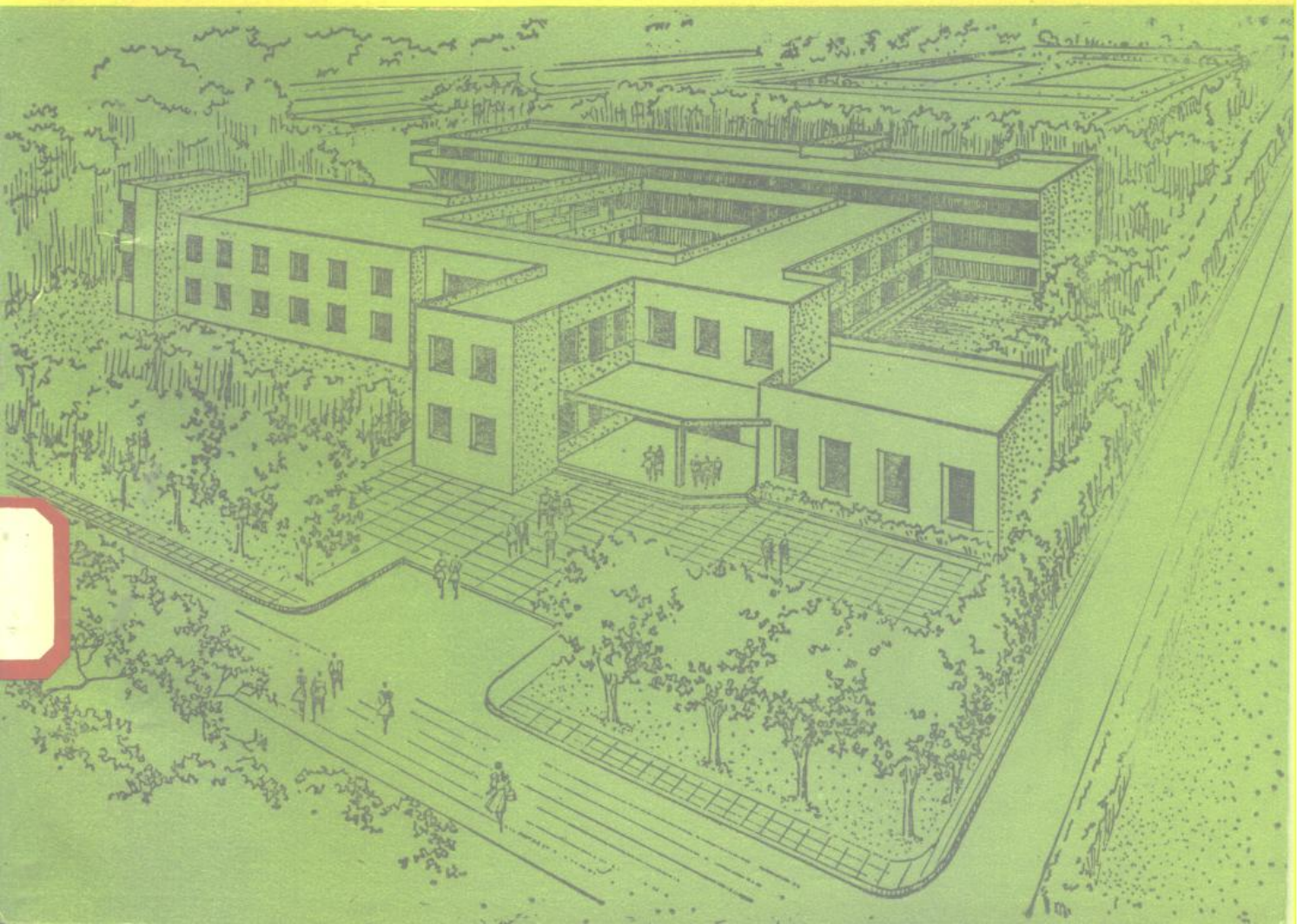


高等学校教学参考书

阴影与透视

朱育万 钱承鉴 编著

高等教育出版社



高等学校教学参考书

阴影与透视

朱育万 钱承鉴 编著

高等教育出版社

(京) 112 号

本书深入地探讨了“阴影与透视”的有关理论和绘图方法。全书共分十九章，主要内容为：正投影中阴影的基本概念和点、直线、平面的阴影，立体的阴影，建筑细部及房屋的阴影，绘制阴影的其他方法，非常用光线下的阴影，轴测图中的阴影、仿射对应和透射对应，透视投影的基本知识和点、直线、平面的透视，透视中的度量和定位问题，绘制建筑透视的基本方法，曲线和曲面的透视，透视作图中的辅助方法和工具，透视图中的阴影，透视图中的倒影和虚象，三点透视，由透视图重建三维信息，三维几何变换与透视投影，透视投影的基本定理和基本方法，曲画面透视及双心透视简介。

本书可供从事工程图学教学工作的教师、高等工业学校的学生和研究生以及工程技术人员参考。

高等学校教学参考书

阴影与透视

朱育万 钱承鉴 编著

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

高等教育出版社新技术中心照排

北京市顺新印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 18.25 字数 450 000

1993 年 9 月第 1 版 1993 年 9 月第 1 次印刷

印数 0 001—1 054

ISBN7-04-003879-X / TH · 309

定价 11.55 元

前 言

近年来,对于阴影与透视的研究,无论在理论上方法上,还是在应用上都有显著的进展,特别是在利用电子计算机进行绘图和屏幕显示,以及在机电设计等方面的应用。许多学者也发表了许多有价值的论文,如有关透视的新画法,透视基本定理和基本方程,以及透视变换矩阵方法的研究等。

最近,国内也出版了一些有关阴影和透视方面的书籍,但大多是高等学校的教材,也有的只是画法几何学中的一部分内容。这些教材由于受教学要求、学时和篇幅等的限制,取材都比较精练,难于较深入而广泛地探讨本学科所涉及的有关理论和绘图方法。虽然也有一些新方法的著述,但只局限于所述方法的原理和作图方面的阐述。因此供教师进一步提高或高等学校本科学生及工程技术人员参考用的有关著作很少,也缺乏供有关专业研究生使用的教学用书。为此,我们编写了这本阴影与透视,力求能较好地满足实际需要。

本书在阴影方面,除着重论述了在正投影图中绘制阴影的原理和方法外,还讨论了在轴测图和透视图中的绘影问题。关于绘影用的光线,则既有常用光线,也有非常用的平行光线和辐射光线。同时还考虑了建筑表现图的需要,在正投影图中绘制阴影时,尽可能提供在一个立面图上直接作阴影的方法。

在透视投影方面,从基本理论出发探讨了点、直线、平面,以及它们的相互关系的透视规律。介绍了各种常用透视图的绘制和透视图中的倒影、虚象的画法,以及由透视图重建三维信息的方法。为了适应计算机绘图的需要,书中还研讨了绘制透视图的矩阵变换方法。

平面图形的影与其本身成透视仿射对应或透视对应,平面图形的透视与其本身又是透视对应或透射对应图形,为了根据射影对应的概念深入研究阴影和透视的作图规律,书中还介绍了有关的基本理论、基本知识及其应用。

为了更好地认识透视投影的规律,书中在阐述了平面上的透视理论和方法之后,还介绍了透视投影的基本定理和基本方程。同时为了扩大眼界和增进知识,在本书的最后,对柱面透视、球面透视和双心透视作了简要的叙述。

本书前六章由钱承鉴编写,后十三章由朱育万编写。

本书由国家教委高等学校工科画法几何及工程制图课程教学指导委员会委托上海城市建设学院何铭新教授审阅,审阅人提出了不少宝贵意见,对此表示衷心的感谢。本书在1990年12月经课程教学指导委员会复审通过,同意作为高等学校教学参考书出版。

本书在编写过程中参考了大量有关的著作和论文,对这些编著者及为本书描绘大量插图的刘聪敏等同志,表示诚挚的谢意。

限于作者水平,不妥和错误之处在所难免,敬希广大读者指正。

编者

1991. 5.

