

回 旋 加 速 器

論 文 集

M. 列維斯東 M. 路斯 M. 納米阿斯 著

陶 鈞 譯

科 學 技 術 出 版 社

回 旋 加 速 器

論 文 集

ЦИКЛОТРОН

原著者 M. Ливингстон
M. Rose, M. Namiac
原出版者 Гостехиздат·1948年版

譯 者 陶 鈞

* 科 学 技 术 出 版 社 出 版

(上海復興西路 336 弄 1 号)

上海市書刊出版業營業許可證出 079 号

中科藝文印刷厂印刷 新華書店上海發行所總經售

*

統一書號: 15119·512

开本 787×1092 耗 1/27 · 印張 9 1/3 · 字數 188,000

1957年5月第1版

1957年5月第1次印刷 印數 1—1,900

定价: (10) 1.50 元

序

原子物理学在最近几十年来的发展真是日新月异。从本世纪最初十年间，德蒲朗克发表黑体辐射公式后，到现在原子能的应用，说明了以原子为研究对象的科学正走上无法想象的发展道路。

本書專門討論關於研究原子核物理，發展原子能應用上一个有效的，不可缺少的工具——回旋加速器。它是一种用来获得高能量基子的设备。这里闡明關於回旋加速器原理、構造、設計、操作和使用等問題。並將工作經驗和理論發展相提并論。可供原子核物理研究工作者、工程师以及大学物理学系学生和研究生参考用。

陶 鈞 1954年

編者原序

回旋加速器——获得高能質點的設備，它的絕无仅有的重要意義和借此而得的科学成果的巨大重要性已為我人所熟知。因此，物理学家們和在其他科技部門工作的專家們對回旋加速器表示着极大的关怀，这一点是完全可以理解的。由于要滿足这些需要，人們要求參考書，書的內容除了說明回旋加速器的物理上原理外，并希望要將這些裝置的結構，操作和使用上一切經驗作一个有系統的編述。但是，引為遺憾的，直到今日不論在苏联或者外国的文献上都还没有完全滿足所提出的要求，而原有的雜誌論文也只拥有少量有限的讀者。为了在若干程度上弥补前述缺点，才出版本論文集。

本書包括：反映美国實驗室回旋加速器方面技术的一篇列維斯东的重要論文 (M. S. Livingston: The Cyclotron, Journ. of

Applied Phys. 1944); 路斯关于回旋加速器理論的經典著作 (Rose: The Focusing and maximum energy of Ions in the Cyclotron, Phy. Rev. 53, 392, 1938); 列維斯东关于离子源的論文 (M. S. Livingston: The Ion Source for the Cyclotron, Rev. of Mod. Phys. 18, 3, 1946)。除此外，尙有納米阿斯著作的縮本 (M. E. Nahmias, Le Cyclotron; 写于 1941~1942, 在 1945 年发表于“Editions de la Revue d'Optique, theorique et instrumentale”上)。此書接触面极广泛，足以完全傳达出回旋加速器技术发展前期的經驗以及包括了广泛的解釋和图解的材料。在这一方面是肯定有用的。但另一方面，由于作者意向的广泛，使該書存在着缺点。作者力求包含一切材料，即使論及回旋加速器較远，因此在許多問題上只泛泛提及，并屡次脱离科学事实的基础。在譯本中这些地方便被刪去。除此外，尙略去許多和回旋加速器沒有直接关系的附录，以及和路斯著作內容大体上重复的，关于回旋加速器內离子聚焦和最大能量的章节。

无法获得超过某些限界能量的質点（由于質量的相对論的增加）是初期回旋加速器原理上的缺点。最近几年来，維克斯萊，以及晚近麦克密倫和其他作者提供了新型加速器，避免了上述困难，大大提高了所获質点的能量。尤其，美国物理学家使用頻率調制，在 184 吋直徑的回旋加速器上获得 200 兆电子伏特和 400 兆电子伏特的加速氘核束和加速 α -質点束，代替了所期待的 100 兆电子伏特氘核①。但这些裝置（同步加速器，相位加速器）記述內容都不在本書範圍內。

最后向 B. И. 布尼莫維契謹表謝意，他热誠地校閱了关于无线电技术方面裝置的章节，和 B. M. 伊薩叶夫，他校閱了有关医学生物方面問題的部分。

1947 年 3 月 П. 卿連科夫

① Phys. Rev. 71, 449. 1947.

