高等学校工科电子类规划教材

周凤岐 强文鑫 阙志宏

现代控制理论及其应用

电子科技大学出版社

现代控制理论及其应用

周凤岐 强文鑫 阙志宏

电子科技大学出版社

[川]新登 016 号

内容提要

本书对现代控制理论的基本内容作了全面系统、深人浅出的阐述，列举了一批应用实例。全书包括线性系统、最优控制、最优估计、系统辨识、自适应控制等五篇，共十六章。取材强调基础性和工程实用性。各章配有习题。

本书是为工科高等院校自动控制类专业高年级学生及非自动控制类专业研究生编写的教材，亦可供广大工程科技人员及其它大专院校师生自学现代控制理论时参考。

现代控制理论及其应用

周凤岐　强文鑫　阙志宏

*

电子科技大学出版社出版

（成都建设北路二段四号）　邮编 610054

电子科技大学出版社印刷厂印刷

四川省新华书店经销

*

开本 787×1092　1/16　印张 26.875　字数 637 千字

版次 1994 年 6 月第一版　印次 1999 年 1 月第二次印刷

印数 2001—3000 册

中国标准书号　ISBN　7-81016-765-0/TP.66

定价：16.50 元

前　言

本教材系按电子工业部制定的工科电子类专业教材 1991～1995 年编审出版规划，由《自动控制》专业教材编审委员会评选审定并且推荐出版。

本书由西北工业大学周凤岐、强文鑫、阙志宏合编，上海交通大学席裕庚教授任责任编委，西安交通大学刘文江教授任主审。

讲授本教材的参考时数为 80 学时，本书内容分五篇十六章。线性系统分析与综合篇中介绍状态空间分析法、线性系统的结构特性、状态反馈输出反馈与极点配置、多变量输出反馈控制和解耦控制。最优控制篇中介绍变分法在最优控制中的应用、极小值原理、动态规划法、二次型性能指标的线性系统最优控制、最优控制的数值计算方法。最优估计篇中介绍参数估计方法、最优线性预测与滤波的基本方程。系统辨识篇中介绍线性系统的经典辨识方法、最小二乘法辨识、极大似然法辨识。自适应控制篇中介绍自校正控制、模型参考自适应控制。各章均附有习题。

本书是在作者 1987 年编写，于 1988 年由国防工业出版社出版的《现代控制理论引论》的基础上，经过删简和增补，重新改写而成的。那本书曾作为控制类专业本科生和非控制类专业研究生的教材在许多院校使用过，受到了好评。根据近几年对该教材的使用和教学实践的经验，着重增添了结合工程实际的应用算例，使教材内容更加系统、充实，与应用实际结合更加紧密。

编写本书时，力求对现代控制理论的基本理论内容进行全面系统、深入浅出的阐述，以最低限度的数学工具、适当的物理浅释和实际的工程应用算例、通俗易懂的语言，引导和帮助读者尽快掌握基本理论和方法，以便继续深入探讨有关的理论和工程应用问题。

使用本教材时，可根据专业的不同侧重要求及教学计划安排的可能，选学其中部分内容，其余可供自学，以便进一步开拓知识时参考。

本书第一篇由阙志宏编写，第二、五篇由强文鑫编写，第三、四篇由周凤岐编写。编写过程中，西北工业大学陈新海教授审阅了书稿，提出了宝贵的修改意见，在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，书中难免有缺点和错误，敬请读者批评指正。

编　者

一九九二年十月

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作的规定，我部承担了全国高等学校和中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978～1990年，已编审、出版了三个轮次教材，及时供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应"三个面向"的需要，贯彻国家教委《高等教育"八五"期间教材建设规划纲要》的精神，"以全面提高教材质量水平为中心，保证重点教材，保持教材相对稳定，适当扩大教材品种，逐步完善教材配套"，作为"八五"期间工科电子类专业教材建设工作的指导思想，组织我部所属的九个高等学校教材编审委员会和四个中等专业学校专业教学指导委员会，在总结前三轮教材工作的基础上，根据教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1991～1995年的"八五"(第四轮)教材编审出版规划。列入规划的，以主要专业主干课程教材及其辅助教材为主的教材约300多种。这批教材的评选推荐和编审工作，由各编委会或教学指导委员会组织进行。

