

DUANLIE LIXUE JICHU

断裂力学基础

范天佑 编著

江苏科学技术出版社

52.5521
330
C.2

断 裂 力 学 基 础

范天佑 编著

46153

江苏科学技术出版社



内 容 提 要

本书主要介绍断裂力学的基本原理及其数学分析方法。内容包括断裂力学中必要的弹性力学和塑性力学基础知识；用积分变换、复变函数、边界配位和流体力学比拟等方法对线弹性断裂力学的二维和三维问题应力分析的详细讨论（包括几类典型裂纹在各种基本受力状态下 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 的计算）；关于幂硬化材料中平面裂纹前缘塑性应力场的近似分析；以及关于 J 积分原理的详细证明；此外，作为应用举例，详细地分析了两个实际问题。附录中给出了正文部分有关数学方法的一些补充材料和补充计算。

本书读者对象为高等学校和科研单位有关人员，也可供工程技术人员参考。

断 裂 力 学 基 础

范天佑 编著

江苏科学技术出版社出版

江苏省新华书店发行

江苏新华印刷厂印刷

1978年12月第1版

印数 1—20,500册

1978年12月第1次印刷

书号 13196·002 定价 1.50元

前 言

断裂力学是近十几年来蓬勃发展的一门新兴学科，它研究固体(包括材料和结构)中裂纹传播的规律。由于它在生产中有广泛的应用，因而受到世界各国的普遍重视。从1965年以来，已经召开了四次大型国际会议，出版了许多书刊。

我国大约于1970年左右引进断裂力学。1972年，在敬爱的周总理的亲切关怀下，包括力学在内的自然科学各基础学科举行了赶超世界先进水平的规划座谈会的预备会。当时力学规划座谈会的预备会的纪要就曾把断裂力学列为力学学科今后的主攻方向之一。本书的编著就是从那个时候开始的。由于裂纹应力分析是从事断裂力学工作首先遇到的也是比较困难的问题，本书的内容侧重讨论这一问题。本书介绍了断裂力学所必需的弹性力学和塑性力学的最初步知识和某些基本的二维及三维裂纹问题的应力分析。内容的安排和表述方式的选取，不去追求最大的普遍性，相反地是抓住部分典型的具体算例进行详细推导，对文献中略去的大量中间步骤都尽可能给出补充计算。有些计算由于所需要的预备知识太多或实在过于繁冗，在迫不得已的情形下才略去某些中间步骤但留到附录中详细处理。把推导写得详尽些，目的在于减少初学习者的困难，我们竭力避免把本书写成评述性读物或手册之类的东西。所引用文献，都详细注明出处，便于读者查阅。

下面还需要对有关内容作几点说明：

本书的第二章与第五章，主要参考了Sneddon的著作

《Fourier Transforms》及 Sneddon 与 Lowengrub 合著的《Crack problems in the Classical Theory of Elasticity》，读者在阅读这两章时，可参考上述两本著作。本书所作的推导比它们要详细些。后一本著作中的许多内容，本书没有采用；同时该著作中个别没有解决的问题，例如该著作 p.155~158 上的 3.5 节，编著者在本书 §5—6 中给出了解答，又如在 §5—4, §5—7, §5—8 中，我们对于那些应该介绍，而上两著作中没有介绍的某些基本受力问题也作了补充计算。当时编著者并不知道这些问题是否已有解答，1976、1977 年我们才先后读到参考资料[58]、[62]、[69]的影印本，知道国外的研究者已经作出了同样的结果，但由于两者是用不同的方法独立地得到的，因而相互得到了验证。考虑到文献[58]、[62]、[69]推导过于简略，因此这些问题仍按本书原来的方式叙述，自然地在相应的地方指明国外研究者的工作。