目 录

序

編者原序

I. M. С. 列維斯东 · 回旋加速器(И. С. 阿布拉姆松 И. С. Абрамсон 和 Н. Н. 索包列夫 Н. Н. Соболев 譯)	1
前言	1
第一 节 緒論	1
第二 节 物理上的原理	2
第三 节 电和磁的聚焦	6
第四 节 最大能量	10
第五 节 振蕩器(发生器)	12
第六 节 磁体	19
第七 节 共振电路及室	22
第八 节 离子源	25
第九 节 垫襯	28
第十 节 偏向极板	31
第十一节 靶子的結構	33
第十二节 真空泵	39
第十三节 真空技术及封口	42
第十四节 操縱及檢查系統	46
第十五节 實驗室的設計	51
第十六节 保护裝置	53
第十七节 回旋加速器及操作时的費用	60
第十八节 核反应的輸出	62
第十九节 最适宜的尺寸	64
第二十节 結論	66
参考書籍及注釋	67
II. M. Э. 路斯 · 回旋加速器的聚焦及最大能量(Э. Л. 布爾施金 Э. Л. Бурштейн 譯)	70
第一 节 导言	70
第二 节 电場的聚焦	71
第三 节 磁場的聚焦	82
第四 节 共振条件	89
第五 节 离子的最大能量	91
附录	102
III. M. 納米阿斯 · 回旋加速器(Н. И. 多布龙拉沃夫 Н. И. Добронравов 譯)	106

前言	106	第八节 靶子上离子束的 使用	167
第一节 緒論	108	第九节 真空仪器	177
第二节 方法的叙述	113	第十节 保护裝置	183
第三节 磁場	120	物理問題的附录	187
第四节 <i>D</i> 形极的高頻率 及电压	132	对于生物学和医学的附录	201
第五节 回旋加速器技术 的可能性及限度	151	其他加速帶電質點方法的附 录	207
第六节 离子向靶子的偏 离	157	結論	219
第七节 离子源	161	参考書籍	221
IV. M. C. 列維斯东 · 回旋加速器的离子源 (H. H. 索包列 夫譯)			229
第一节 导言	229	第七节 灯絲的导入口	235
第二节 电弧源	230	第八节 电弧的作用	235
第三节 実驗結構	231	第九节 离子的軌道	237
第四节 阴极	233	第十节 結論	239
第五节 圆錐体	234	参考書籍	241
第六节 气体的压强	234		
索引			242

I. M. C. 列維斯东

回旋加速器

前 言

近来，回旋加速器逐渐由在一定程度上被称为原子物理領域工作者實驗室奢侈品的設備变成应用科学及工业上不可缺少的工具了。

“标记”原子的方法，对于許多科学領域中的基本研究和許多工业部門的发展都具有异于尋常的成果。放射性及中子本身的輻射在工业和医学上使用机会愈来愈頻繁。我們快要临到將回旋加速器当作工业仪器使用比用在科学上更广泛的时候了。回旋加速器的物理專家們很了解这一趋势，他們力图將回旋加速器的構造提高到工程的完善程度。本論文針對这些意向，目的在貢獻出有助于提高回旋加速器效率，可靠性及生产能力的有用報告，并且促進了最适合于广泛使用結構的選擇。

第一节 緒 論

回旋加速器的发展史可以从加省大学物理系的刊物和報告[1—7]中得知梗概。一开始是小型的，簡單的仪器，以后工作不断改进，类型迅速扩大并不断地改变它的組成部分。每一次补充都增加了新的技术，改善并增大了設備的尺寸。劳倫茲教授鼓励性的指示对加省大学近代放射性實驗室迅速有效的发展起着決定性作用，并使其到达最高潮。