目 录

第一章 正投影中阴影的基本概念和点、直线、平面的阴影	1
§ 1-1 概述	1
§ 1-2 点的影	3
§ 1-3 直线的影	7
§ 1-4 平面图形的阴影	13
第二章 立体的阴影	23
§ 2-1 棱柱和棱锥的阴影	23
§ 2-2 圆柱和圆锥的阴影	26
§ 2-3 曲线回转体的阴影	30
第三章 建筑细部及房屋的阴影	35
§ 3-1 门、窗洞口的阴影	35
§ 3-2 烟囱和出檐的阴影	36
§ 3-3 台阶和阳台的阴影	40
§ 3-4 带帽的柱和锥的阴影	43
§ 3-5 柱槽和壁龛的阴影	46
§ 3-6 瓶颈式回转体的阴影	49
§ 3-7 托斯康柱式的阴影	50
§ 3-8 房屋阴影示例	52
第四章 绘制阴影的其他方法	54
§ 4-1 皮列面法	54
§ 4-2 光轴面法	59
§ 4-3 辅助投射法	65
第五章 非常用光线下的阴影	71
§ 5-1 平行光线	71
§ 5-2 辐射光线	74
第六章 轴测图中的阴影	78
§ 6-1 轴测图中绘制阴影的作用和光线方向的确定	78
§ 6-2 点、直线和平面图形的阴影	78
§ 6-3 立体的阴影	80
§ 6-4 建筑细部的阴影	82
§ 6-5 辐射光线下的阴影	87
第七章 仿射对应和透射对应	90
§ 7-1 平面场的透视仿射对应	90
§ 7-2 平面场的仿射对应	93
§ 7-3 射影空间	95
§ 7-4 笛沙格定理	96
§ 7-5 透射对应	97
第八章 透视投影的基本知识和点、直线、平面的透视	102
§ 8-1 概述	102
§ 8-2 点的透视	103
§ 8-3 直线的透视	104
§ 8-4 各种特殊位置直线的透视	106
§ 8-5 直线的量点	110
§ 8-6 平面的透视	113
第九章 透视中的度量和定位问题 ...	117
§ 9-1 线段的实长、直线和平面的倾角	117
§ 9-2 二相交直线的夹角	119
§ 9-3 直线与平面相交	122
§ 9-4 二平面相交	124
§ 9-5 点到直线和平面的距离	126
§ 9-6 点、直线和平面的综合例题	127
第十章 绘制建筑透视的基本方法 ...	132
§ 10-1 视点、画面和物体相对位置的选择	132
§ 10-2 建筑师法	136
§ 10-3 量点法和距点法	139
§ 10-4 介线法	141
§ 10-5 网格法	143
§ 10-6 投射线束法	145
§ 10-7 透射图形法	148
第十一章 曲线和曲面的透视	150
§ 11-1 圆的透视	150

§ 11-2 平面曲线和空间曲线的透视 ...	154	§ 16-1 由透视图重建三维信息的 条件	216
§ 11-3 曲面和曲面体的透视	156	§ 16-2 重建三维信息的一些基本 作图	218
§ 11-4 绘制具有曲面的建筑物的透视 示例	160	§ 16-3 由透视图重建三维信息 示例	223
第十二章 透视图中的辅助方法和 工具	166	第十七章 三维几何变换与透视 投影	226
§ 12-1 透视图中的分割	166	§ 17-1 概述	226
§ 12-2 受图幅限制时的作图	170	§ 17-2 比例变换	226
§ 12-3 透视作图中的辅助工具	174	§ 17-3 旋转变换	229
第十三章 透视图中的阴影	178	§ 17-4 平移变换	234
§ 13-1 光线的方向	178	§ 17-5 正投影变换	235
§ 13-2 点和直线的影	180	§ 17-6 射影变换	236
§ 13-3 立体的阴影	183	§ 17-7 一点透视	241
§ 13-4 绘制建筑物的阴影示例	187	§ 17-8 两点透视	243
第十四章 透视图中的倒影和虚象 ...	192	§ 17-9 三点透视	251
§ 14-1 倒影和虚象的形成	192	§ 17-10 利用坐标系变换绘制透视图 ...	259
§ 14-2 水中的倒影	193	§ 17-11 凸多面体隐藏线的处理	266
§ 14-3 直立镜中的虚象	194	第十八章 透视投影的基本定理和 基本方程	270
§ 14-4 倾斜镜中的虚象	197	§ 18-1 透视投影的基本定理	270
第十五章 三点透视	201	§ 18-2 透视投影的基本方程	273
§ 15-1 基本知识	201	第十九章 曲画面透视和双心透视 简介	277
§ 15-2 三点透视中的一些基本作图 ...	202	§ 19-1 柱面透视的近似画法	277
§ 15-3 建筑师法	204	§ 19-2 球面透视的近似画法	279
§ 15-4 量点法	205	§ 19-3 双心透视简介	281
§ 15-5 介线法	208	参考书目	283
§ 15-6 投射线束法	210		
§ 15-7 三点透视中的阴影	212		
第十六章 由透视图重建三维信息 ...	216		

第一章 正投影中阴影的基本概念和 点、直线、平面的阴影

§ 1-1 概 述

一、阴影的形成

阴影的形成必须具备三个要素，即：光源、物体和承影面，其中光源可以位于无穷远处或在有限距离处，前者形成平行光线，而后者则为辐射光线。物体假定是不透明的，而承影面可以是平面、曲面或某一物体的受光表面。