这批教材的书稿，其一是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会(小组)评选择优产生出来的，其二是在认真遴选主编人的条件下进行约编的，其三是经过质量调查在前几轮组织编写出版的教材中修编的。广大编审者、各编审委员会(小组)、教学指导委员会和有关出版社，为保证教材的出版和提高教材的质量，做出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还可能有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评和建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部电子
类专业教材办公室

目　录

第一篇　线性系统分析与综合

第二篇　最优控制

第三篇　最优估计理论

第四篇　系统辨识

第五篇　自适应控制

附　　录

第一篇　线性系统分析与综合

概　述

尽管任何实际系统都含有非线性因素，但在一定条件下，许多实际系统可用线性模型充分地加以描述，加之在数学上处理线性系统又较为方便，因此线性控制系统理论在控制工程学科领域中占有重要地位，是应用最优控制、最优估计与滤波、系统辨识、自适应控制等现代控制理论及构造各类现代控制系统的基础。

众所周知，以传递函数为主要数学工具、侧重研究系统外部特性的经典线性控制系统理论，在分析设计单变量系统时卓有成效，但随着航空航天、工业过程控制等高技术的发展，需要分析与设计多变量系统。50年代末、60年代初，学者卡尔曼等人将古典力学中的状态、状态空间概念加以发展与推广，用来描述多变量控制系统，并深刻揭示了用状态空间描述的系统的内部结构特性，如可控性与可观测性，从而奠定了现代线性控制系统的理论基础。在此基础上形成了适于多变量系统的状态反馈、输出反馈等新的反馈设计方法，以实现系统闭环极点的任意配置、消除或抑制扰动、稳定并精确地跟踪、解除或削弱交叉耦合影响，达到满足系统的各项动、静态性能指标要求。

本篇将系统介绍现代线性系统分析与综合的基本内容。第一章介绍状态空间分析法一般理论，主要介绍定常连续、时变连续、离散系统状态空间数学模型的建立及其解的特性。第二章介绍系统以状态空间描述后内部结构特性（含稳定性、可控性、可观测性）的分析方法，详细论证了定常系统诸结构特性的判别准则，对时变系统情况只作简介；其中应用李雅普诺夫理论所作的稳定性分析只限于线性系统，鉴于本篇主题，未涉及该理论在非线性系统应用中的卓著成果。第三章着重介绍用状态反馈实现闭环极点任意配置的系统综合方法，列举了在单级倒立摆控制中应用状态反馈的实例，有助于理解从建模至设计观测器以实现状态反馈的全过程。第四章介绍基于单位秩结构的、多变量PD、PID输出反馈控制器的设计方法，列举了在二连杆机械手中应用输出反馈控制器的实例；最后对于应用补偿器及状态反馈实现解耦控制问题作了介绍。

第一章　状态空间分析法

经典控制理论中基于传递函数建立起来的如频率特性、根轨迹等一整套图解分析设计方法，对单输入-单输出系统极为有效，至今仍在广泛成功地应用。由于60年代以来，控制工程向复杂化、高性能方向发展，需处理多输入-多输出、时变、非线性方面的问题，加之数字计算机技术的卓越成果，有可能对这些复杂系统进行分析设计和实时控制，于是推动了状态空间分析设计方法的形成和发展。运用状态空间描述系统，是现代控制理论的重要标志，它弥补了用传递函数描述系统的许多不足之处，诸如传递函数对于处在系统内部的中间变量不便描述，甚至对某些中间变量还不能够描述，且忽略了初始条件的影响；对于利用系统内部的状态信息来改善系统性能的研究所受到的限制等。系统的状态空间数学模型已成为所有现代控制系统的最基本的数学模型。至于传递函数在现代控制理论及系统中的应用仍是相当广泛的，它与状态空间方法互补，推动着现代控制理论的发展及现代控制系统的设计。

