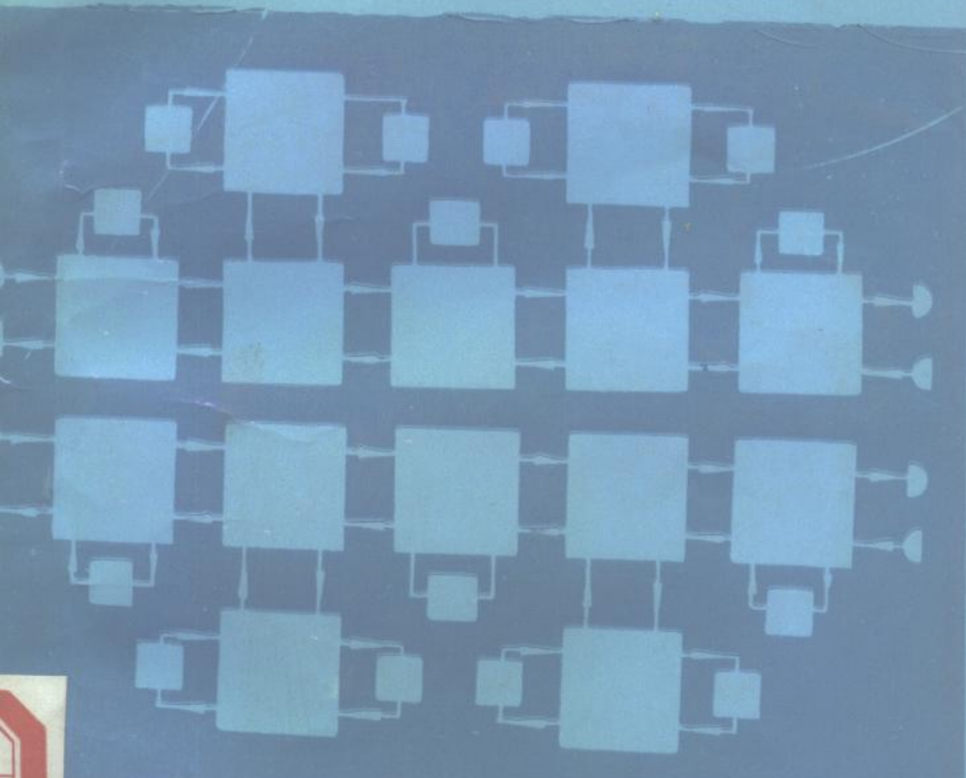
波数字滤波器

黄大卫 编著 杜锡钰 审



中国铁道出版社

波数字滤波器

黄大卫 编著
杜锡钰 审

中国铁道出版社
1990年·北京

内容简介

这是一本系统介绍波数字滤波器的书籍。

1970年，西德费特魏斯教授提出了以波参数代替电压和电流作为信号基本参量的理论。利用该参数设计得到的有源或数字滤波器满足伪无源性。因而可以用简单的结构，较少的硬件实现低敏感性的滤波器电路。同时，该理论可以直接引用迄今已成熟的电抗滤波器理论和设计方法，所以它是对经典网络理论的一个新的、具有重大实际意义的发展，在国际上正引起越来越广泛的重视。

本书重点介绍波数字滤波器的各种结构和实现。除了可在通用计算机上采用软件实现外，还可以采用通用、可编程序的数字信号处理器单片予以实现。书中讨论了实现中的有关问题，并附有不少机辅设计程序和参考资料。

本书供有关专业工程技术人员和大学师生学习参考。

波 数 字 滤 波 器

黄大卫 编著　杜锡钰审

*

中国铁道出版社出版、发行

(北京市东单三条14号)

各 地 新 华 书 店 经 售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092毫米 $\frac{1}{32}$　印张：15.375　字数：352 千

1 9 9 0 年 2 月　第 1 版 第 1 次印刷

印数：1—1200册

ISBN7-113-00553-5/TN·31　定价：7.30元

前　　言

波数字滤波器（WDF）是数字滤波器的一种重要结构形式，由两端终接电阻的经典滤波器模拟而成。它具有经典滤波器的一切优点，如高稳定性，低灵敏度等。所以，实现波数字滤波器一般所需的系数字长较短，硬件较少。自1970年发表了第一篇有关这方面的论文以来，它已得到了国内外越来越普遍的重视和广泛的应用。