本书的第三章，虽然参考了若干文献，但是原理部分主要取材于著作[18]、[23]。

本书的第四章，由于尚未见到专门著作系统地阐述过，因而只能根据论文和研究报告汇编而成，同时参考了陈麓同志收集整理的手抄资料。

本书的第六章的一部分内容引自钢铁研究院的著作[89]。

本书还参考了孙训方老师所著的断裂力学讲义[4]。

在编著中试图保持各章的相对独立性，因而会有少许重复。

书中对国内已有的研究成果尽可能地加以介绍。由于这些工作绝大部分都未曾公开发表，所以有些很好的结果，由于不知道，或者是过于专门，而未能介绍，这种情况需要说明一下。

本书的编著工作得到钢铁研究院陈麓等同志的热情关怀和大力支持。书中的第四章就是在陈麓同志的建议下写作的。他把自己的手抄资料和尚未公开发表的工作，毫无保留地提供给编著者学习使用，还赠送弹塑性断裂力学的珍贵资料。特别是他在重病中还帮助编著者分析计算结果、修改文章。张耀科同志和黄文彬同志帮助编著者作了一部分程序设计和数值计算。臧尔彬同志帮助核算了部分公式。书中附图是李紫桐同志和蒋知民同志帮助绘制的，李紫桐同志还帮助验算和校对了部分数据。孙训方老师审阅了本书初稿，周衍柏老师进行了全面的审阅。对本书的编写和修改工作给予指教和帮助的还有北京大学、上海交通大学、中国科学院北京力学研究所、北京工业学院、轻工业部等单位的老师和同志们。

对以上各单位的老师和同志们的指教和帮助，编著者表示衷心感谢！

由于编著者水平所限，书中不可避免地将出现许多缺点和错误，欢迎同志们批评指正！

编著者 1977年12月

目 录

绪 论	1
§ 1 材料的脆性与塑性和断裂特征	1
§ 2 低应力脆性破坏与线弹性断裂力学	2
§ 3 大范围屈服破坏与弹塑性断裂力学	5
§ 4 应力强度因子和断裂韧性的物理意义	6
第一章 弹性力学基本方程	13
§ 1-1 弹性体的变形分析	14
§ 1-2 弹性体的应力分析	20
§ 1-3 圆柱坐标中的几何方程和平衡方程	26
§ 1-4 应力张量和应变张量对于坐标系的变换	29
§ 1-5 应力与应变之间的关系	36
§ 1-6 弹性力学的基本方程组, 求解途径	37
第二章 二维裂纹问题, Fourier 变换方法	42
§ 2-1 平面问题的基本方程	43
§ 2-2 Fourier 积分变换	47
§ 2-3 用 Fourier 变换解平面问题	52
§ 2-4 Griffith 裂纹的第一基本型(张开型)问题, K_I 的计算	56
§ 2-5 Griffith 裂纹的第二基本型(滑开型)问题, K_{II} 的计算	76
§ 2-6 Griffith 裂纹的第三基本型(撕开型)问题, K_{III} 的计算	86
§ 2-7 弹性半平面的边界裂纹, 自由表面修正	93

第三章 二维裂纹问题, 复变函数方法.....104

- § 3-1 复变函数有关公式105
- § 3-2 平面问题复变函数解法的基本原理109
- § 3-3 Westergaard方法116
- § 3-4 复变函数方法在断裂力学中的应用120
- § 3-5 第一、二型问题解法举例122
- § 3-6 Griffith 裂纹第三基本型问题的复变解法.....156
- § 3-7 对于带裂纹薄板弯曲问题的应用159
- § 3-8 复变函数解法的一些新发展171

第四章 常用试样的应力强度因子, 边界配位方法175

- § 4-1 边界配位法的基本原理和计算的基本关系式176
- § 4-2 边界条件的提法和基本线性代数方程组的形成184
- § 4-3 三点弯曲试样的 K_I 188
- § 4-4 紧凑拉伸试样的 K_I 195
- § 4-5 单边裂纹轴向拉伸试样的 K_I 204
- § 4-6 单边裂纹直梁四点剪切的 K_{II} 209
- § 4-7 偏裂纹三点弯曲试样的 K_I, K_{II} 218
- § 4-8 其它问题以及边界配位法的局限性223