在許多其他實驗室中，也同时建造起回旋加速器來，最初大部

分都由卞克連学派❶門生們所設計。很快地，这些實驗室在仪器的发展上已都能作出显著的成就。在这发展阶段中，重要的因素在于實驗室間通报的自由交換，通报形式为私人的訪問，通信，卞克連集团所出版的藍图和报告的交換。这种思想上和图样上的交換使得現代回旋加速器成为許多實驗室和一系列个体工作者集体創造的仪器。論及回旋加速器技术改善的大部分資料都未被公开。只有在許多實驗室共同努力下經過許多改变和改良后才成为公共的财产。

在下面叙述麻省理工学院的回旋加速器結構和其工作技术中，我們力求指出什么部分是属于其他實驗室以及共同努力所积累的技术性經驗上的。并且尽可能的指出个别作者或者发生任何思想或改善仪器的實驗室的引証來。

在所有这些年代里，實驗室从事于建造和改善回旋加速器，許多人都参加协助完成这仪器。不論在回旋加速器的設計上或者以后的发展上，我們力求和其他實驗室步調一致，使用最有价值的主張和最好的技术。此外，我們极力避免仪器使用上的不可靠性，而这些仪器是在广泛使用大量生产的仪器和材料的實驗室中制造出来的。虽然，我們的某些結論可能受到严重的批評，我們还是相信，这里所叙述的材料，大部分反映着最优越的現代的实践和累积起来的經驗。

第二节 物理上的原理

回旋加速器是不使用高电压而能使离子加速到很大速度的仪器。这样一来，加速离子便被用作分裂原子核的炮彈。在低压气体放电中产生的离子被两个半圓形中空电极間分布着的高頻率电場所加速，这种电极我們称之为 D 形极。 D 形极对称地裝在电磁

❶ Берклеевская школа.

体极間的真空室里。离子从其中一个D形极中回旋半周后，即返回到徑向的电极間隙縫中。

为了要获得共振，磁场必須具有下列性質：离子通过半个圓周的時間要等于高頻率電場极性改变的時間。如此，离子得到新的加速度，运动速度增大，在第二个电极中便循着半徑較大的半圓周路徑前进着。由于均匀磁场中帶电質点的角速度固定不变，通过半圓周所需時間便和离子速度完全无关。故离子在通过电极間隙縫时总被加速一次，所走半圓周的半徑也就愈来愈大，一直到抵达电极周緣为止(图1)。

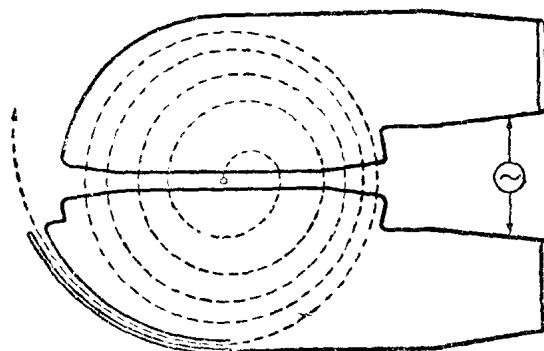


图 1. D 形极間离子多次加速和回旋加速器中輸出束的静电偏向的說明簡圖。

离子最終的能量为各次加速的总和，倘若我們知道磁场內最后轨道的半徑，便能將此值計算出来。

作用在質量为 m ，电荷为 e ，并以速度 v 在和磁场 H 成直角方向运动的离子的力垂直于 v 和 H ，使离子以徑向加速度 $\frac{v^2}{r}$ 沿半徑为 r 的圓周上运动。

$$Hev = m \frac{v^2}{r}$$

或 $v = \left(\frac{e}{m}\right) H r$ (1)

为了保证共振，角速度应等于 $2\pi f$ ，此处 f ——所加电场的频率：

$$\frac{v}{r} = 2\pi f \quad \text{或者} \quad H = 2\pi \left(\frac{m}{e} \right) f$$