为了理解波数字滤波器的原理和掌握它的设计方法，必须具备一定的网络理论、滤波器分析与综合以及微波滤波器等有关知识。因此本书的第一、二章除了介绍一些重要的定义和基本概念外，着重讨论了经典滤波器的近似和综合方法。本书是以读者已具有一定的“信号与系统”及“电路理论”方面的基础知识为前提进行讨论的。由于采用了新的近似方法和综合途径，所以能以很短的篇幅介绍网络综合的有关原理和设计步骤，其中包括了各种形式的LC以及单位元滤波器的设计。

为了使读者便于利用本书的程序进行分析与设计，书中的所有程序都是用BASIC语言写出的，并在最常用的Apple-Ⅱ微型机上予以实现。同时，第二章还介绍了一种设计椭圆滤波器的新方法，使十分复杂的以往难以理解和掌握的椭圆函数的逼近，只需在可编程序的小计算器上，利用很短的程序就能完成。

第三、四章讨论了梯型、格型和环行器型波数字滤波器的各种电路结构形式、特点、设计和分析方法。特别是特征

函数满足自倒量条件的格型或环行器型滤波器，不但是一个理想的方向滤波器，而且实现时可节约大量硬件。

第五章首先简略地介绍了数字滤波器的有限字长效应。然后引入了波数字滤波器的伪无源性和伪无耗性等概念，讨论了它在理想条件下以及在有限字长的非理想条件下的稳定性，动态范围以及比例技术等有关问题。

第六章是将前面设计得到的乘法系数进行优化，即在满足滤波器指标的条件下，使系数中非零码的个数最少，所用的字长最短。由于这是一个离散空间优化问题，目标函数的非线性特点很强，因此书中介绍了目前已有的几种方法，并给出了优化程序。

第七章将波数字滤波器的概念推广到复数领域，讨论了它们的可实现条件以及一般的综合步骤。作为应用实例，本章还介绍了数字希尔伯特变换器的一种新的设计方法。

第八章介绍了数字滤波器的硬件实现，除了介绍专用硬件外，还给出了利用数字信号处理器Intel2920实现波数字滤波器的设计和编程实例。

本书在编写过程中得到*A.Fettweis*和*K.Meerkoet-ter*的指导，黄大康同志帮助撰写了第六、七、八章。在计算和清稿工作中得到何护仓、贾建华、白佳模同志的热情协助，在此谨向他们表示感谢。

由于作者水平有限，书中一定会有许多错误或不足之处，欢迎读者批评指正。

作　者

1986年4月于上海铁道学院

目　录

第一章　波数字滤波器的基本概念

波数字滤波器是数字滤波器的一种较特殊的实现方式，为了介绍波数字滤波器的各种基本概念和设计方法，有必要先简单介绍一下数字滤波器的基本分析方法和有关概念。

第一节　数字滤波器的时域分析

数字滤波器（DF）是一个时不变、线性、因果系统，可用图1—1的方框图表示。其中x（nT）和y（nT）分别为它的输入和输出信号，也称滤波器的激励和响应。T为实常数，称为采样周期，n为在（0，N）范围内的整数，$N<+\infty$。图1—1可用式子表示为

$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT) \qquad (1-1)$$

式中$\mathscr{R}$为求响应的符号。

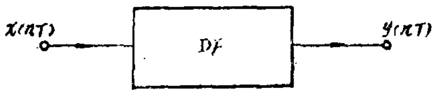


图1—1　数字滤波器方框图

模拟滤波器是用微分方程来描述激励与响应之间的关系的，而数字滤波器则是用差分方程来描述的。根据差分方程的形式，数字滤波器可分为非递归型和递归型两种。若滤波器在nT瞬间的输出响应仅取决于当时及以前的激励，而与以前的输出无关，则这种滤波器称为非递归数字滤波器。它的特征方程是一个线性差分方程，如下式所示：

$$y(nT)=\sum_{i=0}^{N}a_i x(nT-iT) \qquad (1-2)$$

若滤波器的响应不仅取决于激励，同时还与以前的响应有关，则这种滤波器称为递归数字滤波器。它的特征方程也是一个线性差分方程，如下式所示：

$$y(nT)=\sum_{i=0}^{N}a_i x(nT-iT)-\sum_{i=1}^{N}b_i y(nT-iT) \qquad (1-3)$$

模拟系统的时域分析是利用单位冲激和单位阶跃等几种基本函数作为激励实现的。相似地，在数字滤波器中也利用这几种基本函数。若在连续时间函数中，t 代以nT，一般可以得到相应的离散序列（单位冲激函数除外）。常用的几种基本离散序列如表 1—1 所示。