第五章 三维裂纹问题225

- § 5-1 轴对称三维问题弹性静力学基本方程组226
- § 5-2 Hankel 积分变换231
- § 5-3 用 Hankel 变换求解轴对称问题236
- § 5-4 带圆盘状裂纹的物体在轴对称受力时的解,
 K_I, K_{II} 的计算.....242
- § 5-5 非轴对称问题, Muki 解法.....259
- § 5-6 带圆盘状裂纹的物体受剪切作用下的解,

	K_{II} 、 K_{III} 的计算	265
§ 5-7	带圆盘状裂纹的物体受弯曲作用或弯曲与拉伸 联合作用下的解, K_I 的计算	280
§ 5-8	带圆盘状裂纹的物体受扭转作用下的解, K_{III} 的计算	291
§ 5-9	带圆盘状裂纹的有限直径柱体受均匀拉伸作用 时 K_I 的近似解	297
§ 5-10	三维问题的一般解, Boussinesq-Папкович- Neuber方法	313
§ 5-11	受均匀拉伸的椭圆盘状裂纹问题, Green- Sneddon 解	315
§ 5-12	半椭圆表面裂纹问题	325

第六章 平面裂纹前缘塑性应力场的近似分析, J 积分 的原理

§ 6-1	小范围屈服情形下, 裂纹前缘的塑性区 估计	333
§ 6-2	张量约写记号	338
§ 6-3	弹塑性变形理论(全量理论)的物理方程	340
§ 6-4	流动理论(增量理论)的物理方程简介	349
§ 6-5	全量理论在平面问题情形下的具体形式	352
§ 6-6	裂纹尖端附近的应力分析, 渐近近似解	357
§ 6-7	J 积分定义及其守恒性的证明	366
§ 6-8	在线弹性状态下 J 与 K 和 G 的关系	372
§ 6-9	J 积分和带裂纹试样应变能的关系	377
§ 6-10	J 积分和裂纹前缘应力场的奇异性	385
§ 6-11	钝裂纹前缘的应力分析	390

第七章 应用举例及其它问题

§ 7-1	断裂强度分析的大致步骤	401
-------	-------------------	-----

§ 7-2	断裂韧性的测定和若干种材料的实测值	402
§ 7-3	疲劳寿命的估计	407
§ 7-4	复合型断裂判据	411
§ 7-5	应用举例	415
§ 7-6	断裂力学中存在的一些问题	429
附录一 对偶积分方程和对偶积分方程组		433
§ A. 1-1	对偶积分方程理论及若干计算实例	433
§ A. 1-2	对偶积分方程组的形式解及方程组(5-6-24) 解的推导	445
附录二 平面问题的复数表示, 应力函数的性质及应用		457
§ A. 2-1	平面问题的复数表示	457
§ A. 2-2	平面问题应力函数的性质	465
§ A. 2-3	三点弯曲试样边界上的应力函数	468
§ A. 2-4	紧凑拉伸试样 CD 边上边界条件的近似 表达式	470
§ A. 2-5	Williams 应力函数的导出	473
附录三 有关特殊函数的初步资料和某些补充计算		478
§ A. 3-1	Bessel 函数	478
§ A. 3-2	修正 Bessel 函数	486
§ A. 3-3	Γ -函数	487
§ A. 3-4	超几何级数	488
§ A. 3-5	椭圆积分与椭圆函数	488
§ A. 3-6	半平面边界裂纹问题的补充计算	493
§ A. 3-7	椭圆盘状裂纹问题的补充计算	496
参考资料		503

绪 论

断裂力学作为一门真正的科学而建立起来，只是最近十几年的事情。但是它发展得很迅速，成了固体力学中最活跃的一个分支。同时它又是一门边缘学科，对有关的其它学科，如金属物理、冶金学、材料科学以及航空、机械等技术部门都产生了重大影响。由于它在生产中有许多应用，因而表现出强大的生命力，引起了广泛的重视。本书着重介绍它的基本原理和分析方法，在正文之前，介绍一下有关物理概念和发展简史。

§ 1. 材料的脆性与塑性和断裂特征

我们知道，脆性材料与塑性材料是通过普通光滑试样的拉伸试验来划分的。例如 图 1 和图 2 就是最典型的塑性材料——低碳钢和最典型的脆性材料——灰口铸铁的拉伸试验曲线，也称为应力应变曲线。通常以延伸率 $\delta > 5\%$ 的材料划分为塑性材料；以 $\delta < 5\%$ 的材料划分为脆性材料。因此延伸率 δ 成了表征材料塑性的一项力学指标。

