

画法几何与计算机绘图

- 舒代宁 编著
- 中国铁道出版社



HUAFAJIHE YU JISUANJI H

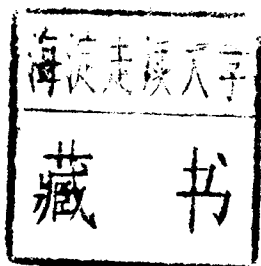
1.41

W/1

112571.41
CIN/1

画法几何与计算机绘图

舒代宁 编著



中国铁道出版社·1991年北京

0020921

内 容 简 介

本书通过一些具体实例,着重介绍怎样将画法几何中的某些方法应用于计算机绘图,全书共四章。第一章介绍一般平面体的数据结构和图形显示;第二章介绍确定正轴测图变换参数的方法,如视图法、轴间角和变形系数法,投影光线法。第三章介绍适用于工程师绘制透视图的透视变换矩阵,以便工程师根据其在工程图样中所确定的视点、画面与建筑物三者之间的相对位置,确定透视变换参数。第四章介绍旋转曲面正轴测投影的数学处理。本书还附有一片软盘。

本书适合于工程技术人员阅读,并可供工科院校的师生参考。

JS508/02

画法几何与计算机绘图

舒代宁 编著

*

中国铁道出版社出版、发行

(北京市东单三条14号)

责任编辑 殷小燕 封面设计 刘景山

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本:850×1168毫米 1/32 印张:3.75 字数:96千

1991年5月 第1版 第1次印刷

印数:1—3500册

ISBN7-113-00999-9/TP·101 定价:2.45元

前 言

画法几何是一门古老的学科,从工程师的观点看,它是绘制物体图形的一种直观的图形语言。德国数学家D. 希尔伯特说过:“在数学中,象在任何科学研究中那样,有两种倾向。一种是抽象的倾向,即从所研究的错综复杂的材料中提炼出其内在的逻辑关系,并根据这些关系把这些材料作系统的、有条理的处理。另一种是直观的倾向,即更直接地掌握所研究的对象,侧重它们之间的关系的具体意义,也可以说领会它们的生动的形象。”画法几何属于后者,它采用直观的方法描述物体的形状及三维空间中的某些几何关系,是工程师必须研读的学科。

计算机绘图是一门较新的学科,其基础为计算机图学。计算机图学是研究用计算机定义图形、存储图形、处理图形和输出图形的一门较新的学科。计算机绘图已广泛地用于工程图纸的绘制,工程师也应进一步研读这一新学科。无论用什么设备和什么方法绘制工程图样,都应使所绘制的图纸符合经过长期实践形成的“工程图形语言的语法”,都应继承经过长期实践总结出来的作图方法。因此,工程师在学习与应用计算机绘图时,应将古老的图形语言方法和计算机图学相结合,并将画法几何中的一些方法应用于计算机图学。工程技术人员都学过画法几何,这有助于他们学习计算机图学,有助于他们将画法几何中的某些方法应用于计算机图学,解决计算机绘图中的某些课题。

本书通过一些具体实例,着重介绍怎么样将画法几何中的某些方法应用于计算机绘图,全书共四章。

第一章介绍怎么样应用画法几何判断可见性的方法与描黑一张三视图的顺序,处理一般平面体消除隐藏线的方法;介绍怎么样根据画法几何组合体形体分析法,组织一般平面体组合体的数据。本章所附的程序是学习本书的工具,读者可用这些程序,完成本书

各章所附的练习。

第二章介绍怎么样根据正轴测投影方向矢量的三视图、正轴测图的轴间角、正轴测图的变形系数、或过原点的正轴测投影方向矢量上的一点的坐标,确定正轴测变换参数的方法;介绍怎么样应用平面最大坡度线的正投影图的特性,推求计算圆的正轴测投影图椭圆的短轴及其方向的公式。

第三章介绍怎么样根据工程师绘制透视图的方法,推导出适用于工程师绘制透视图的透视变换矩阵,用该矩阵绘制透视图,工程师便可根据其工程图样中所确定的视点、画面与建筑物三者之间的相对位置,确定透视变换参数。

第四章介绍怎么样根据画法几何的平行正投影法,定义旋转曲面的正轴测投影的自影轮廓曲线,根据该定义,即可推导出旋转曲面正轴测投影的自影轮廓曲线的方程,这样不仅可以用计算机绘制旋转曲面的正轴测投影图,还可以知道旋转曲面自影轮廓曲线正轴测投影图的形状与其几何参数及正轴测变换参数的关系,这样便可在绘制正轴测图之前,选择合适的参数,使绘制的正轴测图具有较强的立体感。