表1—1　　离散域中几种基本序列

单位冲激序列	$\delta(nT)=\begin{cases}1 & n=0\\0 & n\neq 0\end{cases}$
单位阶跃序列	$u(nT)=\begin{cases}1 & n\geqslant 0\\0 & n<0\end{cases}$
矩形序列	$G_N(nT)=\begin{cases}1 & 0\leqslant n\leqslant N-1\\0 & n<0, n\geqslant N\end{cases}$
斜度序列	$x(nT)=nTu(nT)$
指数序列	$x(nT)=a^{nT}u(nT)$
正弦序列	$x(nT)=\sin\omega_0 nT$

离散单位冲激序列$\delta(nT)$定义为

$$\delta(nT)=\begin{cases}1 & n=0\\0 & n\neq 0\end{cases} \qquad (1-4)$$

它和模拟系统中的单位冲激函数的作用相同。此单位冲激函数的数学定义更简单和精确。

单位阶跃序列$u(nT)$定义为

$$u(nT)=\begin{cases}1 & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases} \tag{1—5}$$

单位阶跃序列可用单位冲激序列表示为

$$u(nT)=\sum_{k=-\infty}^{n}\delta(kT) \tag{1—6}$$

应当注意，右边连加号的上限是变量n。反之，若用单位阶跃序列表示单位冲激序列，则有如下关系：

$$\delta(nT)=u(nT)-u(nT-T) \tag{1—7}$$

式中，$u(nT-T)$是把$u(nT)$延时一个采样间隔的单位阶跃序列。

数字滤波器的时域分析一般可以采用归纳法和卷积法来进行。下面分别介绍这两种方法。

1． 归纳法

简单的数字滤波器求时域响应时，可以用数学归纳法直接解出差分方程。虽然这种方法比较原始，效率低，但是它表现了数字滤波器的运行方式。

【例1—1】求图1—2所示数字滤波器的冲激响应和单位阶跃响应。图中⊕为加法器，⊗为乘法器，$\boxed{T}$为单位延迟。常数$a<0$。当$n<0$时，输出$y(nT)=0$。

【解】节点A和B的信号分别为$y(nT-T)$和$e^{a}y(nT-T)$。由图可知

$$y(nT)=x(nT)+e^{a}y(nT-T) \tag{1—8}$$

当$x(nT)=\delta(nT)$时，上式可以写成

$$y(0)=1+e^{a}y(-T)=1$$

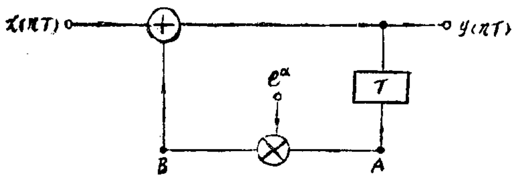


图1－2 〔例1－1〕的数字滤波器

$$y(T)=0+e^{\alpha}y(0)=e^{\alpha}$$
$$y(2T)=0+e^{\alpha}y(T)=e^{2\alpha}$$
$$\cdots\cdots$$
$$y(nT)=e^{n\alpha}$$

此输出响应是一个指数序列，如图1－3所示。

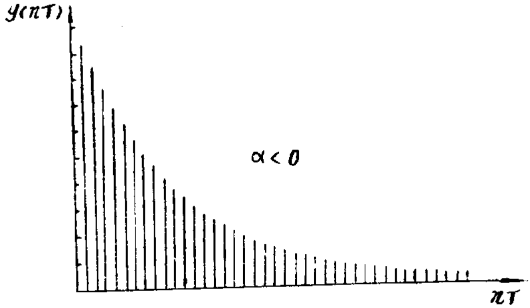


图1－3 〔例1－1〕的冲激响应

当$x(nT)=u(nT)$时，式（1－8）可以写成

$$y(0)=1+e^{\alpha}y(-T)=1$$
$$y(T)=1+e^{\alpha}y(0)=1+e^{\alpha}$$
$$y(2T)=1+e^{\alpha}y(T)=1+e^{\alpha}+e^{2\alpha}$$
$$\cdots\cdots$$
$$y(nT)=\sum_{k=0}^{n}e^{k\alpha}$$

