理论已获得较多的应用,但对随机振动理论的发展则相对较少。

本书力图概括随机振动理论的主要方法与基本成果,读者读完本书后将随机振动理论有较系统、全面而深入的了解,并为进一步的研究提供线索。本书第一章为随机过程与随机场引论,目的在于介绍随机振动理论的一些基本概念。第二章描述主要随机振源的特性与统计模型。第三章与第四章分别给出了线性离散系统与线性连续系统随机响应的预测方法。第五章与第六章论述非线性系统随机响应的预测方法。第七章描述判断随机稳定性与预测参激随机响应的方法,最后一章则论述估计随机振动系统可靠性的方法。在论述各种方法时常辅以典型系统实例,以揭示随机振动的性质。