用氘(重氢)的离子(氘核)工作时

$$H = 2\pi \left(\frac{m}{e} \right) f = 1.312 f \quad (2)$$

此处 H 的单位为奥斯特， f 为兆赫兹 MHZ (兆周)。此线性关系决定出在任何频率下达到共振所需的磁场。图 2 用图表方式来表示这个关系。

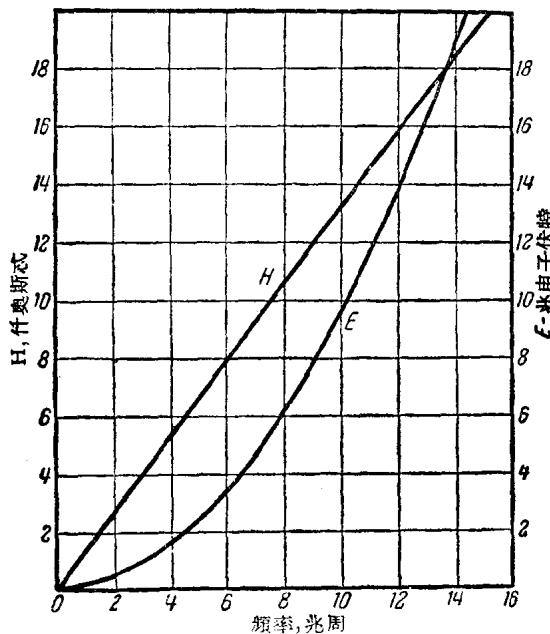


图 2. H —依据电场频率而定的磁场(使用氘核时, 回旋加速器达到共振条件所需者)。 E —依据电场频率而定的能量值(最大半径 483 毫米)。

速度为 v 的离子, 它的能量用等值加速电位 E 来表示, 等于

$$\frac{1}{2}mv^2 = Ee$$

或者

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{e} \right) v^2 \quad (3)$$

將(1), (2)和(3)結合起來, 得到沿着半徑為 R 的軌道上運動着的離子的等值能量:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \left(\frac{e}{m} \right) H^2 R^2 = 2\pi^2 \left(\frac{m}{e} \right) R^2 f^2 \\ &= 0.0965 f^2 \quad (R = 483 \text{ 毫米时}) \text{①} \end{aligned} \quad (4)$$

麻省理工學院回旋加速器的最大 483 毫米半徑的這個關係也同樣用圖 2 表示, 并且圖中 E 用兆電子伏特做單位, f 用兆周做單位。倘若電極間加速電壓為 $2V$, 加速次數為 n , 則

$$\begin{aligned} E &= 2nV \\ \text{或者} \quad r &= 2 \left[\frac{m}{e} \frac{V}{H} \right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{n} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (5)$$

因此, 逐次軌道的半徑和離子所受加速次數的平方根值成比例, 例如, 論文中所述的回旋加速器要想在電極電壓為 140 仟伏下得到能量為 15 兆電子伏特的離子, 則第一個半圓周的行徑半徑(加速電壓 70 仟伏)將近于 33 毫米, 最後兩行徑半徑的差值將近于 4.6 毫米。

用 $\frac{e}{m}$ 值比氫核大一倍的質子時, 在一定頻率下, 共振所需磁場要比圖 2 所示氫核所用的共振場減小一倍。

頻率相同, 質子能量亦同樣地比氫核小一倍。倘若 H 為氫核在頻率 f 下發生共振時的磁場, 則同一磁場內, 用質子工作, 頻率必須為 $2f$ (在實際上不完全如此)。在這情況下, 質子最終能量要比氫核大一倍。單電荷氫分子離子和雙電荷氫離子的 $\frac{e}{m}$ 值几乎

① 本書中, 一切英制尺寸都改為公制的(編者注)。

和氘核的 $\frac{e}{m}$ 值相同 (H_2^+ 和 H_e^{++} 的 $\frac{e}{m}$ 值和氘核的相差分别为后者的 $\frac{1}{1,300}$ 和 $\frac{1}{1,600}$)。回旋加速器和质谱仪一样，能够在同一频率下将这些质点的三个共振束分离开。氯分子离子具有相同的总能量，但在原子反应中，应将它视作具有一半能量的质子。氦离子由于双重电荷的关系，在同一共振条件下具有氘核的一倍能量。

第三节 电和磁的聚焦

由于电场和磁场所造成的聚焦，反复加速的方法才有实现的可能。当离子在加速电场中行经电极间缝隙时，它受到向着中心面的偏转（一方面聚焦是由于“圆柱形”电透镜所致）^[4]。电的聚焦可用下列关系表示^[8]：

$$\Delta\alpha = -\frac{eV_0}{E} \left(\frac{\omega Z}{v} \right) \sin \theta - \frac{1}{2} \left(\frac{eV_0}{E} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{k} Z \right) \cos^2 \theta \quad (6)$$

