

力学丛书

非牛顿流体本构方程 和计算解析理论

韩式方 著



科学出版社

力学丛书

非牛顿流体本构方程
和计算解析理论

韩式方 著

科学出版社

2000

内 容 简 介

本书介绍了非牛顿流体力学理论基础和各类粘弹流体本构方程,主要阐述本书作者在非牛顿流体本构方程及其计算解析理论研究中的贡献:液晶高分子本构理论,应用计算机符号运算技术,力学模型及数学方法结合的计算机智能解析方法研究非牛顿流体流动,非正常和旋转及纺丝拉伸流动,扰动本构理论,拉伸流动稳定性等。

本书可供从事化工、石油、水利、生物工程、轻工、食品、材料科学、流变学及计算机应用等工作的科研和工程技术人员及高等院校有关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

非牛顿流体本构方程和计算解析理论/韩式方著. —北京:科学出版社,2000

(力学丛书)

ISBN 7-03-007760-1

I. 非… II. 韩… III. 粘性流体-连续介质力学 IV. 0357

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 30851 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号
邮政编码:100717

新蕾印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

2000 年 1 月第 一 版 开本: 850 × 1168 1/32

2000 年 1 月第一次印刷 印张: 11 7/8

印数: 1—1 500 字数: 306 000

定价: 30.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)



国家自然科学基金委员会资助出版

《力学丛书》编委会

主 编：张 维

副主编：钱令希 郑哲敏

编 委：(按姓氏笔划为序)

丁 懋	卞荫贵	庄逢甘	朱兆祥	朱照宣	刘延柱
孙训方	李 灏	张涵信	周光炯	欧阳邕	季文美
苟清泉	胡海昌	柳春图	贾有权	钱伟长	徐芝纶
徐华舫	郭尚平	谈镐生	黄文熙	黄克累	黄克智
程贯一					

序 言

非牛顿流体力学和流变学是力学、化学和工程科学之间的一门新兴的边缘科学，以其强大的生命力迅速发展。流变学是研究材料流动和变形的科学。非牛顿流体力学，作为一门新兴的边缘学科，则是近三四十年发展起来的，它研究非牛顿流体的运动规律。非牛顿流体力学和流变学是力学、现代数学、化学和各工程科学的交叉与综合，特别是与材料科学有十分密切的联系。非牛顿流体力学已成为现代流体力学的一个重要分支，同时也是现代流变学的重要组成部分。流变学的发展起源于高聚物加工的需要，当代流变学的研究已经涉及广泛的工业领域。非牛顿流体存在于广泛的工业生产过程中 and 自然界，非牛顿流体与工业生产和国民经济有十分密切的关系。无论在国外或国内，对非牛顿流体力学和流变学的研究和应用，已表现出越来越大的兴趣。

本专著主要论述非牛顿流体本构方程理论和非牛顿流体流动的计算解析理论。本构方程理论是非牛顿流体力学的基础。本书的特色之一是在 Oldroyd 随体时间导数的基础上，研究材料（流体物质）的本构方程。非牛顿流体力学与一般流体力学的重要区别之一是，本构方程的概念和理论，成为非牛顿流体力学理论的不可缺少的最重要的一部分。而在一般流体力学中，本构关系不会形成实质性问题。在本构理论方面，Oldroyd 的随体时间导数的观点是在这一学科中具有转折性的重大发展。同时，本构方程理论也是近代材料科学的重要理论基础。

本书的另一特色是应用计算机智能解析方法研究非牛顿流体力学. 计算机符号运算是当代人工智能科学的一个活跃的分支. 根据计算机科学计算机运算可分为数值运算和符号运算. 应当指出, 计算机符号运算不仅可应用于数学定理的证明, 即机器证明, 同时还可成功地应用于科学研究和解决工程技术中的问题. 物理、力学模型和数学方法与计算机符号运算相结合, 是解决科学和工程中研究课题的有效途径, 也是研究非牛顿流体力学和流变学的新方法, 本书中称它为计算机智能解析方法.