这是一个几何级数，因此输出$y(nT)$可以表示成

$$y(nT)=\frac{1-e^{(n+1)\alpha}}{1-e^{\alpha}}$$

当$n\to\infty$时，得到$y(nT)$的稳态响应

$$\lim_{n\to\infty}y(nT)=\frac{1}{1-e^{\alpha}}$$

该滤波器的单位阶跃响应如图 1 — 4 所示。

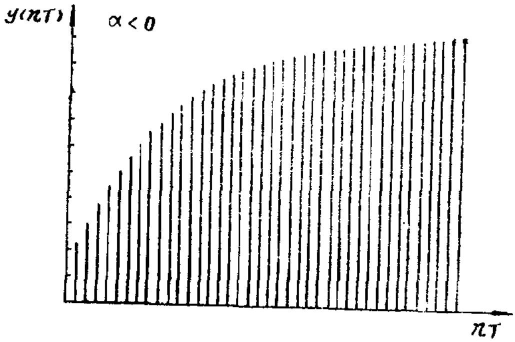


图 1 — 4 〔例1—1〕的单位阶跃响应

2. 卷积法

对于一个任意激励的数字滤波器的时域响应，可以应用卷积和来求得。

一个任意激励$x(nT)$总可以表示成

$$x(nT)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x_k(nT) \qquad (1-9)$$

其中 $$x_k(nT)=\begin{cases}x(kT) & n=k\\ 0 & n\neq k\end{cases} \qquad (1-10)$$

$x_k(nT)$又可以表示成

$$x_k(nT)=x(kT)\delta(nT-kT) \qquad (1-11)$$

因此，将式（1—11）代入式（1—9）可得

$$x(nT)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT)\delta(nT-kT)$$

在一个线性时不变系统中，

$$y(nT)=\mathscr{R}x(nT)=\mathscr{R}\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT)\delta(nT-kT)$$

$$=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT)\mathscr{R}\delta(nT-kT)$$

$$=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT)h(nT-kT) \qquad (1-12)$$

其中$h(nT)$为滤波器的冲激响应。若滤波器是因果的，即

$$h(nT)=0 \qquad n<0 \qquad (1-13)$$

可以得到

$$y(nT)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(kT)h(nT-kT)$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}h(kT)x(nT-kT) \qquad (1-14)$$

若当$n<0$时，$x(nT)=0$，则上式可以进一步简化为

$$y(nT)=\sum_{k=0}^{n}x(kT)h(nT-kT)$$

$$=\sum_{k=0}^{n}h(kT)x(nT-kT) \qquad (1-15)$$

这就是用来分析数字滤波器的卷积和。它可以表示成如图1—5所示。首先将冲激响应沿y轴折叠起来（图1—5(c)），将它向右移动nT（图1—5(d)），给出了$h(nT-kT)$。将输入信号$x(kT)$乘以$h(nT-kT)$(图1—5(e))，

