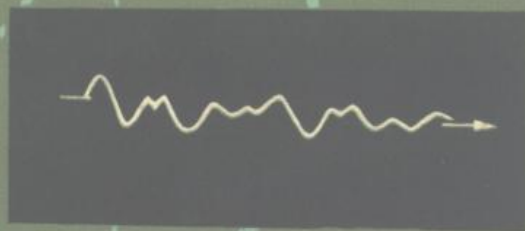


地震波

(苏) E. Ф. 萨瓦林斯基 著



科学出版社

地 震 波

[苏] E. Ф. 萨瓦林斯基 著

段星北 译

科 学 出 版 社

1981

内 容 简 介

本书专门阐述地震振动和地震波动的物理原理；介绍了关于振动分析的方法、弹性应变和应力的分析及其相互关系的研究，以及地震纵波和横波传播方程的推导方法。探讨了无限空间内简单震源所激发的平面波和球面波的传播。

书中论述了平直界面对地震平面波传播的影响。着重阐述了乐甫波和瑞利波以及在速度频散条件下复杂振动的传播。

本书可供地震、地震勘探方面的研究人员和工程技术人员阅读，亦可供有关院校的教学参考。

Е. Ф. Саваренский
СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Издательство «недра»

Москва 1972

地 震 波

【苏】Е. Ф. 萨瓦林斯基 著

段星北 译

*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981年 3 月第 一 版

开本：787×1092 1/32

1981年 3 月第一次印刷

印张：12

印数：0001—2,480

字数：273,000

统一书号：13031·1506

本社书号：2069·13—15

定价：1.85 元

译 者 的 话

本书系论述地震振动和地震波动的基本理论书籍, 1972年在莫斯科出版, 1975年曾有英译本问世。

本书不同于一般地震学、地震勘探教程和地震工程理论书籍, 它在于深入浅出地阐明基本物理概念, 严格地导出其解答, 而后再描述解答的物理含义及应用, 因此, 对问题讲得比较细致、深入而准确。对于从事理论研究的科技人员来说, 可以从本书一些基本概念的描述中得到启发; 而对那些搞分析计算的技术人员来说, 将了解到方法的来龙去脉, 以及所受的限制和条件。

本书仅在于讲述地震波的基本理论, 它只是研究地震波所涉及种种问题的起点, 不可能将各式各样的文献内容全部包括在内, 这是本书的缺点。但是, 在某种意义上, 这又是本书的优点, 因为在研究一个专门的课题时, 若忽视了它的基本概念, 往往会导致纯数学推演, 有时会得出不适当的结果。

译 者

1979年7月

前 言

近年来,地震学和地震勘探均取得了很大的进展。在地质学领域内,最近一个时期的特点是开展对地壳区域构造特征和地球内深几百公里的地幔的研究工作。地球深部构造的特征与作为古老结晶地盾和活动构造带的地质建造之间的关系,对于查明某些矿产的成因是有意义的。地壳地震活动带和稳定带的深部反映对于捕捉地震前兆起一定的作用。为此目的,研究在地震震源中产生的过程,根据观测资料,确定震源参数和地震波的传播条件具有重要意义。在苏联,由于地震活动地区建设的规模和速度迅速增长,大型建筑、高坝和生活住宅的抗震问题越来越迫切。为此,必须掌握地震时地震振动的精确数据。

为了进一步查明矿产储量,不仅要研究陆地的地层,而且还必须研究海底地壳,从而促进了新的油气田的开发。

上述所有各方面之所以能够取得相当大的进展,是由于技术方法的迅速改进和新型地震仪的研制,由于取得了磁带记录地震检波器的大量振动记录,由于运用各种类型振动滤波、由于地震勘探中利用地震波新振源时数据的相关和叠加、由于为寻找含矿地质构造利用远震的振动等等。新技术方法的出现,促使数据大量增加,目前已用快速数字电子计算机和自动设备进行数据整理。

技术上的巨大进步为建立新概念和发展新方法创造了条件。例如,在地震勘探中,已开始研究基于光学全息原理和波的绕射原理的地震波解释的新方法。在地质学中,为了提高有干扰时微弱地震振动的有效记录,越来越多地应用地震检