第一节　状态空间描述的基本概念

状态和状态变量　系统运动信息的集合称为状态。但信息（状态）要用变量来表征。通常所说的状态变量是指：能够唯一确定系统状态的一组独立（数目最少的）变量。

众所周知，一个用 n 阶微分方程描述的系统，当 n 个初始条件 $x(t_0),\dot{x}(t_0),\cdots,x^{(n-1)}(t_0)$ 及 $t\geqslant t_0$ 的输入 $u(t)$ 给定时，可唯一确定系统将来的状态，故 $x(t),\dot{x}(t),\cdots,x^{(n-1)}(t)$ 这 n 个独立变量是一组状态变量。对于确定系统动态行为来说，一组独立的状态变量既是必要的，也是充分的。当变量个数少于 n，便不足以确定系统状态；当变量个数多于 n，必有不独立变量，对于确定系统状态是冗余的。至于 t_0 时刻的状态，则表示 t_0 以前的系统运动的历史总结，故常称状态是对系统过去、现在和将来行为的描述。通常假定 $t_0=0$。

把初始条件作为状态变量是一种常用的状态变量选择方法，但也可用另外一组数目最少的变量作为状态变量，应特别优先考虑在物理上可量测的量作为状态变量，如机械系统中的转角、位移和它们的速度，电路系统中的电感、电流及电容器端电压等，这对构造实际系统会带来方便。状态变量的选取不是唯一的。本书中将状态变量赋以一般记号 $x_1(t)$，$x_2(t),\cdots,x_n(t)$。

状态向量　把描述系统状态的 n 个状态变量 $x_1(t),\cdots,x_n(t)$ 看作向量 $x(t)$ 的分量，则 $x(t)$ 称为 n 维状态向量，记以 $x(t)=[x_1(t)\cdots x_n(t)]^T$，上标 T 为转置记号。给定 t_0 时的初始状态向量 $x(t_0)$ 及 $t\geqslant t_0$ 的输入向量 $u(t)$，则 $t\geqslant t_0$ 的状态由状态向量 $x(t)$ 唯一确定。

状态空间　以 n 个状态变量作为坐标轴所构成的空间称为 n 维状态空间。系统在任一时刻的状态，在状态空间中用一点表示；随着时间推移，系统状态在变化，便在状态空间中描绘出一条轨迹，称为状态轨迹。

状态方程　状态变量的一阶导数与状态变量、输入变量的关系称为状态方程。n 阶系

统的状态方程是 n 个联立的一阶微分方程或差分方程。由于所选状态变量不同，于是状态方程也不同，故系统的状态方程也是不唯一的。

要求状态方程中不含有输入变量的导数项。这是由于输入变量按阶跃或分段连续变化时，其导数必存在脉冲函数，使状态轨迹出现跃变，从而破坏确定系统状态的唯一性。一般许多实际系统的微分方程中是含有输入导数项的，这时需通过状态变量的适当选取，使导出的状态方程中不含有输入导数项。

单输入线性定常连续系统的状态方程一般表达式为

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= a_{11}x_1(t) + \cdots + a_{1n}x_n(t) + b_1u(t)\\ &\vdots\\ \dot{x}_n(t) &= a_{n1}x_1(t) + \cdots + a_{nn}x_n(t) + b_nu(t)\end{aligned}\right\} \tag{1-1}$$

式中常系数 $a_{11},\cdots,a_{1n};b_1,\cdots,b_n$ 与系统特性有关。记成向量-矩阵形式为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \tag{1-2}$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}$$

A 称为 n 阶系统矩阵（状态阵，系数矩阵），b 称为输入矩阵（对于单输入情况，b 为列向量）。

多输入（含 p 个输入变量）线性定常连续系统的状态方程一般表达式为（省略符号 t）

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \cdots + b_{1p}u_p\\ &\vdots\\ \dot{x}_n &= a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \cdots + b_{np}u_p\end{aligned}\right\} \tag{1-3}$$