图中所有的值之和就是滤波器在nT瞬间的响应。

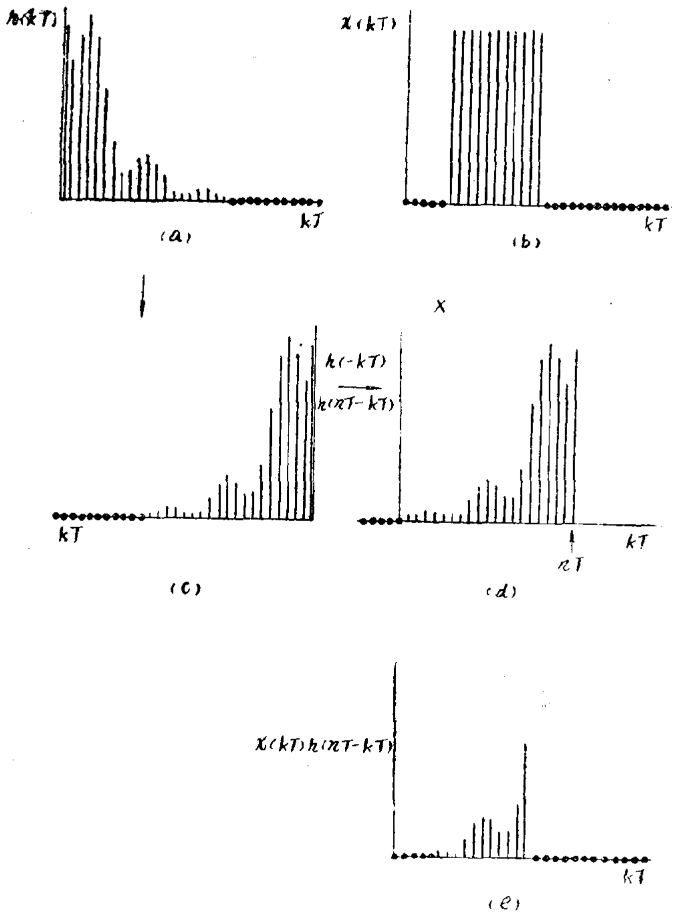


图1—5 卷积和的图示

【例1—2】试用卷积和求[例1—1]（图1—2）中滤波器的(a)单位阶跃响应；(b)若激励为下列$x(nT)$时，求响应。

$$x(nT)=\begin{cases}1 & 0\leqslant n\leqslant 4\\ 0 & n\text{为其他值}\end{cases}$$

【解】(a)求单位阶跃响应。

在〔例 1—1〕中，已求得该滤波器的冲激响应为 $h(nT)=e^{na}$，根据式（1—15），我们可以得到

$$y(nT)=\mathscr{R}u(nT)=\sum_{k=0}^{n}e^{ka}u(nT-kT)$$

$$=\sum_{k=0}^{n}e^{ka}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1-e^{(n+1)a}}{1-e^{a}} & n\geqslant 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$

(b)若激励为

$$x(nT)=u(nT)-u(nT-5T)$$

$$\mathscr{R}x(nT)=\mathscr{R}u(nT)-\mathscr{R}u(nT-5T)$$

则得到响应

$$y(nT)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{(n+1)a}}{1-e^{a}} & n\leqslant 4\\ \dfrac{e^{(n-4)a}-e^{(n+1)a}}{1-e^{a}} & n>4\end{cases}$$

第二节　数字滤波器的频域分析

1.　Z变换

在分析线性、时不变模拟系统时，往往采用拉氏变换，将描述系统性能的微分方程变换成代数方程，然后求解。在

分析离散系统时，利用Z变换，也可将描述系统性能的差分方程变换成代数方程，然后可以很方便地求解。因此在分析和计算离散信号和系统时，Z变换是一个很重要的数学工具。

模拟函数$f(t)$的采样信号可表示为

$$f_s(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}f(kT)\delta(t-kT) \qquad (1—16)$$

若采样信号为单边函数，即当$k<0$时，$f(kT)=0$，则该采样信号可以表示为

$$f_s(t)=\sum_{k=0}^{\infty}f(kT)\delta(t-kT) \qquad (1—17)$$

将式（1—16）的$f_s(t)$进行拉氏变换，即

$$\begin{aligned}F(p)=\mathscr{L}[f_s(t)]&=\sum_{k=-\infty}^{\infty}f(kT)\mathscr{L}[\delta(t\\&\quad-kT)]\\&=\sum_{k=-\infty}^{\infty}f(kT)e^{-pkT}\end{aligned}$$

其中p为一般复频率。现定义

$$z=e^{pT} \qquad (1—18)$$

则得到

$$F(z)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}f(kT)z^{-k} \qquad (1—19)$$

该式就是序列$f(kT)$的Z变换，简单表示为

$$F(z)=\mathscr{Z}[f(kT)] \qquad (1—20)$$

从以上定义可知，序列$f(kT)$的Z变换为z^{-1}的幂级数，该级数的每一项系数即为$f(kT)$在该项的值。这里因为k是由