在图 3 中，给出了另外几种典型金属材料的拉伸曲线，这些材料的共同特点是塑性变形都较大（ δ 都超过 5%），尽管它们不象低碳钢那样具有明显的屈服阶段，仍然被划分为塑性材料。对于没有明显屈服阶段的塑性材料，通常规定：取对应于试件卸载后产生 0.2% 的残余应变时的应力值为材料的名义屈服极限，以 $\sigma_{0.2}$ 表示，它是衡量材料强度的一项力学

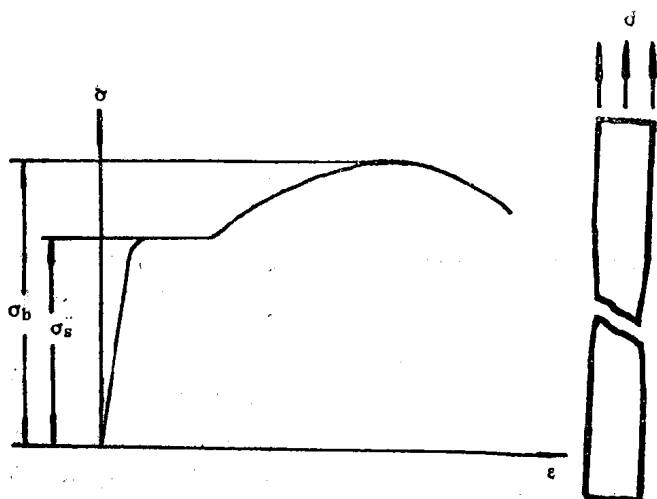


图 1

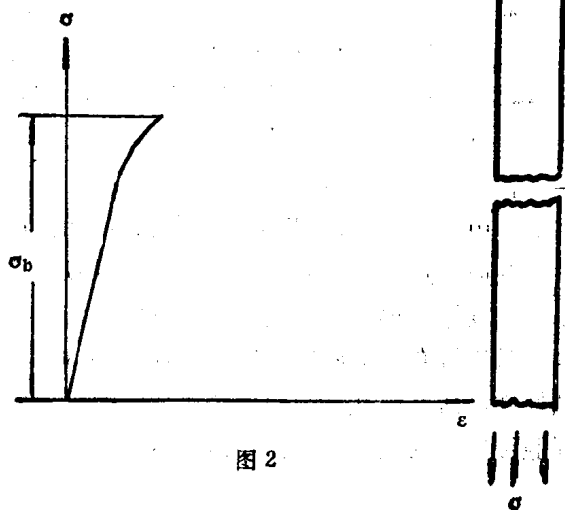


图 2

指标。如图 4 所示,图中 CD 直线是卸载时的应力应变关系,它与比例阶段的直线部分基本上平行。

图 2 所示的灰口铸铁试件的拉伸实验曲线,没有屈服现象,试件断裂前没有颈缩现象。从开始受力直到拉断,试件变形量很小,没有明显的塑性变形,断口平直,与轴线方向几乎垂直。断裂是突然发生的。由于直到断裂前,其塑性变形都不明显(以致我们认为它可以略去不计),所以这种断裂称为脆性断裂。

图 1 所示的低碳钢试样的拉伸实验表明,断裂前出现颈缩现象,断口倾斜(大约与轴成 45° 方向)断裂是在屈服之后发生的。图 3 中所示几种材料的拉伸试件也是在发生了较大的塑性

