王东生　周泰文　刘后邦　俞政　编

新编 高等数学题解

XINBIAN GAODENG SHUXUE TIJIE

（下册）

同济高等数学（下册）三版题解

是非题题解·综合题题解

华中理工大学出版社

新编高等数学题解

（下）

同济高等数学（下）三版题解
是非题题解·综合题题解

王东生　周泰文
刘后邗　俞　政　编

华中理工大学出版社

内容简介

本书是学习工科“高等数学”、准备“高等数学”考试以及“高等数学”教学的参考书. 本书题解详细，很多题给出了多种解法，并附有思路分析等内容，能起到深入学习“高等数学”的辅导作用.

本书分上、下册出版. 下册内容为多元函数微分法及其应用、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数、微分方程，书末还附录了各类试题选及解答.

每章内容由四部分组成：① 内容提要；② 同济高等数学(三版)下册习题选解；③ 是非题题解；④ 综合题题解.

新编高等数学题解(下册)

王东生　周泰文　刘后邦　俞　政　编

责任编辑　李立鹏

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山　邮编 430074)

新华书店湖北发行所经销

长沙星格电脑技术数据公司排版

湖北省石首市第二印刷厂印刷

1994 年 3 月第 1 版　1994 年 3 月第 1 次印刷

开本：850×1168　1/32　印张：13 $\frac{3}{8}$　字数：329000

印数：1—10000

ISBN　75609—0902—7/O·118

定价：8.50 元

(鄂)新登字第 10 号

前　　言

“高等数学”是工科院校的一门重点基础课，近年来被许多部委和省市列为教学的重点评估课程之一. 在全国硕士学位研究生考试中被指定为全国统考科目. 每年有一大批新同学升入高等院校本科、专科，电大、职大、函大、夜大学习高等数学，他们渴望有一本切合实际的参考书；每年还有一批同志准备硕士学位研究生考试，他们渴望有一本针对性强的复习资料. 本书编者根据多年来从事“高等数学”教学与辅导的经验，力图靠近这一目标.

本书分上、下册，第章由四部分组成：

第一部分是“内容提要”. 书应该越读越薄，每一章中真正应该牢记并成为解题武器的内容其实并不多，这一部分就是为这方面准备的，特别对那些曾经学过高等数学，而又急于检起这门课的同志，无疑将起到立杆见影的效果.

第二部分是“习题题解”. 高等数学学习效果的一个重要标志是会不会做题，我们采用同济大学主编的“高等数学”第三版，对其中大部分习题(包括所有较难解和带 * 号的题)给出了详尽的解答. 值得强调指出的是，我们采用该书的习题，是因为该书是我国高等学校使用量最大的一本数学教材；在全国优秀教材评选中荣获国家教委一等奖；被许多院校指定为研究生考试的复习教材. 该书的习题难易适度，联系实际，比较准确地反映了学习高等数学应达到的水平. 我们从多年习题课教学的经验出发，在许多习题的解答前后加了“思路分析”、“注意”，并且给出了多种解法. 我们希望读者重视这些方面，这样就可极大地、有效地提高自己的解题能力. 如果仅仅把这部分看成是应付作业的手段，那就使我们大大地失望了.

第三部分是“是非题题解”.在这一部分里,我们汇集了一些重要的正误判断题,弄清这些问题,学习就深入了一步;

第四部分是“综合题题解”.培养学生解综合题的能力,是教学中的一个难点.针对这一点,我们编写了这一部分.

为了便于查找各章、各种内容的题解,对题号的意义规定如下:

“习题”题号由表示章序、习题序、题序(小题序)的三个或四个数码构成.例如:8.4.8(2)是指同济“高等数学”(第三版)第八章习题 8-4 中第 8 题的第(2)小题.题解中所指教材,也都是指同济“高等数学”(第三版);

“是非题”题号由表示章序、题序的两个数码构成,加圆括号.例如(9-5)是指本书中第九章是非题部分的第 5 题;

“综合题”题号由表示章序、题序的两个数码构成,加方括号.例如〔10-8〕是指本书中第十章综合题部分的第 8 题.

本书在审校中得到了陈嘉琼、蔡承谦、曾育兰、尹侃、徐敏、王家宝六位副教授的热情帮助,他们分别审阅了各章和试题选,并提出了宝贵的意见.对他们的辛劳,特此一并致谢.

由于水平有限,时间仓促,不足之处一定难免,恳请广大读者指正.