波器组合台阵的方法。这些问题以及地震学方法和地震勘探方法的统一问题，已由Г. А. 甘布尔采夫院士首先开始研究。所有这些新措施都需要对地震波的形成和传播过程有明确的认识。应用电子计算机处理数据，也需要具备更高的振动理论知识水平。

必须指出，在苏联，从三十年代起，由B. И. 斯米尔诺夫院士、С. Л. 索波列夫院士及其同事们进行的地震波传播的理论研究已经有了很大的发展。近年来出版的地震波传播动力学理论问题论文集和计算地震学论文集就是这方面的证明。为了理解这类以及国外类似的有关著作，需要有一定的知识水平。

然而，深入研究振动和波动物理学的困难还在于新的研究成果分散地发表在国内外学术期刊的许多论文中。所以很有必要详细浅显地论述地震振动和波动的物理原理。

作者和Л. И. 基尔诺斯合著的论述这些问题的《地震学和测震学基础》一书(1955)早已脱销，成了难得的图书。该书出版后，据读者反映，其中论述地震波传播的复杂问题过于简单和零散。作者在莫斯科大学和其它教学、科研机构讲授地震振动和波动物理基础课时，已察觉到这种评议是正确的，作者整理了这些讲稿，动手写了这本书，打算比较浅显和详细地论述此课题的物理学原理。

然而，书中只探讨了平面波和中心对称的球面波。在振动理论方面，仅限于论述一维谱，尽管在地震检波组合时还需要分析二维谱。这样的局限是必要的，因为要较详细地论述主要问题，即着重于振动作用和波的传播的物理原理。在许多情况下，为了清楚地说明现象的物理实质，不得不回避一些公式的严格推导。

作者热诚地欢迎读者对本书内容提出批评意见。

目 录

前言	iii
第一章 振动	1
§ 1 简谐振动	1
§ 2 简谐振动的合成	5
§ 3 时间 t 和频率 ω 的等价性; 多谐振动的合成	17
§ 4 振动的叠加和傅里叶级数	26
§ 5 傅里叶积分	48
§ 6 函数和频谱密度的变化	61
§ 7 脉冲的持续时间、频谱的宽度和极限函数	82
§ 8 振动的能量	90
§ 9 振动的统计学研究方法	101
§ 10 振动的滤波	142
§ 11 频谱的限制和函数的离散值	162
第二章 波动	169
§ 1 引言	169
§ 2 应变	178
§ 3 应力	188
§ 4 应力和应变的关系	196
§ 5 弹性介质中振动传递的方程	205
§ 6 平面纵波和平面横波的发生和传播	213
§ 7 均匀的和非均匀的平面波	220
§ 8 平面波的能量和介质对能量的吸收	226
§ 9 波在空间传播的一般情况和球面波	233

§ 10 某些震源的波动场	261
§ 11 最简单的集中源	276
第三章 地震平面波在半空间和层内的传播	297
§ 1 半空间的平面波	297
§ 2 自由面半空间的地震平面波	317
§ 3 层内和半空间的平面波	331
§ 4 层内的地震面波	344
§ 5 速度频散下复杂振动的传播	357
参考文献	374

第一章 振 动

§1 简 谐 振 动

非稳定振动可以表为简谐振动的叠加或相加。从天然地震和爆炸观测到的地面振动是非稳定的振动。非稳定振动的初始相当于地震仪所记录的各类地震波的初至。地震仪是一种以其自由谐频振动反应任何震动的振动系统；由于配备有阻尼器，所以它的自由振动很快地衰减了。因此，在地震观测上，我们就能借助这一振动系统记录非稳定的振动。这就使得研究简谐振动，尤其是简谐振动的叠加特别重要。