其向量-矩阵形式为

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1-4}$$

式中 B 为 $(n\times p)$ 输入矩阵，有

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{np} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

输出方程　系统输出变量与状态变量、输入变量的关系称为输出方程，它是一组代数方程，其输出变量通常是由系统任务确定的。单输出线性定常连续系统的输出方程一般表达式为

$$y(t) = c_1x_1(t) + \cdots + c_nx_n(t) + du(t) \tag{1-5}$$

式中 $c_1,\cdots,c_n,d$ 与系统特性有关。其向量-矩阵形式为

$$y(t) = cx(t) + du(t) \tag{1-6}$$

式中 $c=[c_1\cdots c_n]$ 称为输出矩阵（对于单输出情况，c 为行向量），d 为直接联系输入变量与输出变量的前向传递系数，又称前馈系数。

多输入-多输出（含 q 个输出变量）线性定常连续系统的输出方程一般表达式为（省略

符号 t)

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= c_{11}x_1 + \cdots + c_{1n}x_n + d_{11}u_1 + \cdots + d_{1p}u_p \\ &\vdots \\ y_q &= c_{q1}x_1 + \cdots + c_{qn}x_n + d_{q1}u_1 + \cdots + d_{qp}u_p \end{aligned}\right\} \tag{1-7}$$

其向量-矩阵形式为

$$y = Cx + Du \tag{1-8}$$

式中

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_q \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{q1} & c_{q2} & \cdots & c_{qn} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1p} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{q1} & d_{q2} & \cdots & d_{qp} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix}$$

C 为($q\times n$)输出矩阵，D 为($q\times p$)前馈矩阵。

状态空间表达式　状态方程、输出方程的组合称为状态空间表达式，简称动态方程。状态空间法用状态方程、输出方程来表达输入-输出关系，揭示了系统内部状态对系统性能的影响。单输入-单输出系统动态方程一般形式为

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad y = cx + du \tag{1-9}$$

式中 x 为 n 维状态向量，u 与 y 为标量，A 为 n 阶方阵，b 为($n\times 1$)向量，c 为($1\times n$)向量，d 为标量。

多输入-多输出系统动态方程一般形式为

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du \tag{1-10}$$

式中 x 为($n\times 1$)向量，u 为($p\times 1$)向量，y 为($q\times 1$)向量，A 为 n 阶方阵，B 为($n\times p$)矩阵，C 为($q\times n$)矩阵，D 为($q\times p$)矩阵。由于 A、B、C、D 完整地表征了系统动态特性，故有时把一个指定的系统简称为系统(A、B、C、D)。

当采用向量-矩阵形式表示系统时，读者应注意根据矩阵相乘、相加的运算法则，熟练进行向量、矩阵的维数分析。至于单输入-多输出以及多输入-单输出系统的动态方程及向量、矩阵的维数分析，读者应自行导出。动态方程的结构图表示见图 1-1，各方块的输入-输出关系规定为

输出向量 =（方块所示矩阵）×（输入向量）

注意到在向量、矩阵的乘法运算中，相乘顺序不允许任意颠倒。

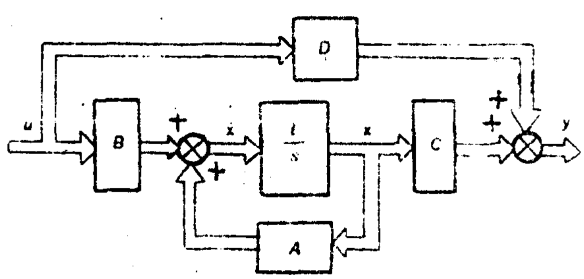

图 1-1　动态方程的结构图表示

状态空间分析法　以状态向量描述、分析系统性能的方法称为状态空间分析[illegible]有下列优越之处：便于在数字机上求解；容易考虑初始条件；能了解并利用处于系统内部的状态信息；数学描述简化；适于描述多输入-多输出、时变、非线性、随机、离散等各类系统，是最优控制、最优估计、辨识、自适应控制等现代控制系统的基本描述方法。