编　者　　1993 年 9 月

目　　录

第八章　多元函数微分法及其应用

一　内容提要

本章内容与一元函数微分法有很多类似之处，学习时应对比一元，搞清异同.

1　**基本概念和性质**

(1)　多元函数

若点 P 是 $n(n \geqslant 2)$ 维空间内的一点，则　$u = f(P)$ 便是 n 元函数的一般形式；与一元函数相似，定义域和对应法则是多元函数的两要素.

(2)　二重极限

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} f(x,y) = A \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \forall\ \varepsilon > 0\text{，总存在 } \delta > 0\text{，使得} \\ \text{当 } 0 < \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2} < \delta \text{ 时} \\ |f(x,y) - A| < \varepsilon. \end{bmatrix}$$

注意　此处 $\begin{matrix} x \to x_0 \\ y \to y_0 \end{matrix}$ 表示动点 $P(x,y)$ 沿任何线路趋于定点 $P_0(x_0,y_0)$，亦可用 $(x,y) \to (x_0,y_0)$ 或 $P \to P_0$ 来表示；

$\lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ y \to y_0}} f(x,y)$ 与 $\lim\limits_{\text{沿某一线路} \to P_0} f(x,y)$ 仅当前者存在时方能相等；

一元函数极限的运算法则，可推广到二重极限.

(3)　连续

$$u = f(P) \text{ 在点 } P_0 \text{ 处连续} \Leftrightarrow \lim_{P \to P_0} f(P) = f(P_0).$$

与一元函数类似，有最大(小)值、介值定理；一切多元初等函数在其定义区域内连续. 利用连续定义求极限是求二重极限的一个重要方法.

(4) 偏导数

设 $z=f(x,y)$ 在 $P_0(x_0,y_0)$ 的某邻域内有定义，则

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \triangleq \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}\text{(存在时)};$$

类似地，有 $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)}$ 的定义.

几何意义：

$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)}$ 表示平面 $y=y_0$ 上的曲线 $z=f(x,y_0)$ 在点 (x_0,y_0,z_0) 处的切线对 x 轴的斜率；

$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)}$ 表示平面 $x=x_0$ 上的曲线 $z=f(x_0,y)$ 在点 (x_0,y_0,z_0) 处的切线对 y 轴的斜率.

求偏导数法则同一元函数；

当二阶混合偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$ 与 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ 在区域 D 内连续时，则在 D 内有 $\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

(5) 全微分

设 $z=f(x,y)$，当 $\Delta z=f(x+\Delta x,y+\Delta y)-f(x,y)$ 可表成

$$A\cdot\Delta x+B\cdot\Delta y+0(\rho)$$

(此处，A、B 与 Δx、Δy 无关，$\rho=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}$) 时，则称 Δx 与 Δy 的线性组合 $A\cdot\Delta x+B\cdot\Delta y$ 为此函数在点 (x,y) 处 (相应于 Δx、Δy) 的全微分，记成 $\mathrm{d}z=A\cdot\Delta x+B\cdot\Delta y$，并称函数在点 (x,y) 处可微.

可证明：$A=\frac{\partial z}{\partial x}$, $B=\frac{\partial z}{\partial y}$.

无论 u,v 是自变量还是中间变量，均有全微分形式的不变性 $\mathrm{d}z=\frac{\partial z}{\partial u}\mathrm{d}u+\frac{\partial z}{\partial v}\mathrm{d}v$.

极限、连续、可导、可微的关系如图 8-1.

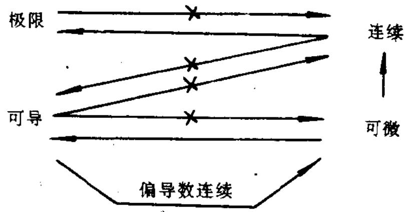


图 8－1

(6)　方向导数

$$\frac{\partial f}{\partial l} \triangleq \lim_{\rho\to 0}\frac{f(x+\Delta x, y+\Delta y)-f(x,y)}{\rho}$$

［此处动点$(x+\Delta x,\ y+\Delta y)$在起点为$(x,y)$的向量 l 的方向上.］

$$=\frac{\partial f}{\partial x}\cos x+\frac{\partial f}{\partial y}\cos\beta.$$

［此处 $\alpha=\langle i,l\rangle$①，$\beta=\langle j,l\rangle$，］

当 $\alpha=0$ 时，$\frac{\partial f}{\partial l}=\frac{\partial f}{\partial x}$；当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$ 时，$\frac{\partial f}{\partial l}=\frac{\partial f}{\partial y}$.