通常，总是以点 M 沿圆周的匀速运动表示简谐振动。在

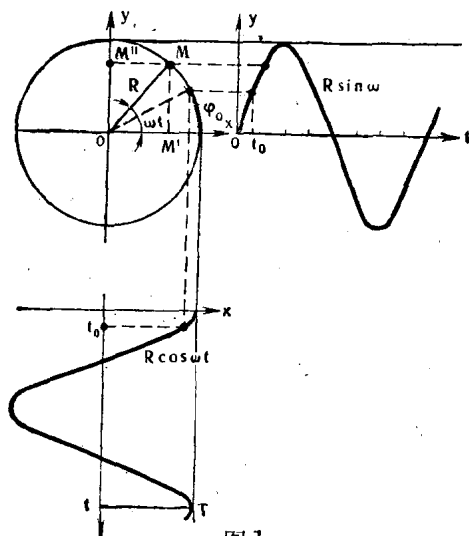


图 1

这种情况下, M' 和 M'' 的直线运动——点 M 在 x 轴和 y 轴上的投影——将按照余弦定律和正弦定律运动(图 1).

若 φ 为点 M 在时间 t 内通过的角距(弧度), ω 为角速度, 则 $\varphi = \omega t$. 量 φ 定义了振动的位相.

若时间不是从点 M 通过 x 轴的时刻算起, 而是从某一时刻 t_0 算起, 则量 $\omega t_0 = \varphi_0$ 称为初位相. 对于这新的时间原点, 振动方程为

$$\begin{aligned} x &= R \cos(\omega t + \varphi_0), \\ y &= R \sin(\omega t + \varphi_0). \end{aligned} \quad (1.1)$$

点 M 在时间 T 内绕圆一周($\varphi = 2\pi$), 因此, T 称为振动的周期: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. ω 称为角频率; 而 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ 称为圆频率, 它为单位时间内振动的周频率.

若应用复数, 则可以将余弦式振动和正弦式振动(1.1)式表为一个公式; 特别是应用复数表示振动, 有可能给负频率以物理意义.

注意到 xy 平面内一向量 $\mathbf{R}$ 可以用一复数表示:

$$\mathbf{R} = x + iy, \quad i = \sqrt{-1}; \quad (1.2)$$

式中 x 和 y 为 $\mathbf{R}$ 在 x 轴上和 y 轴上的投影:

$$x = |\mathbf{R}| \cos \varphi, \quad y = |\mathbf{R}| \sin \varphi.$$

由已知公式

$$\cos \varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2}, \quad (1.3)$$

$$\sin \varphi = \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}; \quad (1.4)$$

我们得出(1.2)式:

$$\mathbf{R} = |\mathbf{R}| e^{i\varphi}, \quad |\mathbf{R}| = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}.$$

式中 $|\mathbf{R}|$ 为模, 而 φ 为复角.

现在, 可以将(1.1)式写为复数形式:

$$|\mathbf{R}| [\cos(\omega t + \varphi_0) + i \sin(\omega t + \varphi_0)] = |\mathbf{R}| e^{i(\omega t + \varphi_0)}. \quad (1.5)$$

下面我们研究长度各等于 $1/2$ 的两线段 OM 和 OM' 沿相反方向的转动(图 2). 规定正 φ 和正角速度(频率) ω 相当于线段 OM 从 x 轴反时针方向的转动. 负频率或负角速度 ω 相当于线段 OM' 顺时针方向转动. 匀速转动的线段 OM 以复数 $\frac{1}{2} e^{i\omega t}$ 表示; 线段 OM' 以复数 $\frac{1}{2} e^{-i\omega t}$ 表示.

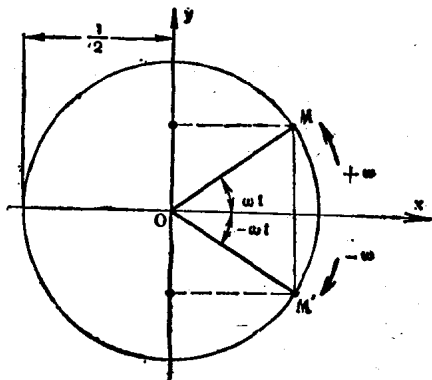


图 2

线段 OM 和 OM' 几何相加时, 它们在虚轴 y 上的投影因符号相反彼此抵消了; 在实轴 x 上的投影则相加起来. 从图 2 和(1.3)式及(1.4)式得出:

$$\frac{1}{2} e^{-i\omega t} + \frac{1}{2} e^{i\omega t} = \cos \omega t. \quad (1.6)$$