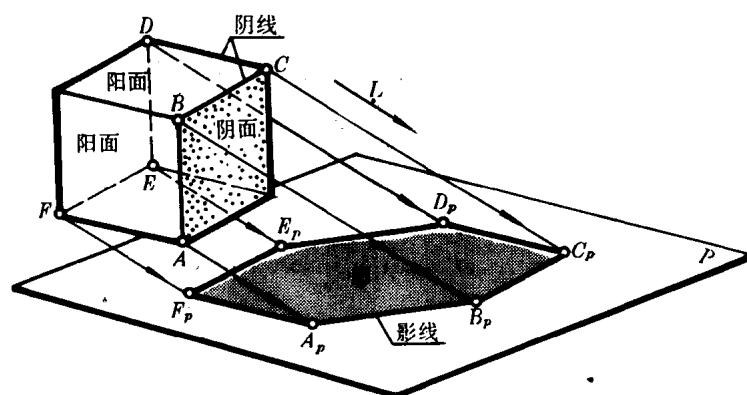


图 1-1 阴影的形成

图 1-1 所示为一立方体在平行光线 L 的照射下形成阴影的情况。立方体上受光的表面称为阳面，背光的表面称为阴面。阳面和阴面的分界线称为阴线，如图 1-1 中的 $ABCDEF$ 。平面 P 为承影面，物体不存在时，它是一个完全受光的面，由于物体所遮而形成的阴暗部分，称为物体在该面上的影。影的轮廓线称为影线，影线就是物体上阴线的影。

从上述阴影的形成可知，阴和影虽然都是阴暗的，但各自的概念不同。阴是指物体表面背光的部分，而影是指在承影面上光线被物体遮挡所产生的阴暗部分。为区别起见，图中的阴用徒手画点表示，影则用网纹表示。

在这里我们将不涉及有关明暗的物理性质，不计散光作用和反照等，而只是研究阴和影的几

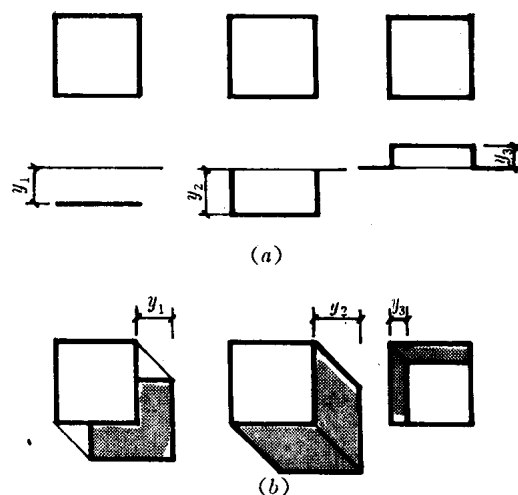


图 1-2 绘制阴影的作用

何轮廓及其画法。

二、阴影的作用

图 1-2 (a) 中, 形体的 V 面投影为三个正方形, 如果没有 H 面投影则难于确定它们各自的具体形状。但若如图 1-2 (b) 所示, 在 V 面投影上加画它们的阴影, 即使没有 H 面投影, 根据其影也可以看出: 左图为方形平面, 中图为突出于 V 平面的一个长方体, 而右图则是一个方形凹槽。不仅如此, 在特定的光线方向照射下, 从影的大小, 可以判断出物体上某一部分凸出或凹进的具体尺度。物体的 V 面投影缺少 Y 轴向尺寸, 但可以从它的影中反映出来。所以在正投影图中绘制阴影的作用为: (1) 可使图形具有立体感, (2) 在特定光线下, 在物体的一个投影上可同时反映出物体上三个方向的尺度。因此, 如图 1-3 (a) 所示, 阴影常被用于绘制建筑设计方案的立面表现图中。如果再加上适当的配景和人物衬托, 从而使所设计的建筑不仅具有立体感和尺度感, 而且能体现出一定的环境空间关系, 增加了建筑形体的艺术感染力, 给人以美的享受。图 1-3 (b) 为没有加绘阴影的建筑立面图, 显然缺乏立体感。

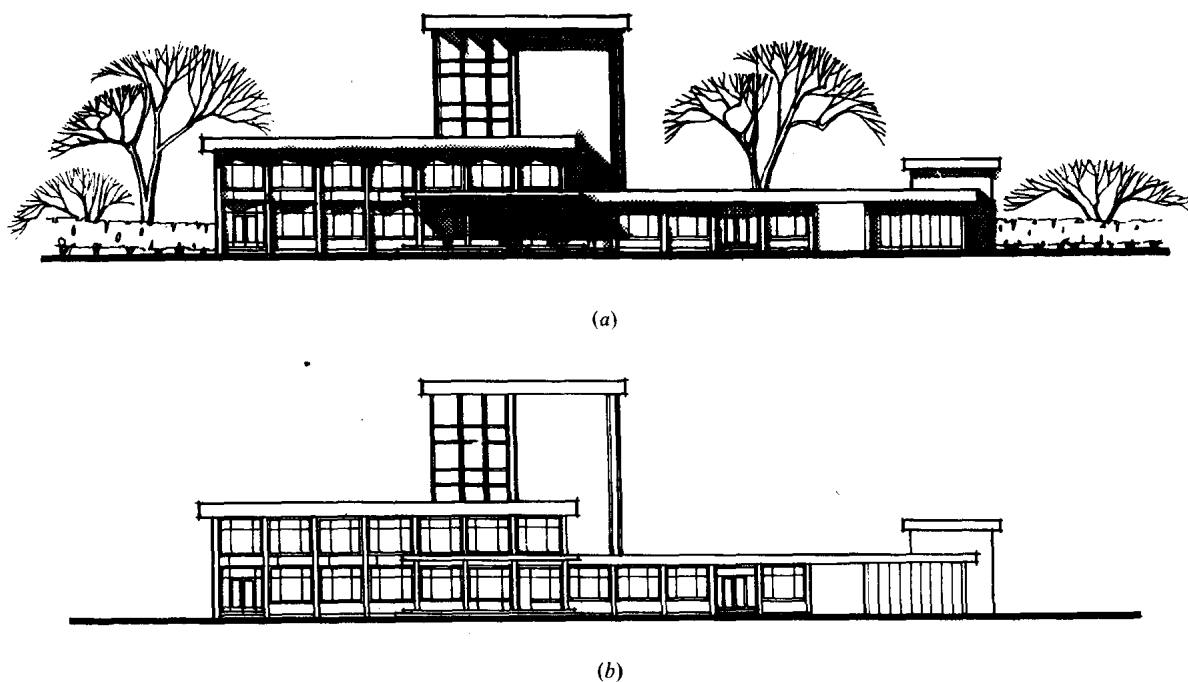


图 1-3 阴影在建筑图中的作用

三、光线

绘制阴影时所采用的光线可以是平行光线 (如日光或月光) 或辐射光线 (如灯光, 其光源称为点光源)。不过在正投影图中作阴影, 常采用一种特定方向的平行光线。当立方体的各侧面平行于相应的投影面时, 光线方向一般是从立方体的左、前、上角向右、后、下角的体对角线方向, 如图 1-4 (a) 所示。这种方向的光线称为常用光线或习用光线。它对三个投影面的倾角是相等的, 即 $\alpha = \beta = \gamma$ 。这时, 立方体的体对角线倾角的正切值 $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 所以 α 角为 $35^\circ 15' 52''$, 常近似地取为 35° 。这种光线在三个投影面上的正投影 l 、 l' 和 l'' 与水平方向均呈 45° 角 [图 1-4 (b)]。如果要求出这种光线的实际倾角, 则可按图 1-4 (c) 中所示