(7)　梯度

$\mathrm{grad} f(x,y) \triangleq \frac{\partial f}{\partial x}i+\frac{\partial f}{\partial y}j$，若 l 的单位向量为 l^0（和 l 方向一致），则

$$\frac{\partial f}{\partial l}=\mathrm{grad} f(x,y)\cdot l^0=\left\{\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}\right\}\cdot\{\cos\alpha,\cos\beta\}.$$

2　求导运算

(1)　复合函数的求导法则

---

① 用$\langle a,b\rangle$表示两向量之间的夹角.

1° 设 $z=f(u,v)$， $u=u(x,y)$， $v=v(x,y)$，则

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}.$$

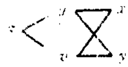
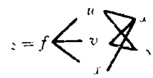


图 8－2

2° 设 $z=f(u,v,x)$，$u=u(x,y)$，$v=v(x,y)$，则

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial x}.$$



注意 上式中最后一项 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 不能写成 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

图 8－3

3° 设 $z=f(u,v,t)$ $u=u(t)$， $v=v(t)$，则

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{du}{dt}+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{dv}{dt}+\frac{\partial f}{\partial t}.$$

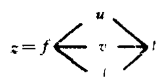


图 8－4

(2) 隐函数的求导法则

1° 一个方程的情形

若 $F(x,y)=0$ 能确定 $y=y(x)$，则 $\frac{dy}{dx}=-\frac{F_x}{F_y}$;

若 $F(x,y,z)=0$ 能确定 $z=z(x,y)$，则

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x}{F_z};\quad \frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F_y}{F_z}.$$

注意 此处的 F_z 是 F 中将 x,y 均当作常量仅对 z 求导的结果，一般地 F_z 的结构中，仍然有 x,y,z，所以 F_z 仍应看作是 x,y,z 的函数，图示如右；对 F_x,F_y 也应作类似的理解.

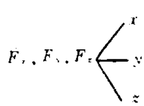


图 8－5

2° 方程组的情形

若 $$\begin{cases}F(x,y,z)=0; & ①\\ G(x,y,z)=0. & ②\end{cases}$$

能确定两个一元隐函数：$y=y(x)$，$z=z(x)$，无须求出 $y=y(x)$ 或 $z=z(x)$，只要对 ①，② 两边分别对 x 求导，得

$$\begin{cases}F_x+F_y\cdot\dfrac{dy}{dx}+F_z\cdot\dfrac{dz}{dx}=0;\\[2ex] G_x+G_y\cdot\dfrac{dy}{dx}+G_z\cdot\dfrac{dz}{dx}=0.\end{cases}$$

解上述关于 $\dfrac{dy}{dx}$、$\dfrac{dz}{dx}$ 的二元一次方程组，即可求出 $\dfrac{dy}{dx}$ 与 $\dfrac{dz}{dx}$；

若 $$\begin{cases}F(x,y,u,v)=0;\\ G(x,y,u,v)=0.\end{cases}$$

能确定两个二元隐函数：$u=u(x,y)$，$v=v(x,y)$，无须求出 $u=u(x,y)$ 或 $v=v(x,y)$，仿上法即可求出 $\dfrac{\partial u}{\partial x}$、$\dfrac{\partial v}{\partial x}$ 及 $\dfrac{\partial u}{\partial y}$、$\dfrac{\partial v}{\partial y}$.

(3) 高阶偏导数的求法

求高阶偏导数时还须树立下列观点：

若 $z=f(u,v)$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ 或 $\dfrac{\partial z}{\partial v}$ 仍然是 u,v 的函数，图示如：

$$z=f<\begin{matrix}u\\v\end{matrix}\qquad \begin{matrix}\dfrac{\partial z}{\partial u}=\dfrac{\partial f}{\partial u}=f_u=f_1'<\begin{matrix}u\\v\end{matrix}\\[2ex] \dfrac{\partial z}{\partial v}=\dfrac{\partial f}{\partial v}=f_v=f_2'<\begin{matrix}u\\v\end{matrix}\end{matrix}$$

有了上述观点，利用求导法则就可以正确地求出高阶偏导数.

3 应用

(1) 几何应用

1° 求空间曲线的切线和法平面方程；

2° 求空间曲面的法线和切平面方程.