我在以上两个方面的研究成果集中叙述在第六章至第十二章及第五章之一部分. 书中从理性连续介质力学的理论高度出发讨论非牛顿流体力学, 同时, 论述也尽量结合应用背景, 例如, 在高分子加工中的应用. 在第二章介绍有限变形理论, 第三章叙述连续介质力学基本方程. 第四章至第六章讨论本构理论原理, Maxwell – Oldroyd 型本构方程, 我所发展的液晶高分子 Maxwell – Oldroyd 型本构理论和速率 – 微分型本构方程及粘弹电流变流体本构方程等. 第七章至第十二章论述我将符号运算技术、力学模型及数学方法结合, 提出了计算机智能解析方法和基于广义 Chebyshev 函数的计算解析谱方法结合, 以研究非牛顿流体流动, 如非定常流动、拉伸流动运动学、拉伸粘度、测粘 – 拉伸流动、纺丝拉伸流动, 并阐述我所发展的扰动本构理论、拉伸流动稳定性理论等等.

我十分感谢国家自然科学基金委员会的支持, 上述研究工作是在国家自然科学基金委员会资助下完成的, 其批准号为: 1860345, 19172065, 19672063, 19832050 (重点). 本专著为国家自然科学基金委员会优秀研究成果专著出版基金资助项目, 创造了完成这一著

作的条件。感谢科学出版社的支持。

十分感谢洪堡基金会 (AvH) 对我的研究工作的资助，当我在联邦德国以洪堡基金会研究学者作研究时，E. Becker, J. Zierep 和 K.G. Roesner 教授与我进行了卓有成效的合作和有益的讨论，在此谨表谢意。本专著也包括我在德国完成的部分工作。

在完成本著作时，王毓宾教授仔细、认真地校阅了书稿，且多方面予以帮助，在此表示谢意。

书中难免还有疏忽、遗漏以及不完善之处，期待读者指正。

韩式方 于成都

1999 年 3 月

目 录

序言	i
第一章 非牛顿流体力学理论基础	1
1.1 非牛顿流体力学与流变学	1
1.2 非牛顿流体	3
1.3 本构方程和计算解析理论	10
第二章 变形理论	15
2.1 构形, 有限变形	15
2.2 变形梯度	16
2.3 拉伸和旋转张量	22
2.4 变形速率	26
2.5 Rivlin-Ericksen 张量	27
2.6 Cauchy-Green 张量的分量	31
2.7 Rivlin-Ericksen 变形张量分量	32
2.8 典型流动的运动学	36
第三章 连续介质力学基本方程	41
3.1 输运关系式	41
3.2 质量守恒方程	43
3.3 动量守恒方程	44
3.4 能量守恒方程	49
3.5 拉格朗日形式的动量守恒方程	52
3.6 基本方程的应力分量形式	55
第四章 粘弹流体本构理论	59
4.1 本构方程原理	59
4.2 简单流体本构方程简式	64
4.3 积分型本构方程	67
4.4 积分型本构方程的类型	75
4.5 微分型本构方程	81

4.6	电流变流体	86
第五章	OLDROYD-MAXWELL 型本构方程	91
5.1	随体坐标系	91
5.2	线性粘弹本构方程	98
5.3	速率型本构方程	101
5.4	上随体 Maxwell 流体的本构方程	112
5.5	Oldroyd B 流体的本构方程	115
5.6	速率 - 微分型本构方程	118
第六章	液晶高分子流体本构方程	123
6.1	液晶高分子流变学	123
6.2	取向流体本构方程	129
6.3	液晶高分子粘弹流体本构理论	137
6.4	液晶高分子流体 B 模型	141
6.5	物质函数	146
6.6	液晶高分子流体的管内定常流动	153
第七章	计算机智能解析方法和理论	157
7.1	计算解析理论	157
7.2	计算机符号运算科学	158
7.3	计算机智能解析方法	159
7.4	管内流动基本方程	162
7.5	幂律流体非定常流动	164
7.6	上随体 Maxwell 流体非定常流动	168
7.7	非定常流动的计算机解析解答	171
7.8	非定常流动的变分解析解	181
第八章	非牛顿流体旋转流动	191
8.1	旋转流动计算机智能解析理论	191
8.2	旋转流动基本方程	192
8.3	定常旋转流动	196
8.4	改进的 Kantorovich 变分方法	198
8.5	旋转流动的计算解析解	201
8.6	环空内轴向流动	215
第九章	非牛顿流动计算解析谱方法	222