的旋转法求得。在单面投影图中也可按图 1-4 (d) 中所示的方法作出。

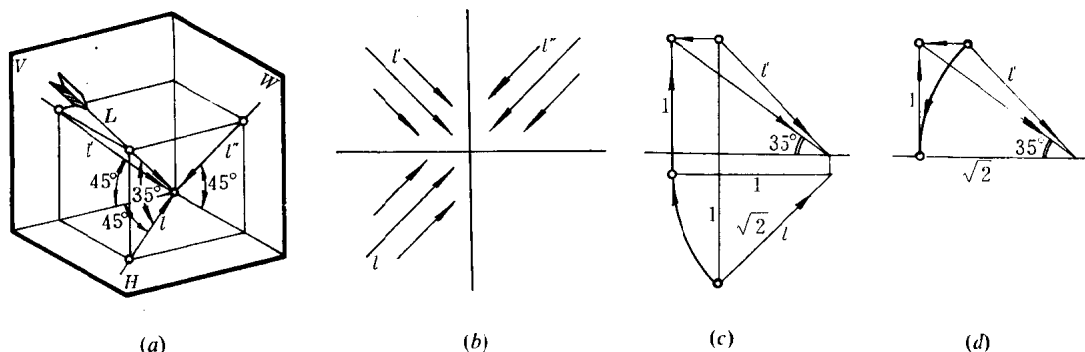


图 1-4 常用光线

§ 1-2 点的影

点的影，就是被该点所遮住的一条光线与承影面的交点。如图 1-5 所示，空间点为 A ，承影面为 P ，则 A 点在 P 平面上的影为被 A 点遮住的一条光线 L 与 P 平面的交点 A_p 。如果点 B 在承影面上，则其影 B_p 与 B 点本身重合。

我们规定空间点 (如 A) 在各投影面 H 、 V 、 W 上的影分别用 A_h 、 A_v 和 A_w 标记。影的投影则用 A_h (a_h , a_h' , a_h'')、 A_v (a_v , a_v' , a_v'')、 A_w (a_w , a_w' , a_w'') 标记。点在其他不指明标记的承影面或立体表面上的影则用 A_0 (a_0 , a_0' , a_0'') 标记。

一、点在投影面上的影

如前所述，点在投影面上的影是被该点遮住的光线与投影面的交点，即光线的迹点。

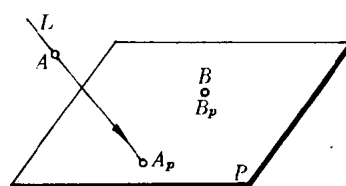


图 1-5 点的影

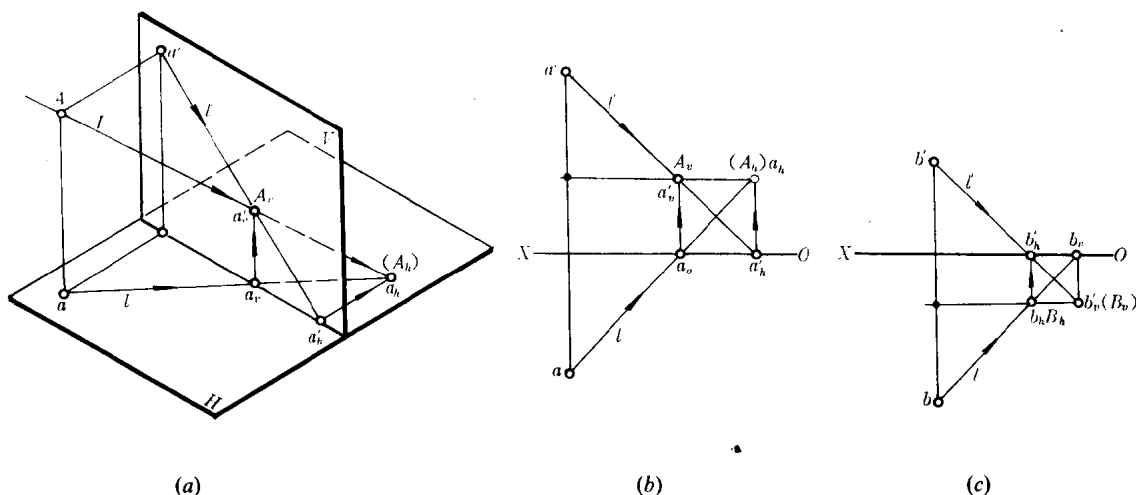


图 1-6 点在投影面上的影

通常假定投影面是不透明的。如图 1-6 (a) 所示， A 为空间的一点，由于该点离 V 平面较近，所以通过 A 点的光线与 V 平面相交于 A_v 。 A_v 就是空间点 A 在 V 平面上的影，称为真

影。如果延长这一光线使与 H 平面相交于点 (A_h) ，则 (A_h) 称为 A 点在 H 平面上的虚影（点的虚影在标记上加画括号）。它虽不是 A 点的真实的影，然而在以后某些求影的作图中常要用到它。同样，如 A 点距 H 平面较近，则其影将落在 H 平面上。此时， A_h 为真影， A_v 为虚影。如果 A 点到投影面 H 和 V 的距离相等，则其影落在投影轴 OX 上。

图 1-6 (b) 所示为在投影图中作 A 点的影的方法。首先，过点 a 和 a' 分别作光线的投影 l 和 l' ，由于 A 点距 V 平面较近，所以 l 线先与 OX 轴相交。然后，过交点 a_v 作直立线，此线与过 a' 的 l' 线的交点 A_v 即为 A 点在 V 平面上的影， a_v' 与 A_v 重合。如延长光线 L (l, l')，则过 l' 与 OX 轴的交点 a_h' 作直立线，此线与过 a 的 l 线相交于点 (A_h) 。这是光线穿过 V 平面之后与 H 平面相交而得出的 A 点的虚影。

图 1-6 (c) 中给出的 B 点，由于距 H 平面较近，所以其真影 B_h 落在 H 平面上。特点是在过 b 和 b' 的光线的投影 l 和 l' 中， l' 线先与 OX 轴交于 b_h' ，过 b_h' 点作直立线，与过 b 点的 l 线交于真影 B_h 。虚影 (B_v) 则是过 l 线与 OX 轴的交点 b_v 所作直立线与 l' 线的交点。

在图 1-6 (b)、(c) 的投影作图中可以看出，点的真影的 z 坐标和虚影的 y 坐标的绝对值相同，所以在投影图中，点的真影和虚影同处于与 OX 轴平行的直线上。