第二节　线性定常连续系统动态方程的建立

实际物理系统动态方程的建立，通常是根据所含元件遵循的物理、化学定律，列写其微分方程，选择可以量测的物理量作为状态变量来导出的，它能反映系统的真实结构特性，故动态方程可由诸元件的微分方程组或传递函数结构图演化而来，不过据此建立的动态方程一般不具有典型形式。由于系统微分方程或传递函数也是一种线性定常连续系统的通用数学模型，当其已知时，可按规定方法导出典型形式的动态方程，便于建立统一的研究理论，并揭示系统内部固有的重要结构特性。下面来分别加以研究。

一、物理系统动态方程的建立

结合举例来说明。

例 1-1　设机械位移系统如图 1-2 所示。力 F 及阻尼器汽缸速度 v 为两种外作用，给定输出量为质量块的位移 x 及其速度 $\dot{x}$、加速度 $\ddot{x}$。图中 m、k、f 分别为质量、弹簧刚度、阻尼系数。试求该双输入-三输出系统的动态方程。

解　据牛顿力学，外力由惯性力 $m\ddot{x}$、阻尼力 $f(\dot{x}-v)$、弹簧恢复力 kx 平衡，故有

$$m\ddot{x}+f(\dot{x}-v)+kx=F$$

显见为二阶系统，若已知质量块的初始位移及初始速度，该微分方程在输入作用下的解便唯一确定，故选 x 和 $\dot{x}$ 作为状态变量。设 $x_1=x$，$x_2=\dot{x}$，三个输出量为 $y_1=x$，$y_2=\dot{x}$，$y_3=\ddot{x}$，可由微分方程导出下列动态方程：

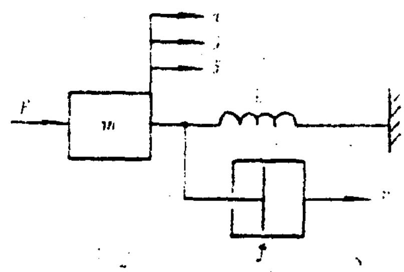

图 1-2　双输入-三输出机械位移系统

$$\dot{x}_1=x_2$$

$$\dot{x}_2=\ddot{x}=\frac{1}{m}[-f(x_2-v)-kx_1+F]$$

$$y_1=x_1$$

$$y_2=x_2$$

$$y_3=\frac{1}{m}[-f(x_2-v)-kx_1+F]$$

其向量-矩阵形式为

$$\dot{x}=Ax+Bu,\quad y=Cx+Du$$

式中

$$x=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}\quad u=\begin{bmatrix}F\\v\end{bmatrix}\quad A=\begin{bmatrix}0 & 1\\-\frac{k}{m} & -\frac{f}{m}\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}0 & 0\\\frac{1}{m} & \frac{f}{m}\end{bmatrix}$$

$$y=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{bmatrix}\qquad C=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\\-\dfrac{k}{m}&-\dfrac{f}{m}\end{bmatrix}\qquad D=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\\\dfrac{1}{m}&\dfrac{f}{m}\end{bmatrix}$$

状态变量图 将状态方程中的每个一阶微分方程用图解来表示，即每个一阶微分方程的右端诸项之和，构成了状态变量的导数，经积分可得该状态变量，最终按照系统中各状态变量的关系连接成封闭的图形，便是状态变量图，它便于在模拟计算机上进行仿真，是向量-矩阵形式状态方程的展开图形，揭示了系统的详细的内部结构。状态变量图中仅含积分器、加法器、比例器三种元件及一些连接线。积分器的输出均为状态变量。输出量可根据输出方程在状态变量图中形成和引出。例 1-1 的状态变量图见图 1-3，图中 s 为拉普拉斯算子。