9.1	计算机解析谱方法	222
9.2	广义的 Chebyshev 多项式	223
9.3	管内流动的谱方法解	228
9.4	旋转流动的计算解析谱方法解	237
第十章	非牛顿流体测粘 - 拉伸流动	245
10.1	测粘 - 拉伸流动的概念	245
10.2	拉伸流运动学	248
10.3	拉伸粘度	253
10.4	纺丝拉伸流动	264
10.5	非牛顿流体非等温流动	272
第十一章	扰动本构理论	285
11.1	聚合物熔体流动不稳定性	285
11.2	扰动本构理论原理	286
11.3	扰动拉伸流动本构方程	292
11.4	衰退记忆理论情形	298
第十二章	非牛顿流体拉伸流动稳定性	303
12.1	高分子熔体薄板的稳定性准则	303
12.2	高分子熔体薄板的断裂	313
12.3	准衰退记忆下的熔体薄板稳定性	315
12.4	不稳定性的本征值理论	319
附录 A	计算机符号运算程序举例	333
附录 B	粘性非牛顿流体本构方程	341
参考文献		356

COSTITUTIVE EQUATION AND COMPUTATIONAL ANALYTICAL THEORY OF NON-NEWTONIAN FLUIDS

HAN SHIFANG

Science Press, Beijing, 2000

Contents

Preface

Chapter 1. Theoretical Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics

1.1 Non - Newtonian fluid mechanics and rheology

1.2 Non -Newtonian fluids

1.3 Constitutive equation and computational analytical theory

Chapter 2. Theory of Deformation

2.1 Configuration and finite deformation

2.2 Deformation gradient

2.3 Extension and rotation

2.4 Rate of deformation

2.5 Rivlin - Ericksen tensor

2.6 Components of Cauchy - Green tensor

2.7 Components of Rivlin - Ericksen tensor

2.8 Kinematics of typical flows

Chapter 3. Basic Equations of Continuum Mechanics

3.1 Transportation relations

3.2 Equation of mass conservation

3.3 Equation of momentum conservation

3.4 Equation of energy conservation

3.5 Lagrangian equation of momentum conservation

- 3.6 Governing equations in stress components
- Chapter 4. Constitutive Theory of Viscoelastic Fluids
 - 4.1 Principles of constitutive equations
 - 4.2 Simple fluid and simple formulation of constitutive equation
 - 4.3 Integral constitutive equation
 - 4.4 Types of integral constitutive equation
 - 4.5 Differential constitutive equation
 - 4.6 Electric - rheological fluid
- Chapter 5. Constitutive Equation of Oldroyd - Maxwell type
 - 5.1 Convected derivative
 - 5.2 Constitutive equation of linear viscoelastic fluids
 - 5.3 Constitutive equation of rate type
 - 5.4 Constitutive equation of upper - convected Maxwell fluid
 - 5.5 Constitutive equation of Oldroyd fluid B
 - 5.6 Constitutive equation of rate - differential type
- Chapter 6. Constitutive Equation of Liquid Crystalline Polymer
 - 6.1 Rheology of liquid crystalline polymer
 - 6.2 Constitutive equation of nematic fluids
 - 6.3 Constitutive equation of viscoelastic fluid of liquid crystalline polymer
 - 6.4 Liquid crystalline polymer fluid B
 - 6.5 Material functions
 - 6.6 Steady flow of liquid crystalline polymer fluid in tube
- Chapter 7. Computational Intellectual Analytical Approach and Theory
 - 7.1 Computational analytical theory
 - 7.2 Computational symbolic manipulation
 - 7.3 Computational intellectual analytical approach
 - 7.4 Governing equations of the flow in tube
 - 7.5 Unsteady flow of power law fluid
 - 7.6 Unsteady flow of upper - convected Maxwell fluid
 - 7.7 Computational analytical solution of unsteady flow
 - 7.8 Computational variational analytical solution of unsteady flow
- Chapter 8. Rotating Flow of Non - Newtonian Fluids