从作出点的影的过程可知，如点到投影面的距离为已知，则由点的一个投影就可直接作出它的影。如图 1-7 (a) 所示，设已知 A 点距 V 平面为 10mm，其 V 面投影的标记为 a_{10}' 。 A 点在 V 平面上影的作法是：在点 a_{10}' 之下 10mm 处作一水平线，该线与过 a_{10}' 的光线 l' 的交点 A_v 就是所求的影。图 1-7 (b) 中，设已知点 B 到 H 平面的距离为 15mm，其 H 面投影的标记为 b_{15} 。此时， B 点在 H 平面上影的求法是：在点 b_{15} 之上 15mm 处作一水平线，此线与过 b_{15} 的光线 l 交于所求的影 B_h 。事实上，在已知点到投影面的距离的情况下，如图 1-7 所示， A 点的 H 面投影和 B 点的 V 面投影都可省去不画， OX 轴也可取消。

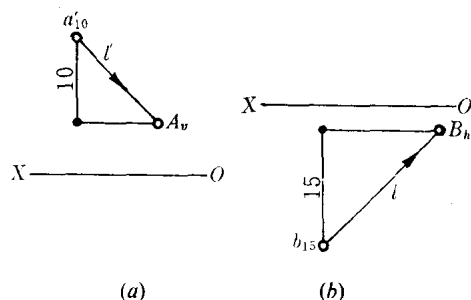


图 1-7 在一个投影面上作点的影

二、点在平面上的影

1. 点在特殊位置平面上的影

所谓特殊位置平面，是指垂直或平行于投影面的平面。这类承影面有一共同特点，即过点的光线与承影面的交点的一个投影，因平面的积聚性而可立即定出，从而作出交点的另一个投影。图 1-8 (a) 中，要作出 A 点在铅垂面 P 上的影。首先过 A 点作光线 L (l, l')， l 线与 P 平面的 H 面迹线 p_h 的交点 a_p ，就是影 A_p 的 H 面投影。然后自 a_p 点向上作直立线，与过

a' 点的 l' 线相交得 a_p' , a_p' 就是 A 点在 P 平面上的影 A_p 的 V 面投影。图 1-8 (b)、(c)、(d) 中、点 B 、 C 和 D 的影的求法均与图 1-8 (a) 中的求法类似, 不赘述。

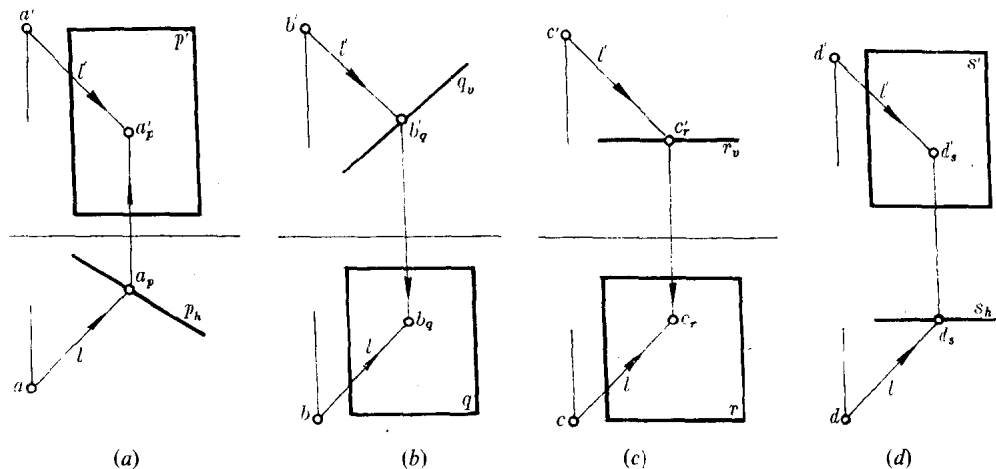


图 1-8 点在特殊位置平面上的影

上述点在投影面上和点在特殊位置平面上求影的方法, 称为光线迹点法。

2. 点在一般位置平面上的影

点在一般位置平面上的影的求法, 与画法几何中求直线与平面的交点的方法一样, 只不过将直线视为过已知点的光线。

图 1-9 中, 要作出 A 点在四边形 $I-III-IV$ 平面上的影, 首先过 A 点作光线 $L(l, l')$, 然后求此光线与四边形平面的交点。为此, 包含光线 L 作铅垂辅助面 F , F 平面与四边形平面的交线为 MN 。那么, 交线 MN 与光线 L 的交点 $A_0(a_0, a_0')$ 就是 A 点的影。这种包含光线作辅助面求影的方法, 称为光截面法。

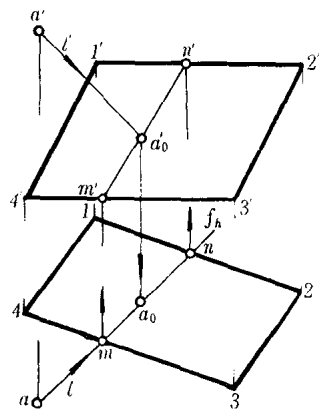


图 1-9 点在一般位置平面上的影

三、点在立体表面上的影

点在立体表面上的影, 就是过点的光线与立体表面首先相交的点。根据立体表面所处的空间位置, 可以用光线迹点法或光截面法求解。

例 1-1 求 A 点在房屋上的影 (图 1-10)。

解 此处用的是光截面法。首先过 A 点引光线 $L(l, l')$, 然后包含光线 L 作一铅垂光截面 F , 求出平面 F 与房屋的截交线, 则光线 L 与截交线的交点 $A_0(a_0, a_0')$ 即为所求的影。

例 1-2 求 A 点在圆柱面上的影 (图 1-11)。

解 因圆柱面垂直于 H 平面, 其 H 面投影有积聚性, 所以本例用光线迹点法作出影 $A_0(a_0, a_0')$, 如图所示。通常在有积聚性的那个投影上, 可不标出影的投影 a_0 , 只需标出影的另一投影 a_0' 。