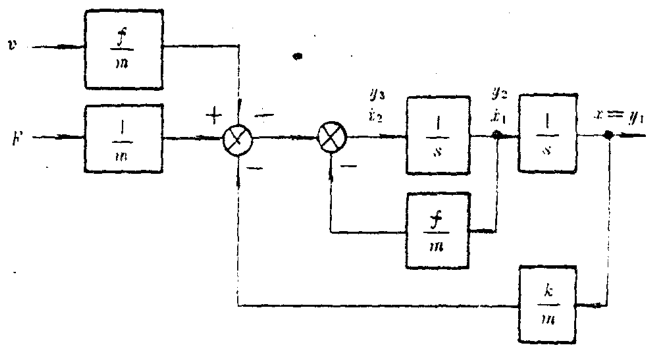

图 1-3 例 1-1 状态变量图

例 1-2 设系统数学模型由图 1-4 所示传递函数结构图给定，试确定系统的状态空间表达式。

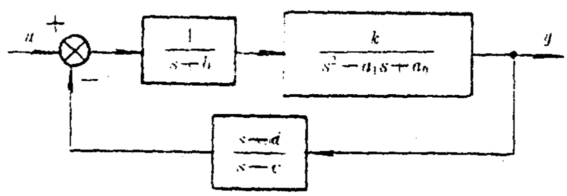

图 1-4 例 1-2 数学模型

解 由经典控制理论已知，系统通常由典型环节组成，它们均是一阶、二阶或常系数。为了由传递函数结构图导出的状态方程右边不含导数项，需对一阶、二阶微分环节及振荡环节进行一定的处理，使传递函数结构图简化为只含比例、积分、惯性环节的图形。对于本例有

$$\frac{s+d}{s+c}=1+\frac{d-c}{s+c}\triangleq 1+\frac{k}{s+c}\qquad k=d-c$$

对振荡环节可首先化为标准形式，即

$$\frac{k}{s^2+a_1s+a_0}=\frac{a_0}{s^2+a_1s+a_0}\cdot\frac{k}{a_0}\triangleq G_0(s)K_0$$

式中
$$G_0(s)=\frac{a_0}{s^2+a_1s+a_0},\quad K_0=\frac{k}{a_0}$$

而 $G_0(s)$ 可看作是一个单位反馈、开环传递函数为 $G(s)$ 的闭环传递函数，有

$$G(s)=\frac{G_0(s)}{1-G_0(s)}=\frac{a_0}{s(s+a_1)}=\frac{a_0}{s}\cdot\frac{1}{s+a_1}$$

故传递函数结构图可变换为图 1-5。

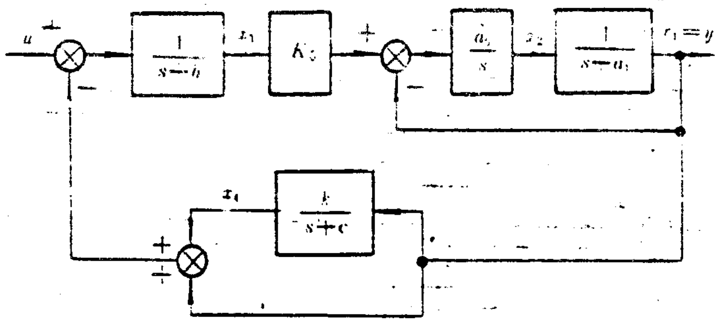

图 1-5　例 1-2 传递函数结构图的变换

令所有积分环节、惯性环节的输出为状态变量，且任意假定状态变量的序号(本例所取序号见图 1-5)，由信号传递关系可得

$$x_1(s)=\frac{1}{s+a_1}\cdot x_2(s)$$

$$x_2(s)=\frac{a_0}{s}[K_0x_3(s)-x_1(s)]$$

$$x_3(s)=\frac{1}{s+b}[u(s)-x_1(s)-x_4(s)]$$

$$x_4(s)=\frac{k}{s+c}\cdot x_1(s)$$

可化为

$$sx_1(s)=-a_1x_1(s)+x_2(s)$$
$$sx_2(s)=-a_0x_1(s)+kx_3(s)$$
$$sx_3(s)=-x_1(s)-bx_3(s)-x_4(s)+u(s)$$
$$sx_4(s)=kx_1(s)-cx_4(s)$$