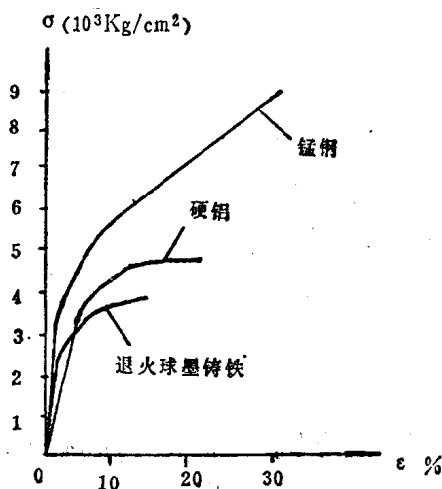


图 3

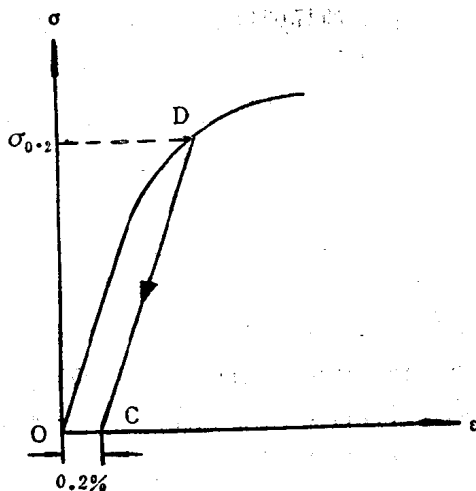


图 4

变形后才断裂的，断裂时的应力都超过屈服极限。这种断裂称为屈服后断裂。

但材料表现为哪一种形式断裂并非固定不变。实验表明，塑性材料在受三向拉应力作用下往往表现为脆性断裂；脆性材料在三向受压时却发生屈服后断裂。又例如，温度过低，材料的塑性降低，脆性增长。在交变应力作用下，塑性材料也往往表现为脆性破坏（即所谓疲劳破坏，当然，疲劳断裂与普通静载作用下的脆性断裂又有不同之处）。由于焊接或其它原因，在材料中渗入了氢气，材料也会变脆。等等。总之，材料的脆性与塑性，材料表现为脆性断裂或屈服后断裂，除与材质本身有关之外，还与工作条件（如加载方式、温度、环境等因素）有关。

§ 2. 低应力脆性破坏与线弹性 断裂力学

伟大的导师恩格斯指出：“科学的发生和发展一开始就是由生产决定的。”（恩格斯：《自然辩证法》，中译本第 162 页）

现代工业中发生的严重的低应力脆性断裂事故是促使断裂力学形成的直接动力。关于脆性断裂的理论，从经典的 Griffith⁽¹⁾ 工作算起（关于 Griffith 的工作，见本书第二章 § 2-4 中的详细介绍），已经有了半个多世纪的历史。但是，在 Griffith 那个时期（1920 年），工程结构中采用的材料，表现为脆性断裂的相对地为数甚少，因此他的理论并没有引起广泛的重视。在第二次世界大战期间及其以后，大量高强度和超高强度材料（ $\sigma_{0.2}$ 都很高）在工程（特别是宇航工业和其它军事工业）中广泛采用。用这些材料制成的工程结构元件，曾根据传统的强度理论作过计算和校核，但是却发生了许多严重

断裂事故,因而引起了很大的关注。对这些事故的周密调查发现:断裂处的最大工作应力远远低于材料的屈服极限 σ_s (或 $\sigma_{0.2}$)。也就是说塑性材料发生了低应力脆性断裂。这用传统的理论是不好解释的。调查工作还发现:低应力脆性断裂都是由于裂纹或类裂纹缺陷的传播而引起的。由于裂纹的存在,与裂纹直接相联系的局部地区的应力将重新分布。尽管整个截面上的平均应力小于 σ_s ,但上述局部地区的应力却可能很大,这种局部地区的应力状态成了使得裂纹传播,并导致物体断裂的控制性因素。基于这种分析,低应力脆性断裂现象可以得到合理的解释。因而 Griffith 理论重新引起了重视。该理论是针对玻璃、陶瓷等理想脆性体建立的。而现在的研究对象是金属材料,在这些材料中,裂纹前缘或多或少有一定的塑性变形区域(对于高强度材料而言,这种塑性区尺寸相对于裂纹尺寸很小),上述的脆性破坏,更确切地说,应称为准脆性破坏。描述裂纹的准脆性力学行为,用线性弹性力学方程作为基本方程,把裂纹的存在作为一种边界条件,这样分析出来的结果具有较好的精确性,因而形成了断裂力学的最初分支——线弹性断裂力学。