本书是为从事计算机绘图与计算机辅助设计的工程技术人员编写的,适合于工程技术人员阅读,是工程技术人员学习计算机绘图的一本十分实用的参考书。本书也可作为工科院校画法几何与计算机绘图的教学参考书,是一本改进画法几何与计算机绘图教学内容与讲述方法的十分有用的参考书。

本书还附有一片磁盘,其中存储的是 IBM-PC BASIC 的源程序,供读者学习本书时参考。其详细情况可参阅附录中的磁盘文件清单。本书插图中的所有立体图均用该磁盘中的程序绘制的。

在编写本书的过程中,郝智琪、李金瑞和孙峰同志不仅校阅了全部书稿,还重新推导与核对了第四章的全部公式,在此谨表示诚挚的感谢。

编 者

目 录

第一章 一般平面体的图形显示	1
第一节 描述一般平面体的数据结构.....	1
第二节 一般平面体图形显示的消除隐藏线的方法.....	9
第三节 图形显示程序	14
第四节 多个不相交平面体的图形显示与图形的组合 ...	19
第五节 立体图的动态显示	27
第二章 确定正轴测图变换参数的方法	30
第一节 视图法	30
第二节 轴间角和变形系数法	35
第三节 投影光线法	37
第四节 圆的正轴测图	41
第三章 适用于工程师绘制透视图的透视变换矩阵	45
第一节 概 述	45
第二节 透视变换矩阵的推导	47
第三节 做图实例	51
第四节 透视变换矩阵生成程序	61
第四章 旋转曲面正轴测投影的数学处理	66
第一节 自影轮廓曲线法	66
第二节 常见旋转曲面的自影轮廓曲线及其 正轴测投影	72
第三节 经纬线法	99
第四节 自影轮廓曲线法与经纬线法的结合	104
附 录 磁盘文件清单	113
参考文献	114

第一章 一般平面体的图形显示

本章介绍怎么样应用画法几何判断可见性的方法与描黑一张三视图的顺序,处理一般平面体消除隐藏线的方法;介绍怎么样根据画法几何组合形体分析法,组织一般平面体的组合体的数据。本书是讲述采用画法几何的方法解决计算机绘图中的某些问题,因此,我们规定将物体放置在画法几何定义的投影体系中,如该体系的第一象限。该体系的坐标系如图 1-1 所示,X 坐标向左为正,Y 坐标向前为正,Z 坐标向上为正。我们采用的成图方法是先将物体做适当的图形变换后,向 V 面投影,该投影图即为所要绘制的图形。绘制该图形的坐标系为 O-XZ,如图 1-3 所示,X 坐标向左为正,这与我们常用的坐标系不一样。

第一节 描述一般平面体的数据结构

一般平面体在形状上与凸平面体的差别是,其形有凸有凹,孔是凹形中的特殊情况,如图 1-1 所示。一般凹形棱面的描述方法与凸形的一样,有孔平面的描述方法则略有差别。为了描述方便,我们把围成一个平面多边形外边界的闭合棱线的集合称为外环;把一个平面内围成一个孔的闭合棱线的集合称为内环。要描述含有内环的平面,除了要说明该平面所含的顶点数和各顶点的编号外,还要说明该面所含有的内环数。

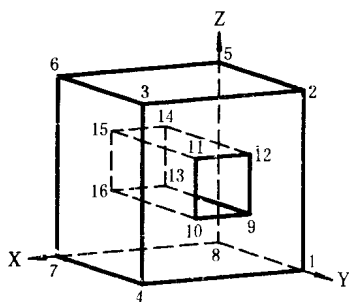


图 1-1

为了便于用程序生成平面体的外法线,生成平面体各面所属

棱线的编号表和棱线端点的编号表,规定外环上的各顶点按逆时针方向排列,内环上的各顶点按顺时针方向排列,且外环的数据应排在内环的前面。排列的旋向是指正对着物体的该面看去时的时针旋向。表 1-1 是描述图 1-1 所示物体的一种数据结构。该表的数据已存储在随书所附的磁盘里,其文件名为 PMT. ANH。

一般平面体数据表格

表 1-1

面 数	MS	10	顶点数	DDS	16
-----	----	----	-----	-----	----

面 点 表

表 1-1(a)