此处 $\Delta\alpha$ ——电荷 e ，能量 E 及相应速度 v 的离子，在相距中心面 Z 时受电场聚焦作用所引起的偏差值； $2V_0$ —D 形极间正弦电场电压的振幅； $\frac{\omega}{2\pi}$ ——它的频率和 θ ——当离子通过场时的位相； λ 和 K ——缝隙尺寸所决定的几何常数。

上式第一项为离子经过缝隙时电场变化所引起的离子偏差。离子接近缝隙中央前偏向于中心面，而在离开缝隙中央后便偏离中心面。要是电场固定不变，则两种偏差恰恰相互抵消。但是，倘若电场逐渐减弱（正的相位 θ ），离子向中心面的偏转要比远离它为大，因而形成聚焦。式中第二项是关于穿过透镜时质点能量变化的影响。由于离子穿过缝隙时速度增大，在场的散焦部分作用时间要比前面聚焦作用时间短，因此也同样造成聚焦的结果。

总之，距中心面 Z 处的离子，经过缝隙后，向中心面移近 $\Delta\alpha$ 。结果，所有离子都被会聚而趋近于中心面，其情形如图 3 所示。该问题同样可用电透镜的焦距的概念来研究。对于经过开始若干次

加速而获得小能量的离子講，焦距不大（一直到 V_0 可和 E 相比时为止），而对于能量較大的質點講，焦距便很大。每个离子大概通过透鏡达一百次。在所有的加速中，除了开始几次外，偏轉基本上是由随時間改变着而和隙縫几何形狀无关的場所引起。倘若我們將磁場中离子的螺旋形行徑展开成为直線，則焦距逐个增大的透鏡系將排列在比例于整数平方根值的逐个增大的距离上。

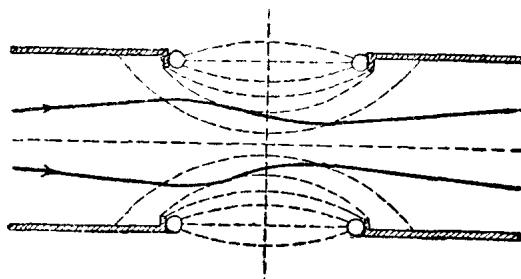


图 3. 加速区域附近 D 形极的横截面。說明电聚焦机構的草图。

通过相似的透鏡組合的离子行徑可以用加速数 n 的函数表示^[8]：

$$Z = C \left(\frac{E}{\sin \theta} \right)^{\frac{1}{4}} \sin \left[\pi^{\frac{1}{2}} \int_1^n \left(\frac{eV_0}{E} \sin \theta \right)^{\frac{1}{2}} \cdot dn + \delta \right] \quad (7)$$

此处 C 和 δ ——积分常数。倘若相位 θ 为正（离子通过隙縫时場減小下来），則如同上式所指出，軌道产生了对于中心面的緩慢振蕩。这些振蕩具有和 $E^{\frac{1}{4}}$ 值同样緩慢消失的包迹。倘若相位为負（增長着的場），則离子离开中心面，离子束被散焦着。因此，正相位时，电場在开始几次加速中造成强烈的聚焦，而在其余的离子軌道上微弱地聚焦着并帶着緩慢扩散的包迹。要是沒有磁的聚焦，包迹截割到电极的頂面和底面，因而，只有少量离子束能到达出口隙縫。