鉴于准脆性断裂情形下,裂纹前缘出现较小的塑性变形区(这种现象又称为小范围屈服),如果计算出这种塑性变形的影响,对线弹性分析作适当修正,则将更加接近真实的情况。由于这种估计,只是一种近似办法,我们除了在第六章中有一点简单叙述外,不准备详细讨论。

§ 3. 大范围屈服破坏与弹塑性断裂力学

六十年代以来,线弹性断裂力学在火箭、飞机等宇航工业

部门的应用获得了较大的成功,也就是说,它的理论用于高强度 and 超高强度材料的断裂分析和强度设计,被实践证明是正确的。

在工业中,更大量使用的是中、低强度材料。对于中、低强度材料的低应力脆性破坏,同样可以用线弹性断裂力学作强度设计。但是中、低强度材料的断裂较多的是大范围屈服断裂,即裂纹前缘的塑性区尺寸接近或超过裂纹尺寸的断裂现象。

由于出现了大范围屈服,线弹性断裂力学的结论已经不再成立,即使引入所谓塑性区修正,线弹性断裂力学方法也不能用于大范围屈服断裂分析。这种分析必须建立在带裂纹体的塑性力学基础上。近十年来,在这方面开展了大量工作,形成了断裂力学的另一分支——弹塑性断裂力学。它是目前断裂力学中最引人注目的部分。

弹塑性断裂力学比起线弹性断裂力学而言,在理论上要困难得多,更加不成熟,本书不可能详细介绍。我们只是在第六章中对其力学原理作初步的然而力求详细的叙述,以作为国内已有的著作的一个补充。

§ 4. 应力强度因子和断裂韧性的物理意义

工程结构元件中不可避免地存在各种裂纹(或者是材料本身就有的,或者是在加工、使用过程中,材料内部的夹杂物、空位和位错在外力作用下演变而成的)。过载、载荷交变、温度降低、焊接中氢的渗入、工作介质的腐蚀等因素往往促使裂纹发生和传播,而裂纹的传播导致机器和结构物的破坏。可

见裂纹在其中扮演了一个十分重要的角色。在某种意义上讲,它和金属物理学中的位错相像(位错的存在和运动,使得实际晶体往往在低于完整晶体屈服应力下发生塑性流动)。

裂纹传播与否,或以多大速度传播,同裂纹附近的应力场直接相关,因此分析裂纹的应力场十分重要。本书的绝大部分内容就是介绍这一工作的。

早在断裂力学出现之前,一些数学力学家(如英国的 Sneddon)就从数学弹性力学出发,证明了在裂纹前缘(如图 5 所示),应力分量

$$\sigma_{yy}(x, 0, z) \propto r^{-1/2}, (r \rightarrow 0) \quad (1)$$

也就是说,在裂纹尖端区域,应力场具有 $r^{-1/2}$ 阶的奇异性。很显然,由公式(1)可以得到

$$r^{1/2}\sigma_{yy}(x, 0, z) = \text{常数}, (r \rightarrow 0). \quad (2)$$

式(2)右端的常数,代表了应力场 $r^{-1/2}$ 阶奇异性大小的系数,被称为裂纹前缘弹性应力场奇异性强度系数,或弹性应力场奇异性强度因子,简称为应力强度因子,记为 K_I 。

应力强度因子 K_I 的形式和数值,取决于裂纹几何因素(形状、尺寸、分布位置、对于边界的距离等)和边界上外力(外力大小和外力的作用方式,此即所谓边界条件)。当这些条件给定后, K_I 就取确定的形式和数值,而和坐标系的选取无关,因而是一个物理量。它的量纲是:力 $\times$ (长度) $^{-3/2}$ 。它是力学中的一个崭新的物理量。虽然它涉及的因素很多,但是它和边界上的外加应力 p (或裂纹所在截面上的平均应力 σ) 以及裂纹的特征尺寸(例如长度或半径) a 有简单鲜明的数量关系,即