例 1-3 求 A 点在球面上的影 [图 1-12 (a)]。

解 由于球面在任一投影面上的投影均为圆，没有积聚性，所以本例采用光截面法。

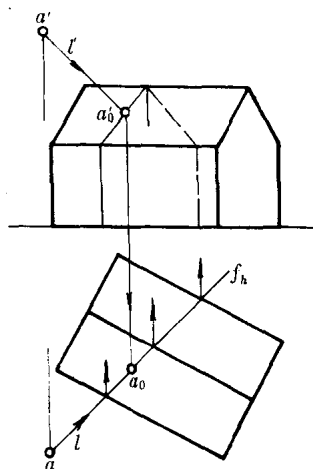


图 1-10 点在房屋上的影

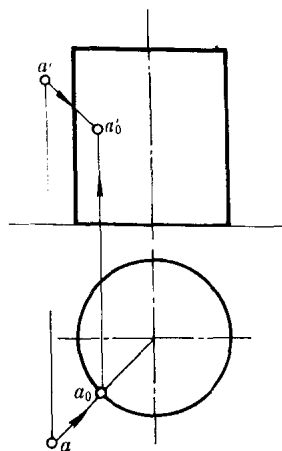


图 1-11 点在圆柱面上的影

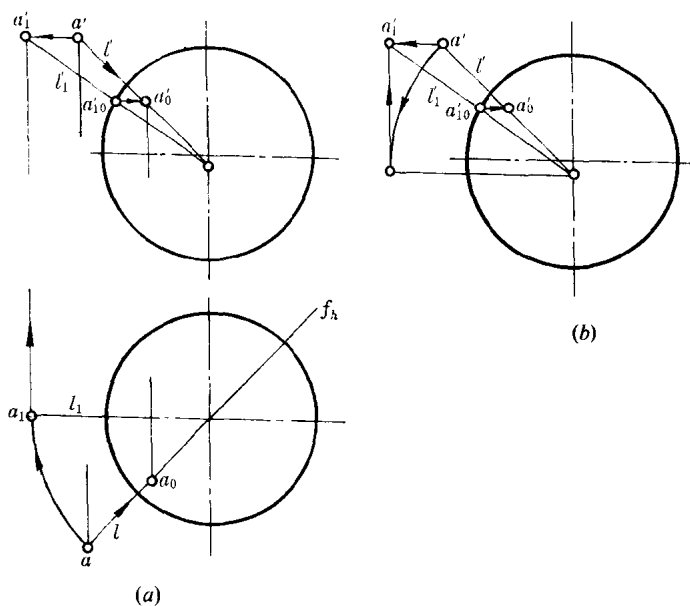


图 1-12 点在球面上的影

过 A 点的光线 L 恰好与球面的铅垂轴线相交，所以包含光线 L 的铅垂面 F 与球面相交于大圆，其 V 面投影为一椭圆。为了避免画椭圆，采用旋转法把交线圆连同 A 点一起绕球的铅垂轴线旋转，使交线圆转到平行于 V 平面的位置。这时， A 点旋转到 A_1 的位置，光线 L 转成 L_1 ，交线圆的 V 面投影与球的 V 面投影重合。在 V 面投影中， l_1' 线与圆的交点 a_{10}' 就是 A_1 点的影的 V 面投影。把所得的影转回到旋转前的光线 L 上，即可作出 A 点的影 A_0 (a_0 , a_0')。

如果把此例中的两个投影叠画在一起，则可单凭一个投影直接作出 A 点的影的 V 面投影 a_0' ，如图 1-12 (b) 所示。

由上例可知，凡是通过已知点的光线与回转面的轴线相交，则点在该回转面上的影均可单

凭其 V 面投影作出 (图 1-13)。

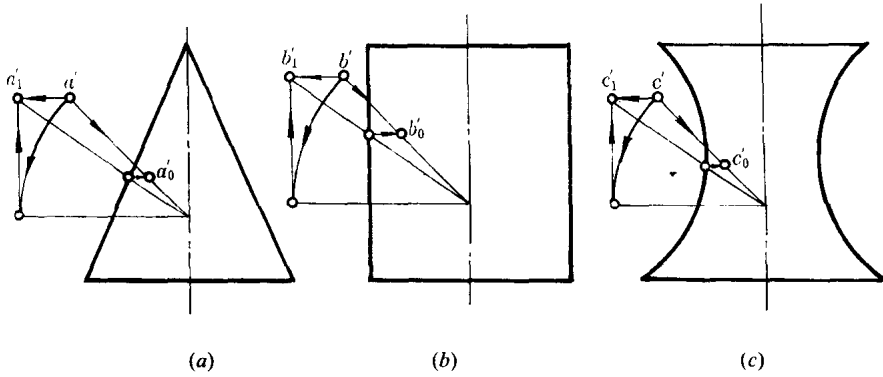


图 1-13 过点的光线与回转面轴线相交时作点的影

§ 1-3 直线的影

直线的影，为过直线上所有点的光线所形成的光线平面与承影面的交线。所以，直线段在承影平面上的影在一般情况下仍为一直线段，并可由其两端点的影连接而成。由于直线与承影平面的相对位置不同，直线的影有三种情况 (图 1-14)：当直线平行于承影平面时，它的影与直线本身平行且等长，如图中的 AB 线；当直线与光线平行时，它的影积聚为一点，如图中的 CD 线；在一般情况下，直线段的影仍为直线段，如图中的 EF 线。影的长度则视已知线段与承影平面的相对位置而异，可能比已知线段长，也可能比已知线段短。

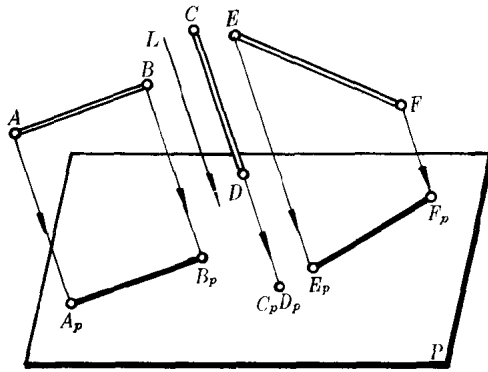


图 1-14 直线的影

一、直线在投影面上的影

要作一直线段在某一投影面上影，只需求出该线段两端点在该投影面上影，相连即可。

图 1-15 (a) 中，由于 AB 线段的两个端点离 H 平面都比它们离 V 平面为近，所以它的影就是 A 、 B 两端点在 H 平面上的影 A_h 、 B_h 的连线 $A_h B_h$ 。

图 1-15 (b) 中，线段 CD 的两端点都离 V 平面较近，所以它的影为 C 、 D 两端点在 V 平面上的影 C_v 、 D_v 的连线 $C_v D_v$ 。

倘若一直线段的两个端点的影分别落在 H 和 V 两个投影面上，则应遵循线段两端点在同一投影面上的影才能相连的原则，利用虚影找出该线落在 OX 轴上的折影点，从而作出该线