(2) 极值应用

1° 求一个多元函数的极值.

利用必要条件求出各驻点；再用充分条件分别对各驻点进行

判定.

2° 求一个多元函数在某一个或 m 个条件限制下的条件极值.

若 目标函数为 $u = f(x,y,z)$,

条件方程为 $\varphi_1(x,y,z) = 0$; $\varphi_2(x,y,z) = 0$,

令 $F(x,y,z,\lambda_1,\lambda_2) = f(x,y,z) + \lambda_1\varphi_1(x,y,z) + \lambda_2\varphi_2(x,y,z)$,

解方程组 $\begin{cases} F_x = 0, \\ F_y = 0, \\ F_z = 0, \\ F_{\lambda_1} = 0, \\ F_{\lambda_2} = 0, \end{cases}$ 求出 x,y,z,

则 $(x,y;z)$ 就是可能的极值点;再根据具体问题就可判定 (x,y,z) 为极大(或极小)值点.

*(3) 近似计算和最小二乘法

二 习题题解

习 题 8-1

8.1.1. 已知函数 $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy\tan\dfrac{x}{y}$, 试求 $f(tx,ty)$.

解

$$f(tx,ty) = (tx)^2 + (ty)^2 - tx \cdot ty \cdot \tan\frac{tx}{ty}$$
$$= t^2\left(x^2 + y^2 - xy\tan\frac{x}{y}\right)$$
$$= t^2 f(x,y).$$

8.1.4. 求下列各函数的定义域：

思路分析 二元函数的定义域一般是平面区域，三元函数的定义域一般是空间区域，这些点集可用使函数有定义的自变量所应满足的不等式或不等式组表示．怎样去找用不等式或不等式组具体表示的这种区域呢？可用“试点法”．以 $\varphi(x,y)>0$ 或 $\varphi(x,y)<0$ 为例，先用 $\varphi(x,y)=0$ 将平面分为两个区域，在一个区域内任取一点 (x_0,y_0) 代入 $\varphi(x,y)$，如果 $\varphi(x_0,y_0)$ 为正，则在此区域内恒有 $\varphi(x,y)>0$；如果 $\varphi(x_0,y_0)$ 为负，则在此区域内恒有 $\varphi(x,y)<0$．(读者可用反证法证明)．

(3) $z=\dfrac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$.

解 当 $4x-y^2\geqslant 0$ 和 $1-x^2-y^2>0$ 且 $1-x^2-y^2\neq 1$ 时函数才有定义(图 8-6)．

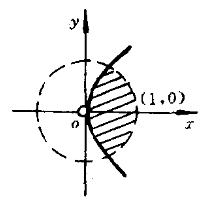


图 8-6

解此方程组得：

$D=\{(x,y)\,|\,y^2\leqslant 4x,\ 0<x^2+y^2<1\}$.

(5) $z=\sqrt{x-\sqrt{y}}$.

解 $y\geqslant 0$ 和 $x-\sqrt{y}\geqslant 0$,

即 $x\geqslant\sqrt{y}$, $x^2\geqslant y$,

得 $D=\{(x,y)\,|\,x\geqslant 0, y\geqslant 0, x^2\geqslant y\}$,

如图 8-7.

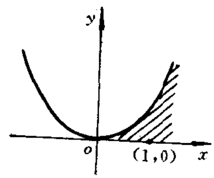


图 8-7

(8) $u=\arccos\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

解 $x^2+y^2\neq 0$，即 x,y 不同时为零；且 $\left|\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\right|\leqslant 1$，

即 $z^2\leqslant x^2+y^2$，所以有

$$D=\{(x,y,z)\,|\,z^2\leqslant x^2+y^2,\ x^2+y^2\neq 0\}.$$

8.1.5. 求下列各极限：

思路分析 求多元函数的极限可利用函数的连续性和一元函数求极限的一些方法．

(1) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}}\dfrac{1-xy}{x^2+y^2}$.

解 用函数的连续性得

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}}\frac{1-xy}{x^2+y^2}=\frac{1-0}{0+1}=1.$$

(4) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}$.

解 用一元函数求极限的方法.

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{4-(xy+4)}{xy(2+\sqrt{xy+4})}$$

$$=\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{-1}{2+\sqrt{xy+4}}=-\frac{1}{4}.$$

(6) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{\sin xy}{x}$.

解 用一元函数的重要极限.