在絕對均匀的磁場中，場線严格地垂直着和平行着，沒有垂直偏向或聚焦的地方。場沿磁体半徑（从中心向边缘）的減弱所形成

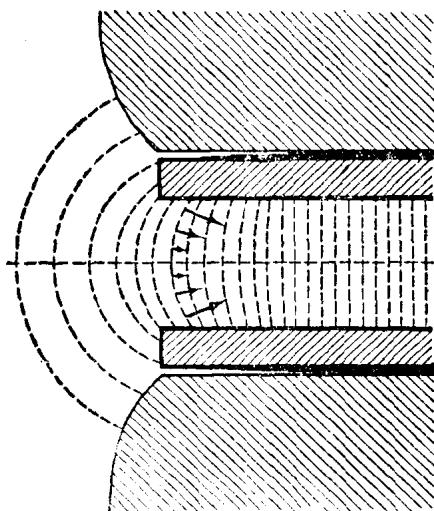


图 4. 极缘的桶形磁场及其所引起作用于中心面外离子上的聚焦力的图示。

的场的均匀度上极小的偏差便能引起聚焦，这时，力线便向外凸出（“桶”）^[4]。通常，圆柱形极间靠近边缘处的磁场具有上述这种“桶形的”形状。用垫襯的方法可以在中心区得到所期望的磁场径向减弱（参考第九节）。为了保证共振，均匀度的总偏差不应超过 1%。此外，场线必须对称于中心面。如图 4 所示，磁场很小的径向分量

的存在能引起离子向中心面的偏转。在这种聚焦场存在的情况下，选择适当的坐标形式（柱面坐标）所立出的离子运动方程式，表明离子完成了对于中间面的振荡。这种振荡和电聚焦下发生的振荡相类似。振荡的振幅由下式确定^[5]：

$$Z = -C \left(\pi \cdot \frac{d \ln H_z}{d \ln r} \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (8)$$

此处 H_z ——在半径 r 轨道上引起运动的场的 Z 向分量。

由 (8) 式可知，凡聚焦场存在的各处，振荡的振幅将在场的径向分量所决定的速度影响下有所减小。倘若场的力线向磁体中心部分凸出，则离子被强烈地散焦着。

在电场和磁场同时作用下，回旋加速器室内的离子发生运动。要是离子对于中心（中间）面振荡的最大振幅小于 D 形极内部高度的一半，就可获得足够的聚焦。实验上观察各个半径上的离子对于中心面的分布^[6]完全和理论计算相符合。根据这些观察，小半径上的离子束是宽的，半径增大，离子束变狭，即更形聚焦。开

始加速时，离子能量小，电的聚焦占优势；半径較大时，也就是离子已具有較高速度时，磁的聚焦控制着离子的运动。当和中心距离約为最終半徑的 $1/3$ 时，电的聚焦和磁的聚焦的大小相等。同时，离子对于中心面振蕩的振幅达最大量。 D 形极的形狀可以符合于这些数据，从企图减小它們的容量的觀点出发来講是极有利的。离子源的有效高度被电聚焦的相对弱点所限制着，所以要得到有效的离子放射，裝在中心面上的短离子源（弧形源，下面要講的）要比占电极孔整个寬度的离子源强得多。并且被聚焦的仅是那些从源飞出方向和中心面形成很小角度的离子。这种限制是可以部分地取消的，只要在电极边缘做成朝向离子源的突出物（参考图11），即能在第一次加速时造成更強烈的聚焦。

为了聚焦所需，磁场沿着半徑的減弱会引起电場振蕩的相移，离子在此时穿过加速地帶。室中心的磁场將比理論上的均匀的“共振場”稍大，而同时，在半徑較大处，磁场便將小于“共振場”❶。这一定会使离子在开始时追过电压的相位，然后慢慢落在它后面。百次及百次以上加速中积累起来的相移便能达到高頻率周期中的一个显著部分。

离子必須在正的相位角 θ 时才能开始在加速場里运动起来，就是图 5 所示細虛線的周期部分。它們必須至少在电聚焦控制着的开始几次加速中，被保留在这个区域中（即在正的角 θ 下通过加速場）。一直要到磁聚焦足够克服在該場合下产生的电場散焦作用后，离子才能在負相位角 θ 下穿过加速場。实践中要在和中心距离較小处获得磁聚焦，便采用金属襯垫（垫片）。一有了这种聚焦，离子便能在小的正相位下运动起来，也就是在 D 形极上电位的瞬間差很大时，这样便增加了离子源的离子放射。这个相位地帶在图 5 上用細实線 4 表示。当磁场量大于共振場时，离子將在