面编号	面点数 MDS	内环数 NHS	各面所属顶点编号											
			MDH											
1	5	0		1		4		7		8				1
2	10	1	1	2	3	4	1	9	10	11	12			9
3	5	0		1		8		5		2				1
4	10	1	8	7	6	5	8	13	14	15	16			13
5	5	0		7		4		3		6				7
6	5	0		5		6		3		2				5
7	5	0		10		9		13		16				10
8	5	0		10		16		15		11				10
9	5	0		9		12		14		13				9
10	5	0		12		11		15		14				12

顶点坐标表

表 1-1(b)

点编号	X	Y	Z	点编号	X	Y	Z
1	0	3	0	9	1	3	1
2	0	3	3	10	2	3	1
3	3	3	3	11	2	3	2
4	3	3	0	12	1	3	2
5	0	0	3	13	1	0	1
6	3	0	3	14	1	0	2
7	3	0	0	15	2	0	2
8	0	0	0	16	2	0	1

注:外环上的各顶点按逆时针方向顺序编号,内环上的各顶点按顺时针方向顺序编号,且外环的数据应排在内环的前面。时针的旋向是指正对着物体的某一棱面看去时,时针的旋向。

一般平面体的某些棱面可能是凹多边形,在这种情况下,选择多边形的某一点作为外环的起点是十分重要的。因为在消除隐藏线时,总是取外环的第一、第二、第三三个点作为求算该面外法线的数据。在图 1-2 所示的平面体上,外环 1-2-3-4-5-6-7-8-1 与外环 7-8-1-2-3-4-5-6-7 的旋向是一致的,看上去它们似无什么差别。若取它们的前三点,1-2-3 和 7-8-1 分别构成该面上的两个矢量,第一、二点构成一个矢量 $\mathbf{A}(1-2 \text{ 或 } 7-8)$,第一、三点构成另一矢量 $\mathbf{B}(1-3 \text{ 或 } 7-1)$,若用矢量 $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ 作为该面的外法线,则这两个外环的外法线的指向正好相反,这将影响隐藏线的处理。外环 1-2-3-4-5-6-7-8-1 的取法是错误的。正确的选取外环起点的方法是:外环的第一、三两点的连线若落在外环的里面,则该选法是正确的。

由平面体的面编号可从表 1-1 中的面点表查出构成该面的各顶点的编号,由顶点的编号可从顶点坐标表中查出该点的坐标。知道了构成一个平面多边形的各顶点的编号及其坐标,便可绘制其图形了。但在作消除隐藏线的处理时,需要判断两棱线在图中是否有重影点,这就需要在平面体的数据结构中构成如表 1-1(c) 与表 1-1(d) 所示的平面体各面所属的棱线编号表与棱线端点编号表,方可满足绘图程序的要求。

各面所属棱线编号表

表 1-1(c)

面编号	各面边数 MBS(I)	各面所属棱线编号 MLX(I,J)									
1	4	1	2	3	4						
2	8	5	6	7	1	8	9	10	11		
3	4	4	12	13	5						
4	8	3	14	15	12	16	17	18	19		
5	4	2	7	20	14						
6	4	15	20	6	13						
7	4	8	21	19	22						
8	4	22	18	23	9						
9	4	11	24	16	21						
10	4	10	23	17	24						

棱线端点编号表

表 1-1(d)

棱线编号	棱线端点编号 LXD(K1,K2)		棱线编号	棱线端点编号 LXD(K1,K2)	
1	1	4	13	5	2
2	4	7	14	7	6
3	7	8	15	6	5
4	8	1	16	13	14
5	1	2	17	14	15
6	2	3	18	15	16
7	3	4	19	16	13
8	9	10	20	3	6
9	10	11	21	9	13
10	11	12	22	16	10
11	12	9	23	15	11
12	8	5	24	12	14

读者只要对照图 1-1 仔细阅读上面的表 1-1(a), 即可发现这样一个规律: 在某棱面上的棱线 ab , 在另一棱面(与其相交的棱面)上则为 ba 了。根据这一规律, 便可依据平面体的面点表用下面的程序生成表 1-1(c) 与表 1-1(d) 那样的平面体各面所属的棱线编号表及棱线端点编号表。该程序与表 1-1 的数据已存储在随书所附的磁盘里, 其文件名为 XDBCX. BAS 与 PMT. ANH。