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{\sin xy}{x}=\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{\sin xy}{xy}\cdot\lim_{y\to 0}y=1\cdot 0=0.$$

(7) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{1-\cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)x^2y^2}$.

解 $$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{1-\cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)x^2y^2}=\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{2\sin^2\dfrac{x^2+y^2}{2}}{\left(\dfrac{x^2+y^2}{2}\right)^2}\cdot\frac{x^2+y^2}{4x^2y^2}$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)=+\infty.$$

8.1.6. 证明 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$.

证 $\because$ $x^2+y^2\geqslant 2|xy|$,即 $|xy|\leqslant\dfrac{x^2+y^2}{2}$,

$$\therefore\quad\left|\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right|\leqslant\frac{x^2+y^2}{2\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}.$$

对于任意给定的 $\varepsilon > 0$,取 $\delta = 2\varepsilon$,当 $0 < \sqrt{x^2+y^2} < \delta$ 时,就有

$$\left|\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} - 0\right| \leqslant \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2} < \frac{\delta}{2} = \varepsilon.$$

所以
$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0.$$

8.1.7. 证明下列极限不存在:

思路分析 因为二重极限 $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y) = A$ 存在,是指 $P(x,y)$ 以任何方式趋于 $P_0(x_0,y_0)$ 时,函数都无限接近于某常数 A. 所以证明极限不存在,只要 P 以某一特殊方式趋于 P_0 时,函数不趋于某一确定值,或以两个不同方式趋于 P_0 时,函数趋于不同的值,便可断定函数的极限不存在.

(1) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x+y}{x-y}$.

证 如果动点 $P(x,y)$ 沿 $y = 2x$ 趋于 $(0,0)$,则

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y=2x\to 0}} \frac{x+y}{x-y} = \lim_{x\to 0}\frac{x+2x}{x-2x} = \lim_{x\to 0}\frac{3x}{-x} = -3;$$

如果动点 $P(x,y)$ 沿 $x = 2y$ 趋于 $(0,0)$,则

$$\lim_{\substack{y\to 0\\ x=2y\to 0}} \frac{x+y}{x-y} = \lim_{y\to 0}\frac{3y}{y} = 3.$$

所以 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x+y}{x-y}$ 不存在.

(2) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}$.

证 如果动点 $P(x,y)$ 沿 $y = x$ 趋于 $(0,0)$,则

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y=x\to 0}} \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2} = \lim_{x\to 0}\frac{x^4}{x^4} = 1;$$

如果动点 $P(x,y)$ 沿 $y = 2x$ 趋于 $(0,0)$,则

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y=2x\to 0}} \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2} = \lim_{x\to 0}\frac{4x^4}{4x^4+x^2} = 0.$$

所以极限不存在.

习　　题　8－2

8.2.1.　求下列函数的偏导数：

(4)　$z=\sin(xy)+\cos^2(xy)$.

解　$\dfrac{\partial z}{\partial x}=\cos(xy)\cdot y+2\cos(xy)\cdot[-\sin(xy)]\cdot y$

$=y\,[\cos(xy)-\sin(2xy)]$;

根据对称性可知：

$$\frac{\partial z}{\partial y}=x[\cos(xy)-\sin(2xy)].$$

(6)　$z=(1+xy)^y$.

解　$\dfrac{\partial z}{\partial x}=y(1+xy)^{y-1}\cdot y=y^2(1+xy)^{y-1}$;

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}e^{y\ln(1+xy)}=e^{y\ln(1+xy)}\left[\ln(1+xy)+y\cdot\frac{x}{1+xy}\right]$$

$$=(1+xy)^y\left[\ln(1+xy)+\frac{xy}{1+xy}\right].$$

(8)　$u=\arctan(x-y)^z$.

解　$\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{z(x-y)^{z-1}}{1+(x-y)^{2z}}$;　$\dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{-z(x-y)^{z-1}}{1+(x-y)^{2z}}$;

$\dfrac{\partial u}{\partial z}=\dfrac{(x-y)^z\ln(x-y)}{1+(x-y)^{2z}}$.

8.2.4.　设 $f(x,y)=x+(y-1)\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{y}}$,求 $f_x(x,1)$.

解　$f_x(x,y)=1+\dfrac{y-1}{\sqrt{1-\dfrac{x}{y}}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{\dfrac{x}{y}}}\cdot\dfrac{1}{y}$,

$f_x(x,1)=1+0=1$.