- 8.1 Computational intellectual analytical theory of rotating flow
- 8.2 Governing equations of rotating flow
- 8.3 Non - steady rotating flow
- 8.4 Improved variational approach due to Kantorovich
- 8.5 Computational analytical solution of rotating flow
- 8.6 Axial flow in gap between cylinders

Chapter 9. Computational Analytical Spectral Approach of Non - Newtonian Flow

- 9.1 Computational analytical spectral Approach
- 9.2 Improved Chebyshev polynoms
- 9.3 Computational analytical spectral solution of unsteady flow in tube
- 9.4 Computational analytical spectral solution of rotating flow

Chapter 10. Viscometric - Extensional Flow of Non - Newtonian Fluids

- 10.1 Viscometric - extensional flow
- 10.2 Kinematic of extensional flow
- 10.3 Elongational viscosity
- 10.4 Fiber spinning flow
- 10.5-Non - thermal flow of non - Newtonian fluids

Chapter 11. Disturbed Constitutive Equation Theory

- 11.1 Flow instability of polymer melt
- 11.2 Principles of disturbed constitutive equation
- 11.3 Disturbed constitutive equation of extensional flow
- 11.4 Theory of fading memory

Chapter 12. Stability of Extensional Flow of Non - Newtonian Fluids

- 12.1 Stability criterion of stretching film of polymer melt
- 12.2 Failure of stretching film of polymer melt
- 12.3 Pseudo-fading memory theory of stability of stretching melt film
- 12.4 Eigenvalue theory of instability

Appendix A. Examples of Computational Symbolic Manipulation

Appendix B. Constitutive Equation of Viscous Non - Newtonian Fluids

References

第一章 非牛顿流体力学理论基础

1.1 非牛顿流体力学与流变学

在科学技术发展的长河中不断地产生和形成新理论、新学科,和新技术领域,非牛顿流体力学和流变学是力学、化学及工程科学之间的新兴边缘学科,以其独有特色迅速发展.本世纪初,Prandtl提出附面层新概念,并建立了附面层理论,有力地推动了流体力学的发展.牛顿流体力学得到了迅速发展,其理论和结果应用于不同的工业领域.尤其是航空业和航天技术的发展,极大地推动了流体力学,特别是空气动力学的发展.

非牛顿流体力学,作为一门新兴的边缘学科,则是近30-40年发展起来的.研究非牛顿流体的流变性质及运动规律,是非牛顿流体力学基本研究内容.它已成为现代流体力学的一个重要分支,同时也是现代流变学的重要组成部分.流变学是研究材料流动和变形的科学.流变学的发展起源于高聚物加工的需要.为了研究固体塑料和高分子熔体的物理力学行为,美国的化学工程师宾汉于1929年,首先提出了流变学的概念,并建立了第一个流变学会.尔后,流变学得到了十分迅速发展.在国际上,已建立了国际流变学会.召开了12届国际流变学学术会议.近20年来,非牛顿流体力学已经成为流变学的一个重要的,而且十分活跃的分支.在70年代初由Walters(英国)创立了国际非牛顿流体力学杂志.在近代各届重要流变学国际会议上,如第9届(1984,墨西哥)、第10届(1988,悉尼)、第11届(1992,布鲁塞尔)、第12届(1996,加拿大)国际流变学会议上,非牛顿流体力学均成为会议的主要内容之一.