.....

```

330' -----
340'          make facet edge data
350  DIM LXD(800,2),MBS(100),MLX(100,40)
360  SOUND 200,10 : CLS : LOCATE 12,10
370  PRINT"make facet edge data"
380  L=1
390  FOR I=1 TO MS
400    MBS(I)=MDS(I)-NHS(I)-1 : D11=MDH(I,1)
410    J1=1 : J3=1 : ISDH=D11 : J2=MBS(I) : IF NHS(I)<>0
        THEN J2=J2+NHS(I)
420    FOR J=J1 TO J2

```

```

430      D12=MDH(I,J+1)
440      IF NHS(I)<>0 AND J>J1 AND D11=ISDH
          THEN J1=J+1 : ISDH=D12 : D11=D12 : GOTO 420
450      FOR K=1 TO L
460          IF LXD(K,1)=D12 AND LXD(K,2)=D11
              THEN MLX(I,J3)=K : GOTO 500
470      NEXT K
480      LXD(L,1)=D11 : LXD(L,2)=D12 : MLX(I,J3)=L
490      L=L+1
500      D11=D12 : J3=J3+1
510  NEXT J
520 NEXT I
530 LXS=L-1
540 RETURN

```

读者可以运行 XDBCX. BAS 程序,将表 1-1(a) 中的数据生成表 1-1(c)与表 1-1(d)所列的平面体各面所属的棱线编号表与棱线端点编号表。运行该程序时,显示屏幕上将显示下面的提示:

input data file name of a concave polyhedron
(without extension) :

这时读者可键入:驱动器标识符:PMT,并按回车键。

稍待片刻,程序即将生成的平面体各棱面所属的棱线编号表及平面体棱线端点编号表打印在显示屏幕上。读者可对照图 1-1 核对该表,看其是否正确。

上面简单地介绍了平面体的一种数据表结构,它包括:

表 头:平面体的面数与顶点数;

面 点 表:平面体各个棱面所属的诸顶点的编号表;

顶点坐标表:平面体各个顶点的坐标表;

填表的规则:外环上的各顶点按逆时针方向顺序编号,内环上的各顶点按顺时针方向顺序编号,且外环的数据应排在内环的前面。时针的旋向是指正对着物体的某一棱面看去时,时针的旋向。

根据面点表及填表的规则,可用程序生成平面体各面所属的棱线编号表及平面体的棱线端点编号表。有了平面体各面所属棱线编号表、棱线端点编号表及端点坐标表,便可十分方便地检索平面体的各种数据。例如要画某一平面体的轴测图,先将该平面体诸顶点的坐标作轴测图变换,并将变换后的坐标仍按原来的编号顺序存起来。然后,用这些坐标按平面体各个棱面的编号一个面一个面的画。由面的编号可以从平面体各面所属棱线编号表中查到该面是几边形,是由那些棱线组成的;由棱线的编号可以从棱线端点编号表中查出该棱线两端点的编号;由端点的编号可以从端点坐标表中查出它们在轴测图中的坐标。这样,便可以画出该平面体的轴测图了。若知道了平面体的某一顶点的编号,不仅可以从表中查出该点的坐标,还可以从表中查出平面体的哪几条棱线通过该点;若知道了平面体的某一条棱线的编号,不仅可以从表中查出该棱线的端点编号,还可以从表中查出该棱线是平面体中哪两个棱面的交线。从上面的介绍可以看出,将平面体的数据构成平面体各面所属棱线编号表、棱线端点编号表及端点坐标表,不仅可将构成平面体的几何元素(顶点、棱线和多边形)之间的相互关系描述得十分清楚,还可根据这些关系从表中查出画图时所需要的基本数据,平面体的各顶点坐标。因此,在绘制平面体的三视图、轴测图和透视图的程序中,可以采取这种表结构描述平面体。用 BASIC 语言编写这种程序时,用数组即可构成上述平面体数据的诸表格。为了描述平面体,我们在程序中用下面的变量和数组构成平面体数据表。

MS: 平面体的面数;

LXS: 平面体的棱线数;

DDS: 平面体的顶点数;

MBS(I): 平面体各棱面多边形的边数;

MDS(I): 平面体各棱面多边形的顶点数;

NHS(I): 平面体各棱面中所含的内环数;

MDH(I,J1): 平面体各棱面所属顶点的编号;