段在 H 和 V 平面上的影。

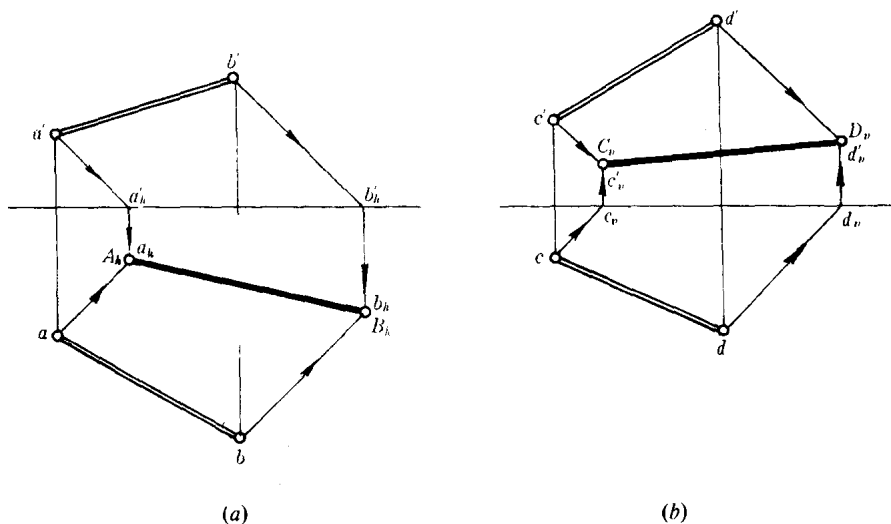


图 1-15 线段的影全部落在一投影面上

图 1-16 中, A 点距 H 平面较近, 它的真影 A_h 落在 H 平面上; 而 B 点距 V 平面较近, 它的真影 B_v 落在 V 平面上。点 A_h 和 B_v 位于不同的投影面上, 不能直接相连, 必须找出直线段 AB 在 OX 轴上的影 K_0 。为此, 作出 B 点在 H 平面上的虚影 (B_h), 那么, A_h 和 (B_h) 的连线与 OX 轴的交点 K_0 , 就是线段 AB 在 H 和 V 平面交线上的影, K_0 点称为折影点。通过折影点 K_0 作出 $A_h K_0$ 和 $K_0 B_v$, 得到 AB 线在 H 和 V 平面上的影。应该指出的是, 折影点 K_0 是直线上距 H 和 V 平面等距点 K 的影。图中自 K_0 点作反回光线, 就可找出直线上的 K 点。点 k 和 k' 到 OX 轴的距离相等。

实际上, AB 线在 H 、 V 投影面上的影, 就是过 AB 线的光线平面的迹线, 而折影点 K_0 就是迹线共点。

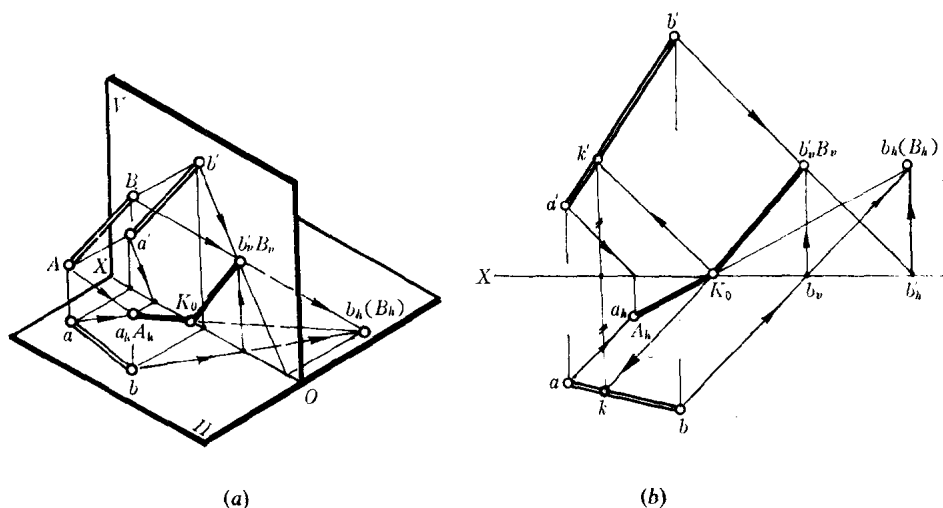


图 1-16 线段 AB 的影落在 H 、 V 两投影面上

二、直线的绘影规律

1. 平行规律

a. 直线与承影平面平行，则直线在该平面上的影与直线本身平行且等长。

图 1-17 (a) 中, AB 为正平线, 所以在 V 平面上的影与 AB 平行且等长, 在投影图中的反映是 $A_v B_v \parallel a' b'$, $A_v B_v = a' b'$ 。图 1-17 (b) 中, CD 平行于铅垂面 P , 它在 P 平面上的影 $C_p D_p \parallel CD$, $C_p D_p = CD$, 在投影图中则反映为 $c_p' d_p' \parallel c' d'$, $c_p' d_p' = c' d'$ 。因此, 通常只需作出线段的一个端点的影, 即可按平行和等长的关系画出该线段的影。

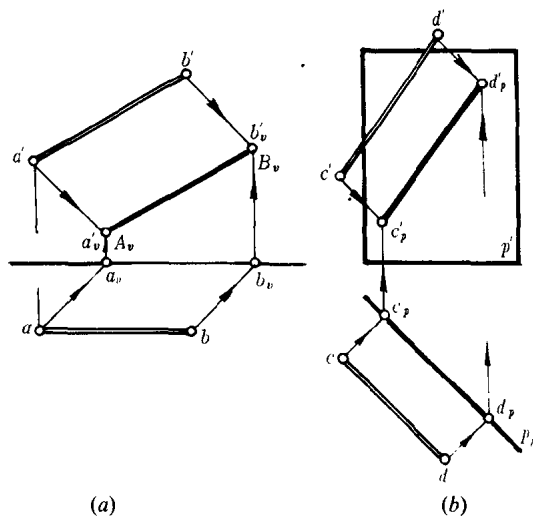


图 1-17 平行于承影平面的直线的影

b. 平行诸直线在同一承影平面上的影相互平行。

AB 、 CD 为平行两直线 (图 1-18), 那么, 包含直线 AB 和 CD 的两个光线平面亦相互平行, 它们与 P 平面的交线必平行。因此, AB 和 CD 在 P 平面上的影 $A_p B_p \parallel C_p D_p$, 在投影图中则反映为 $a_p' b_p' \parallel c_p' d_p'$ 。

c. 一直线在平行的诸承影平面上的影相互平行。

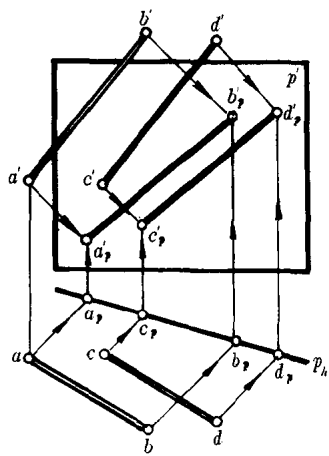


图 1-18 平行线在同一承影平面上的影

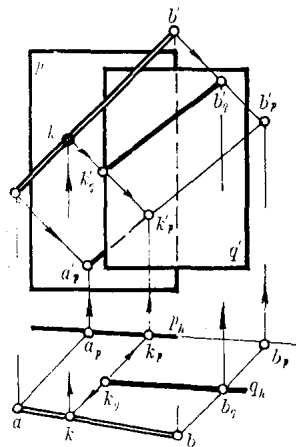


图 1-19 直线在二平行的承影平面上的影

图 1-19 中, 由于 P 、 Q 两承影平面相互平行, 包含 AB 直线的光线平面与这两平面必交出相互平行的直线。因此, AB 线在 P 和 Q 平面上的影相互平行。在投影图中, 可先求出 A 、 B 两端点在 P 平面上的影, 得 a_p' 、 b_p' , 相连得 AB 线在 P 平面上影的 V 面投影。再由 B 点的真影 b_q' 作直线与 $a_p' b_p'$ 平行, 得 $k_q' b_q'$ 。 k_q' 是直线上 K 点在 Q 平面边线上的影①, 称为影的过渡点。 K 点落影于 k_q' 的同时, 过 K 点的光线还要与 P 平面交于 k_p' 点。所以 AB 线的影分为两段, 一段在 P 平面上, 其 V 面投影为 $a_p' k_p'$; 另一段在 Q 平面上, 其 V 面投影为 $k_q' b_q'$ 。其中 $a_p' k_p'$ 有一部分被 Q 平面的投影所遮挡, 所以画成虚线。 $k_p' b_p'$ 段为虚影, 不必画出, 图 1-19 中保留了作图线。