取拉氏反变换可得状态方程

$$\dot{x}_1=-a_1x_1+x_2$$
$$\dot{x}_2=-a_0x_1+kx_3$$
$$\dot{x}_3=-x_1-bx_3-x_4+u$$
$$\dot{x}_4=kx_1-cx_4$$

由图 1-4 可见其输出方程为　$y=x_1$

其向量-矩阵形式为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-a_1 & 1 & 0 & 0\\ -a_0 & 0 & k & 0\\ -1 & 0 & -b & -1\\ k & 0 & 0 & -c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\\ 0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}x$$

系统的状态变量图见图 1-6，积分器输出均为状态变量。

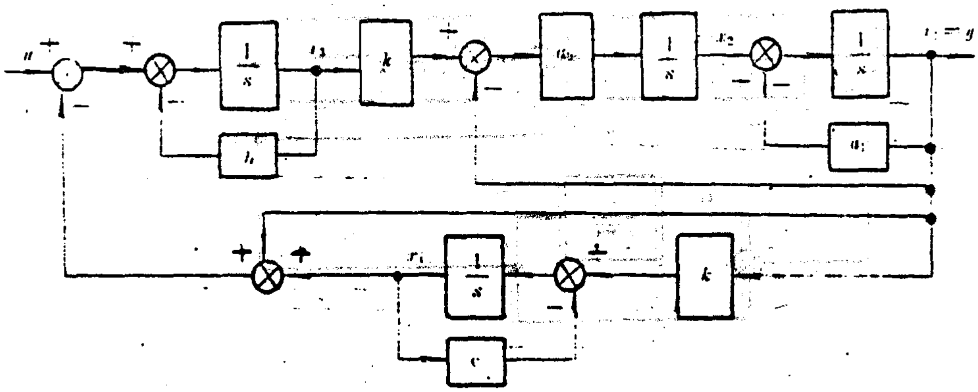

图 1-6 例 1-2 状态变量图

二、由系统微分方程或系统传递函数建立动态方程

这里先研究单输入-单输出系统，其它留在传递函数矩阵的实现一节中研究。对于给定的系统微分方程或系统传递函数，寻求对应的动态方程而不改变系统的输入-输出特性，称此动态方程是系统的一个状态空间实现。由于所选状态变量不同，其动态方程也不同，故其实现方法有多种。为便于揭示系统内部的重要结构特性，导出标准形实现最有意义。从传递函数组成上可看到存在与不存在零、极点对消两种情况，这里只研究不存在零、极点对消的情况，所求得的动态方程中，状态变量数目最少，各矩阵的维数最小，构造硬件系统时所需积分器个数最少，故有最小实现之称。

设单输入-单输出线性定常连续系统的微分方程具有下列一般形式：

$$\begin{aligned}&y^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+a_{n-2}y^{(n-2)}+\cdots+a_1\dot{y}+a_0y\\ &=\beta_{n-1}u^{(n-1)}+\beta_{n-2}u^{(n-2)}+\cdots+\beta_1\dot{u}+\beta_0u\end{aligned}\tag{1-11}$$

式中 y 为系统输出量，u 为系统输入量，对任何物理系统其 u 的导数幂次小于 y 的导数幂次。其系统传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s)\triangleq\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{y(s)}{u(s)}=\frac{\beta_{n-1}s^{n-1}+\beta_{n-2}s^{n-2}+\cdots+\beta_1s+\beta_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+a_{n-2}s^{n-2}+\cdots+a_1s+a_0}\tag{1-12}$$

下面来分别研究几种常见的典型实现方式。

1. 可观测标准形实现

式(1-11)所示微分方程含有输入导数项，为使状态方程中不含输入导数项，可如下选择一组状态变量，设