MLX(I,J2):平面体各棱面所属棱线的编号。

其中 I 为面的编号,由 1 至 MS;J1 为面属各顶点的编号,由 1 至 MDS(I);J2 为面属各棱线的编号,由 1 至 MBS(I)。

LXD(K,K2):平面体各条棱线两端点编号。K 为棱线的编号;K2 为 1 或 2,表示棱线的起点或终点。

XYZ0(L,L4):表示平面体各顶点的齐次坐标。L 为顶点的编号;L4 由 1 至 4,分别表示顶点的 X、Y、Z 齐次坐标和齐次坐标的第四维分量。

读者可以将磁盘中描述图 1-1 所示物体的数据文件 PMT.ANH 和生成平面体各面所属的棱线编号表及棱线端点编号表的源程序 XDBCX.BAS 打印出来,对照表 1-1 的各表和图 1-1 仔细地阅读该数据文件与源程序,便可进一步了解上面介绍的描述平面体的数据结构与检索平面体有关数据的方法。

上面从显示或绘制平面体三维图形的角度,介绍了平面体数据的一种表结构。如果要改变图 1-1 所示平面体的形状,则描述其形状的数据表格,也要作相应的改动。一个完善的描述物体形状的数据表结构,除了能正确的描述物体的形状和正确的描述构成物体的各个基本几何元素的关系之外,还应具有增删数据表格内容的功能。这样,计算机图形学中的数据结构就比较复杂,特别是在交互式图形显示系统中,对图形的数据结构除了上面的要求之外,还有灵活、快速和占用内存数量少的要求,这就使图形数据结构的设计更加困难了。因此,建议读者学习一些数据结构的知识,这是十分必要的。

为了方便读者填写本节介绍的描述平面体的数据表,随书所附的磁盘中存有填写平面体数据表的程序 SWYPTSJ.BAS。该程序需在中文操作系统 CCDOS 下运行。运行该程序时,屏幕将显示下面的提示:

是否要填写平面体数据表(y/n)[不按回车键]?

提 示 1

如回答 $n(N)$ ，则终止程序的运行。如回答 $y(Y)$ ，则屏幕将依次出现下列提示：

输入存储数据表格的文件名[不要扩展名]：

请输入物体的数据：

物体的面数：

物体的顶点数：

物体第 1 个面的顶点数：

物体第 1 个面的内环数：

物体第 1 个面的第 1 个顶点的编号：

物体第 1 个面的第 2 个顶点的编号：

.....

物体第 1 个面的第 n 个顶点的编号：

物体第 2 个面的顶点数：

物体第 2 个面的内环数：

物体第 2 个面的第 1 个顶点的编号：

物体第 2 个面的第 2 个顶点的编号：

.....

物体第 2 个面的第 n 个顶点的编号：

.....

.....

物体第 1 个顶点的坐标 x, y, z ：

物体第 2 个顶点的坐标 x, y, z ：

.....

物体第 n 个顶点的坐标 x, y, z ：

提 示 2

用户可按提示的要求逐一输入有关的数据,即可填好平面体的数据表,存储数据文件的扩展名为 .ANH。如填错了一些数据,可用文本编辑程序修改。填写数据时一定要遵守上面介绍的填表规则。

习 题

参照表 1—1 及其数据文件 PMT.ANH,填写图 1—2 所示物体的数据表,用程序 XDBCX.BAS 生成该平面体的各棱面所属棱线编号表与各条棱线两端点编号表,并对照图 1—2 核对所填写的数据表是否正确。

第二节 一般平面体图形显示的 消除隐藏线的方法

一般平面体的形状有凸有凹,观察该物体时,前面的凸起部分会遮住后面凹下去的部分,其消隐方法比较复杂。下面介绍显示一般平面体图形的消除隐藏线的方法。

我们的成图方法是將物体变换后,向 V 面作正投影即得到需要的图形。为了减少消除隐藏线的工作量,在物体变换后求出平面体各面的外法线与投影体系 Y 坐标轴夹角的余弦,以其正负把各棱面分为向前棱面和向后棱面两类,向后棱面是不可见的。该余弦为 0 的棱面在图上积聚为一条直线,我们把它归入向后棱面。只有向前棱面上的各棱线需要作消除隐藏线的处理,这便大大减少了消除隐藏线处理的工作量。

在正面投影图中,向前棱面上的各棱线可能完全可见;可能全部被前面凸起的部分遮住,完全不可见;可能部分被遮住,部分可见,如图 1—2 所示。用手工描黑一张平面体的三视图时,一般是先描黑完全可见的棱线,其次是描黑部分可见棱线的可见部分,再次