当线段 OM' 和 OM 几何相减时, 只剩下它们在虚轴 y 上投影之差. 这个差乘上 i 后成为

$$\frac{1}{2} e^{-i\omega t} - \frac{1}{2} e^{i\omega t} = \sin \omega t.$$

因此, x 轴上的简谐振动可以看作是沿相反方向转动的向量的投影之和. 这个和为一偶函数, 当 ω 的符号变为相反时, 和的符号不变. y 轴上的振动可以看作是这同一转动之差. 此差为奇函数, 它的符号随 ω 符号变化而改变. 因为(1.5)式同时表示两种振动, 所以, 有时将它写为

$$\cos(\omega t + \varphi_0).$$

引用复数表示振动,有时能大大简化计算,所以,以下我们就应用复数了。

在研究振动相加的问题前,我们必须指出纯量振动与向量振动之差别。

例如,声波传播中介质体积的振动或压力的振动都是纯量振动。另一方面,向量振动不仅发生向量的量值变化(振动),而且可能发生向量方向上的变化。在向量振动中,线性偏振振动特别重要。在这种情况下,向量方向保持不变,只是它的量值变化。

将各偏振方向的振动相加,可以得出方向变化的向量振动,虽然相加过程本身仅为纯量振动的相加。

事实上,两线性偏振向量振动可以分解为在坐标轴上的投影。在这种情况下,两向量振动之和将化为纯量振动的两个和。因此,平面内的向量振动确定于两个纯量振动,而空间内的向量振动,确定于三个纯量振动,并且向量的末端在空间内或平面内描绘一曲线。此曲线称为轨线。

作为一例,我们研究地球表面一点上的地震运动。一般说来,这种振动由量值和方向都变化的空间向量 $\mathbf{R}$ 确定。此向量可以用 x 、 y 、 z 轴上的三个纯量振动单值地确定。在地震观测上, y 轴正方向向北, x 轴正方向向东, z 轴向天顶。因此,三个纯量振动为

$$\begin{aligned}x(t) &= |\mathbf{R}(t)| \cos \bar{e}(t) \sin Az(t), \\y(t) &= |\mathbf{R}(t)| \cos \bar{e}(t) \cos Az(t), \\z(t) &= |\mathbf{R}(t)| \sin \bar{e}(t).\end{aligned}\tag{1.7}$$

式中 $|\mathbf{R}(t)|$ 为向量 $\mathbf{R}$ 在时间 t 的量值或它的振幅,并且 $Az(t)$ 和 $\bar{e}(t)$ 各为地球表面上振动方向的方位角和向量 $\mathbf{R}$ 与水平线的夹角(在地震体波激发地面振动的情况下, $\bar{e}$ 为地震射线视出射角)。 Az 可以由(1.7)式中第一方程与第二方程之

比确定, 第三方程除以前两方程平方和的方根, 则得出波的视出射角 $\bar{e}$, 或振动相对水平面的方向. 地震仪器一般沿三轴记录下各路径(反射、折射波)传播来的各类波(纵波和横波)的叠加. 这就是说, $Az(t)$ 和 $\bar{e}(t)$ 都是时间 t 的函数, 并且向量 $R(t)$ 的末端描绘了地球表面一质点在空间运动的轨线.

§ 2 简谐振动的合成

当周期(频率)相同的纯量简谐振动相加时, 其合成振动的周期也相同. 首先, 我们研究两振动的相加:

$$a \cos(\omega t + \varphi_0) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + a_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

振幅 a 、 a_1 、 a_2 ,

初位相 φ_0 、 φ_1 、 φ_2 的合成振动及两分振动可以看作以同一速度(频率) ω 转动的线段, OM 、 OM_1 、 OM_2 在 x 轴上的投影. 对于正弦式振动则可看作在 y 轴上的投影; 并且线段的相对位置不变(图 3).