2. 相交规律

a. 直线与承影面相交, 则直线的影必通过直线与承影面的交点。

图 1-20 中, 直线段 AB 延长后与 P 平面交于 K 点, 交点 K 在 P 平面上的影 K_p 与 K 点重合。求出 A 点的影 A_p 后, 连接 A_p 和 K_p , 得到 AK 的影。 B 点的影必在 $A_p K_p$ 上。图中过 b' 点引光线与 $a_p' k_p'$ 相交于 b_p' , $a_p' b_p'$ 即为线段 AB 在 P 平面上影的 V 面投影。

b. 一直线在相交两承影面上的影也相交, 且影的交点在两承影面的交线上。

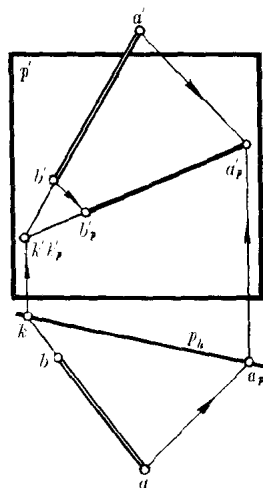


图 1-20 直线与承影平面相交

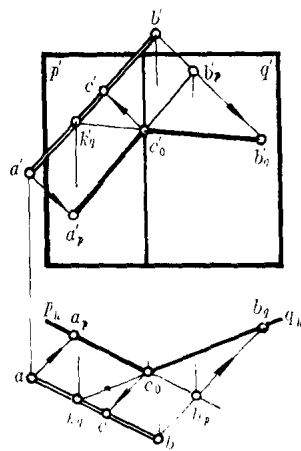


图 1-21 直线在相交两承影平面上的影

直线 AB 上 A 点的影 A_p 落在 P 平面上, B 点的影 B_q 在 Q 平面上 (图 1-21)。 A_p 和 B_q 为在不同面上两个点的影, 不能相连。为作出 AB 在 P 平面上的影, 假想把 P 平面扩展, 从而求得 B 点在扩大的 P 平面上的影 B_p 。此时, 所连直线 $A_p B_p$ 与两承影平面的交线交于 C_0 点, 则 $A_p C_0$ 为 AB 线落在 P 平面上的影, C_0 为折影点, $C_0 B_q$ 为 AB 线落在 Q 平面上的影。

也可扩展 Q 平面, 求出 AB 线与 Q 平面的交点 K_q , 直线 $K_q B_q$ 与两承影平面的交线相交也可作出折影点 C_0 。或者在投影图中直接由两平面交线的 H 面投影 c_0 作返回光线至 c 点, 再由 c 点作出 c' 点。过 c' 点作光线与两平面交线相交于 c_0' 点, 然后连直线 $a_p' c_0'$ 和 $c_0' b_q'$, 得到 AB 线的影。

① 实际上 k_q' 是 K 点的影 K_q 的 V 面投影, 习惯上就称它为 K 点的影。以后遇有类似情况, 不再作说明。

上述利用延长线段或扩展承影面以求线段的影的方法称为延棱扩面法。

c. 相交两直线在同一承影平面上的影也相交，而且两直线交点的影，就是两直线影的交点。

如图 1-22 所示， AB 、 CD 为相交两直线，交点为 E 。可先作出交点 E 的影 E_p (e_p , e_p')，然后分别求出每一直线上一个点的影，如 A_p (a_p , a_p') 和 C_p (c_p , c_p')，就可确定这两直线的影。

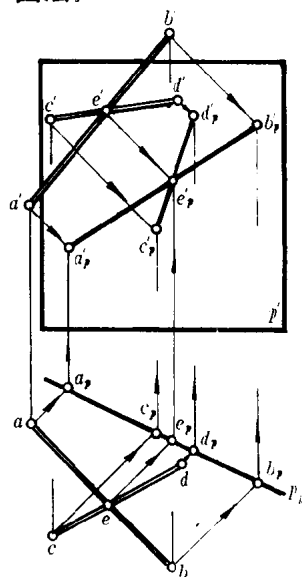


图 1-22 相交两直线的影

3. 垂直于投影面的直线的绘影规律

a. 垂直于投影面的直线在投影面上的影

包含铅垂线 AB 的光线平面 P 是一个铅垂面[图 1-23(a)]。它与 H 平面的交线为 p_h ，与光线在 H 平面上的投影方向一致，即与 OX 轴成 45° 角；光线平面 P 与 V 平面的交线为 p_v ，垂直于 OX 轴。 p_h 和 p_v 即为铅垂线 AB 在 H 和 V 平面上的影。

图 1-23 (b) 中， CD 为正垂线，包含 CD 线的光线平面 Q 为一正垂面。它与 V 平面的交线 q_v 为 CD 线在 V 平面上的影，与光线在 V 平面上的投影方向一致，即与 OX 轴成 45° 角；光线平面 Q 与 H 平面的交线 q_h 为 CD 线在 H 平面上的影， D 点的影 D_h 在 q_h 线上。

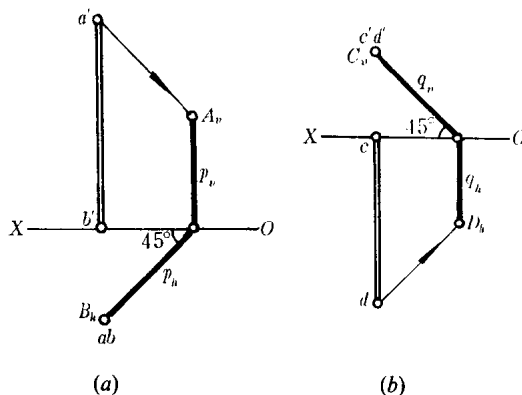


图 1-23 投影面垂直线在投影面上的影

上述情况说明：垂直于投影面的直线，在所垂直的投影面上的影与光线在该面上的投影方向一致，即与 OX 轴成 45° 角，在另一投影面上的影与直线本身平行。

b. 垂直于投影面的直线在其他物体表面上的影

图 1-24 所示为铅垂线 AB 在房屋上的影。由于包含 AB 线的光线平面是一个铅垂面 P ，它与房屋的照亮部分的交线即为其影。影的 H 面投影与 p_h 重合，为一直线，其方向与光线在该面上的投影方向一致。又由于该铅垂面 P 与 V 、 W 平面的夹角相等，均为 45° ，所以 P 平面与房屋交线的 V 、 W 两投影呈对称形。由于该房屋的 W 面投影与交线的 W 面投影重合，因此交线的 V 面投影形状，与房屋的 W 面投影成对称形。 A 点的影 A_0 (a_0 , a_0' , a_0'') 就落在此交线上。