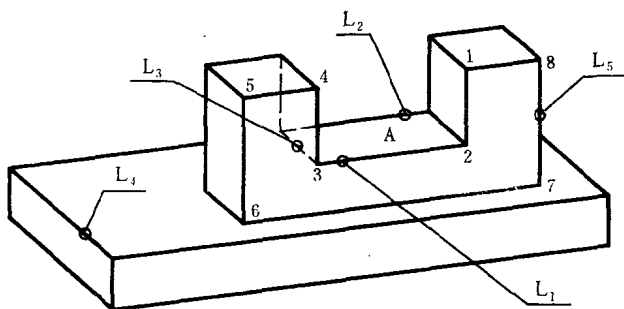


图 1-2

图中 L_1 :与其它棱线不相交,完全可见

L_2 :与其它棱线相交,部分可见

L_3 :与其它棱线不相交,完全不可见

L_5 :与其它棱线相交,完全可见

是描黑不可见的棱线。用计算机绘图时,也可按该步骤绘制平面体的各种图形,如三视图、轴测图、透视图等等。因此,在画图时应先判断平面体各条棱线的情况,画出完全可见的棱线;去掉完全不可见的棱线;记下部分可见的棱线,留待后面处理。

判断一般平面体正面投影图中某一向前棱面上某一条棱线的可见性的方法是,先确定该棱线在正面投影图中是否与其它向前棱面上的各棱线有重影点,即在正面投影图中,该棱线是否与其它向前棱面上的各棱线相交。如无重影点,则该棱线或完全可见,或完全不可见,如图 1-2 中 A 棱面的 L_1 、 L_3 。其属何类,则要进一步判断该棱线是否与其它向前棱面有重影。因为该棱线与其它向前棱面上的各棱线不相交,可以在其上任取一点,看该点是否包含在其它向前棱面的多边形之中。如果没有这种包含,则该棱线是完全可见的,如图 1-2 中的 L_4 。如果有这种包含,则该点即为线、面的重影点,求出线、面上重影点处的 Y 坐标,比较重影点处线、面上的 Y 坐标,若棱线上点的 Y 坐标大于、等于棱面上点的 Y 坐标,则该棱线是完全可见的,如图 1-2 中的 L_1 。否则,该棱线是完全不可见的,如图 1-2 中的 L_3 。这就是画法几何判断可见性的方法,不同

之处是求 Y 坐标的方法,画法几何是用作图的方法,计算机绘图是用计算的方法。这种方法在计算机绘图的书籍中叫做“深度检验”。

在正面投影图中如果某一向前棱面上的某一棱线与其它向前棱面上的某一棱线有重影点,如图 1-2 中的 L_2 、 L_5 ,则比较重影点处两棱线对应点的 Y 坐标,如该棱线对应点的 Y 坐标小,则该棱线部分可见,如图 1-2 中的 L_2 ,记下它所在棱面的面编号和在该棱面上的棱线编号,留待后面的处理用。如其对应点的 Y 坐标均大于、等于与其相交的其它向前棱面上诸棱线对应点的 Y 坐标,如图 1-2 中的 L_5 ,则该棱线是完全可见的。

部分可见棱线的特点是至少与其它向前棱面上的某一条可见棱线相交。处理它们的方法是,先求出其与其它向前棱面上各可见棱线的交点,并将这些交点和该棱线的端点按它们的 X 坐标或 Z 坐标的大小排序,这样,便将该棱线分成了若干段。在每一段上任取一点,用包含法判断其可见性,这样便解决了显示平面体图形的消除隐藏线的问题。

平面体的棱线为多面体上两棱面的交线,为了避免棱线消隐处理中的重复处理,或不必要的检验,应将完全可见的棱线、部分可见的棱线与完全不可见的棱线分别设置不同的标志或赋予不同的属性,供处理时查询。

上面扼要地介绍了一般平面体图形显示中的消除隐藏线的方法和步骤,下面将讨论消隐处理中的几个具体问题。

一、求两棱线的重影点(投影图中的交点)

我们用直线的参数式表示两棱线。

$$L_1(\mu_1) = (1 - \mu_1)P_1 + \mu_1 \times P_2 \quad \mu_1 \in [0, 1]$$

$$L_2(\mu_2) = (1 - \mu_2)P_3 + \mu_2 \times P_4 \quad \mu_2 \in [0, 1]$$

$$\text{其中 } P_1 = (X_1, Y_1, Z_1) \quad P_2 = (X_2, Y_2, Z_2)$$

$$P_3 = (X_3, Y_3, Z_3) \quad P_4 = (X_4, Y_4, Z_4)$$

P_1 、 P_2 是某一向前棱面上的某一棱线的两个端点; P_3 、 P_4 是另一向