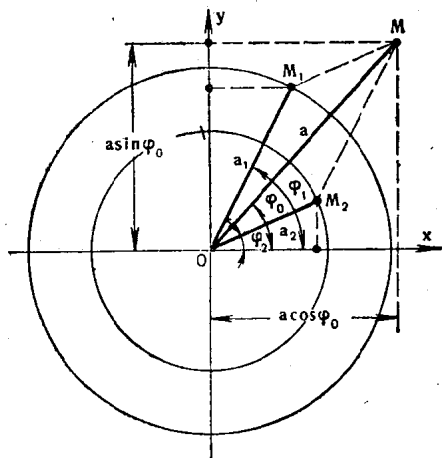


图 3

以 a_1 和 a_2 为边作平

行四边形 M_1OM_2M , 并使角 M_1OM_2 等于 $\varphi_1 - \varphi_2$, 则对角线为待求的量 $OM = a$. 从作图得出

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.8)$$

为了确定初位相 φ_0 , 我们研究线段 OM 在 x 轴和 y 轴上的投影. 此二投影 $a \cos \varphi_0$ 、 $a \sin \varphi_0$ 各等于 OM_2 、 M_2M 在

同一轴上相应的投影之和, 由此得出

$$a \cos \varphi_0 = a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2,$$

$$a \sin \varphi_0 = a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2;$$

由此二表达式之比可以确定 φ_0

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}. \quad (1.9)$$

这种作图方法可以推广到周期相同的任意数的振动的相加。图 4a 上表示出三线段 a_1 、 a_2 、 a_3 在 x 轴和 y 轴上投影所确定的振动，平移这些线段，使一线段之头与另一线段

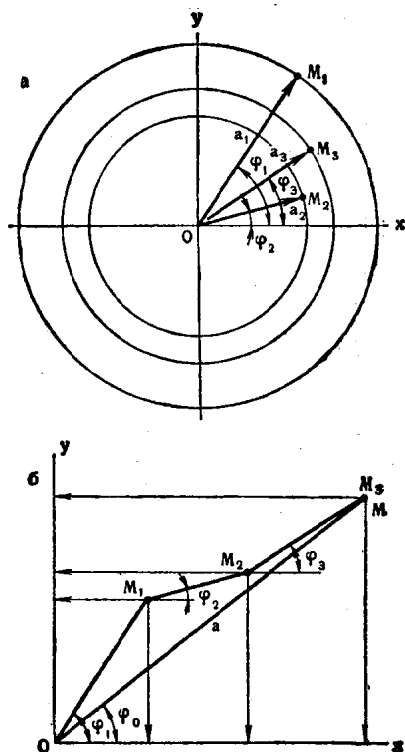


图 4

之尾相接(图 46)。若将第一线段 OM_1 的头与最末线段末端 M_n 联结, 则确定了合成振动的振幅 $OM=a$ 。线段 OM 在每一轴上的投影各等于线段 OM_1 、 OM_2 、 OM_3 在该轴投影之和。由此, 对任意的 n 个分振动; 我们有:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2 + a_3 \sin \varphi_3 + \cdots + a_n \sin \varphi_n}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2 + a_3 \cos \varphi_3 + \cdots + a_n \cos \varphi_n},$$

$$a^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a_i a_k \cos(\varphi_i - \varphi_k).$$

必须指出, 逆问题的解——已知合成振动, 求出各分振动——不是唯一的。根据振动之和, 甚至不能确定分振动数。

现在, 我们研究周期相差不大的两纯量振动的相加。对于这种情况, 用图解比较方便。为了简单起见, 我们假定分振动的初位相为 0 (图 3), 但其周期不同。在初始时刻 ($t=0$) 振动同位相, 并且合成振幅为 a_1+a_2 。为了明确起见, 设 $\omega_2 > \omega_1$ 。于是, 在转动过程中, 线段 OM_2 开始超过线段 OM_1 。它们之间的夹角等于 $(\omega_2 - \omega_1)t$ 。当夹角达到 π 时, 线段 OM_1 和 OM_2 正好处于相反方向上, 所以, 分振动位相相反; 合成振幅达到极小值 $a_1 - a_2$ 。最后, 当夹角 $(\omega_2 - \omega_1)t$ 达到 2π 时, 线段 OM_1 和 OM_2 的方向重新一致, 合成振幅再达到极大值。从此看出, 合成振幅变化的周期为

$$T_6 = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1},$$

式中 T_6 为拍频周期。

若差 $\omega_2 - \omega_1$ 小于 ω_1 , 则合成振幅变化一周发生所谓的拍频现象, 需要线段 OM_1 和 OM_2 转几周。

当转动时, 随着 OM_2 和 OM_1 间角度增加, OM 和 OM_1 间角度也增大, 但是合成线段 OM 始终在 OM_1 和 OM_2 之间, 这就是说, OM 转动的角速度 ω 满足不等式 $\omega_1 < \omega < \omega_2$ 。

现在, 我们分析线段 OM_1 和 OM_2 在 x 轴上投影之和所形成的振动.