❶ 參考路斯的論文（第五圖）——（編者注）。

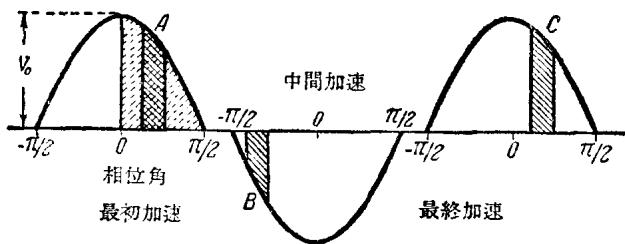


图 5. D 形极上高频率电压和时间的关系。用图解说明了开始、中間及最終加速时离子所容許的相移。

相位上占先，但决不能超过 $-\frac{\pi}{2}$ 的限界，因为超过这个限界后，离子将缓慢下来（图 5 的 B 区）。磁场刚一小于共振场，离子便在相位上落了后，并回到相位 $\theta = 0$ 。离子的最终加速应该很大（相位接近于零），如是才能使连续圆形行径的半径差 ΔR 足够大，借以使离子能绕过通常所用的隔壁并进入装着偏向板的通道。只有这些离子能落在输出束中（图 5 的细线区 C）。因此，相位在事实上最大的移动是从小的正值到 $-\frac{\pi}{2}$ 以及相反地从 $-\frac{\pi}{2}$ 到小的正值。倘若不将离子放到外面来，而在室内装针形靶子来利用它（参考第 11 节），那么它们的轨道便不受所述 ΔR 的限制，而离子能在相位上落后达 $+\frac{\pi}{2}$ ，所以在这种靶子上可能得到强度较大的束。

第四节 最大能量

由于离子在较大能量时质量发生了相对论的增大，要保持共振条件，磁场必须朝着周缘有所增强。这是和聚焦要求相抵触的，因为在这种场里，离子运动到较大半径时将很厉害地发生相位的落后。要保持相位总的变化不致越出一定限度来保证聚焦，便必须严格限制磁场沿着半径减弱的性质。经验上的惯例要求 $\frac{\Delta H}{H}$ 不超过 $\frac{1}{n}$ ，此处 n 为离子加速次数，即在 100 次加速中，磁场均匀度的破坏不能超过 1%。增大加速电压 $2V_0$ 便能减小相移。这样便

扩大了有用区域（后者必须位于许可相位改变的限度内），并且一般都增大了离子束的功率。在所述条件下，保证最小的必要聚焦及最大的容许相移的磁场决定了在回旋加速器中加速离子的最大能量。

用下述关系求出最大能量

$$E_n = 1.54 [2V_0 AZ \sin \theta_0]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

此处 A ——原子量； Z ——离子的原子序数， θ_0 ——始相位； E_n 的单位为兆电子伏特，而 V_0 的单位为仟伏特。因此，最大能量和 $V_0^{\frac{1}{2}}$ 值成比例，在实践中仅决定于电极间可达到的电压值。对于氘核，这个关系具有下列形式：

$$E_n = 3.08 V_0^{\frac{1}{2}} (\sin \theta_0)^{\frac{1}{2}} \quad (9a)$$

我們實驗室的經驗指出： D 形极間峰電位——80 仟伏能得到能量 12 兆电子伏特的离子，140 仟伏能得到能量 15 兆电子伏特的离子——适用于产生功率足够大的束。要想得到最大功率的束还须有較大的电压。利用公式 (9a) 及这些實驗資料，可以計算出始相位 θ_0 ，后者相应地等于 22° 和 20° 。这些証实了前述原理，即必須有小的正相位值，才能获得令人滿意的离子源的放射。倘若采用麻省理工学院回旋加速器在 15 兆电子伏特氘核的實驗中所得的始相位 θ_0 值，則上述方程式將為：

$$E_n = 1.8 V_0^{\frac{1}{2}} \quad (9b)$$

这就是說，例如，要得到能量 18 兆电子伏特的氘核， D 形极間所加电压須为 $2V_0 = 200$ 仟伏。

在一般公式中，高頻率功率正比于电极間电压平方值，因此依照离子所得能量的四次值的比例計算。本文中，每 D 形极上造成 70 仟伏（对于地而講）的振蕩器所引出的功率，要使离子的能量达 15 兆电子伏特时須为 50 仟瓦。假定振蕩器总效率为 50%，便