流变学的研究对象包括流体和固体,也包括流体和固体之间

的材料,如悬浮体.它的重要任务是研究材料的物性,通过实验和理论的方法建立材料的流变状态方程,即本构方程.根据材料的类型,形成了流变学的各个分支.例如,聚合物流变学研究聚合物材料的流变性质,生物流变学涉及的是生物流体,食品流变学研究各类食品的流变行为.流变学并广泛应用于各个工程领域,例如石油流变学、冶金流变学、化妆品流变学、泥石流流变学等都有重要的实际价值.

根据物质状态,流变学研究对象包括固体、流体和悬浮体.因此,流变学可划分为固体流变学、流体流变学和悬浮体流变学.非牛顿流体力学是研究流体物质的流变学,也可称为非牛顿流体流变学.在现代流变学中,流变学包括非牛顿流体力学.

非牛顿流体力学的理论是建立在理性力学原理基础上.从1845年到1945年的100年中,力学工作者仅局限于研究材料的线性理论,即建立在 Navier-Poisson 本构关系的牛顿流体,称为线性材料.只有在20世纪,化学工业迅速发展以后,有非线性效应的材料才显得日益重要.1950年,Oldroyd首先提出了理性连续介质力学体系.他发展了非线性积分记忆原理,并提出了建立本构方程的一个重要的不变性原理,即物质无关性原理.继 Oldroyd 的工作以后, Noll 于1955年至1958年发展了有记忆材料的一般概念,特别是 Noll 关于简单流体的理论. Oldroyd 和 Noll 的工作,奠定了非牛顿流体力学的理论基础,也是现代理性连续介质力学基础.如果不局限于考虑某一个别的学科,即例如材料力学、弹性力学、流体力学和土力学等各力学分支的特征,而是从总体方面研究材料(或物质)的力学行为,把各类物质作为连续介质统一考察,且与现代数学,如张量分析、不变量理论、拓扑学和泛函分析等,有机地结合起来,并上升到新的数学理论高度,就形成理性连续介质力学.它由研究线性材料及线性本构方程,到研究非线性材料及非线性本构方程,这就是非线性连续介质力学的基本任务.

理性连续介质力学和流变学的结合,推动了流变学向新的科学高度发展.在流变学中,理性连续介质力学与非牛顿流体力学成

功的结合,推动了这一学科分支近 30 年的迅速发展,显示了这一新兴的边缘学科的生命力.因此,从理性连续介质力学高度研究非牛顿流体力学,这是本书的理论基础.

1.2 非牛顿流体

科学家们长期研究服从牛顿常粘度定律的流体,称之为牛顿流体.在标准条件下的空气和水,是典型的牛顿流体,它们对社会生产发展具有重要作用.经典的牛顿流体力学认为,在简单剪切流动中,即平行平板间的流动中,剪切应力与剪切速率成正比,其比例系数称为粘度系数,即

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

对于牛顿流体,粘度 μ 在一定压力条件下,是温度的函数.牛顿流体本构方程也可以写为张量形式

$$\mathbf{T} = 2\mu \mathbf{D}$$

式中 $\mathbf{T}$ 为应力张量, $\mathbf{D}$ 为应变速度张量.在牛顿流体本构方程基础上,可以得出著名的 Navier-Stokes 方程,它已成为粘性牛顿流体的基本方程.在工业生产过程中的自然界,发现存在大量不服从牛顿常粘度定律的流体,即非牛顿流体.对于这类流体,它的本构关系与牛顿常粘度定律有显著区别.研究非牛顿流体的科学,称为非牛顿流体力学.高聚物熔体和高聚物溶液,是典型的非牛顿流体.20 世纪初期,高聚物工业的迅速发展,引起了科学家们研究高聚物材料的兴趣.流变学的研究与现代数学结合,推动了这一学科的进一步发展.在化学工业中的各类泥浆、悬浮液、油漆、涂料、颜料、工业用油脂等,硅酸盐工业中的各类烧结块,均属于非牛顿流体.在现代流体力学的新分支中,生物流体力学占有重要位置.生物流体,例如人体内和动物体内的血液、关节腔内的滑液、淋巴液、细胞液、脑脊液、支气管内分泌液等,都具有非牛顿流体