以

$$f(t) = a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t, \quad (1.10)$$

表示振动之和.

令

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}, & \Delta\omega &= \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}, \\ a &= \frac{a_1 + a_2}{2}, & \Delta a &= \frac{a_1 - a_2}{2}; \end{aligned} \quad (1.11)$$

我们将(1.10)改写为

$$f(t) = (a + \Delta a) \cos(\omega - \Delta\omega)t + (a - \Delta a) \cos(\omega + \Delta\omega)t,$$

或变换形式为

$$f(t) = (2a \cos \Delta\omega t) \cos \omega t + (2\Delta a \sin \Delta\omega t) \sin \omega t. \quad (1.12)$$

由这一表达式得出, 合成振动仍为谐和振动, 其频率 ω 等于分振动频率和之半, 振幅 a_0 随时间和频率 $\omega_2 - \omega_1$ 变化. 因此, 合成振动可以写为

$$f(t) = a_0(t) \cos[\omega t - \varphi_0(t)], \quad (1.13)$$

式中 φ_0 为待定的初位相, 为了计算方便, 我们给它加上负号.

使(1.12)式和(1.13)式相等, 并且展开后一表达式中差的余弦, 比较(1.12)和(1.13)式中 $\cos \omega t$ 和 $\sin \omega t$ 的系数, 我们得出:

$$a_0 \sin \varphi_0 = 2\Delta a \sin \Delta\omega t,$$

$$a_0 \cos \varphi_0 = 2a \cos \Delta\omega t.$$

将这些表达式平方相加, 然后开方; 其次将这些表达式相除; 应用(1.11)式后, 我们得出:

$$\begin{aligned} a_0(t) &= \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t}, \\ \operatorname{tg} \varphi_0(t) &= \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \operatorname{tg} \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t. \end{aligned} \quad (1.14)$$

合成振动的周期 T 为

$$T = \frac{2T_1T_2}{T_1 + T_2}. \quad (1.15)$$

请注意, 与频率 ω_1 和 ω_2 的情况不同, 它不等于分振动周期 T_1 和 T_2 的平均。

但是, 由作图已证明, 拍频周期为

$$T_0 = \frac{T_1T_2}{T_1 - T_2}. \quad (1.16)$$

从图 5 中的曲线看出, 合成振动的周期 T 按照 (1.13) 式校正 φ_0 , 振幅以拍频周期 (1.16) 式为函数。振动曲线界于 (1.14) 式取正根和负根所确定的两条包络线之间。应当注意, 合成振动的位相 φ_0 (1.13) 式与时间有关。由于这个缘故, 合成振动曲线上每一拍频周期内出现的波峰数可能不相同。

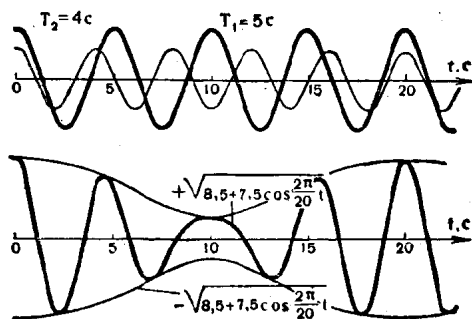


图 5

图 5 表示振幅为 5 厘米和 3 厘米、周期 $T_1 = 5$ 秒和 $T_2 = 4$ 秒两振动之合成。应用 (1.16) 式我们有: $T_0 = 20$ 秒, 合成振幅在 $\pm 8 \pm 2$ 间变化。

解出逆问题, 即从合成振动分出分振动, 是很有意义的。
量出极大振幅和极小振幅后, 我们得出分振动的振幅: