

走向 21 世纪的运筹学
—— 机遇与挑战



运筹学的理论与应用

—— 中国运筹学会第五届大会论文集

主 编 赵 玮

副主编 张忠辅

张可村

西安电子科技大学出版社

(陕)新登字 010 号

内 容 简 介

本书是中国运筹学会第五届大会的论文集。全书共收录了 145 篇论文,内容涉及线性与非线性规划,组合优化与排序,图与网络,多目标规划,对策与决策,排队论,系统可靠性数学计算机模拟,最优控制与民氏决策规划,军事运筹学,管理信息系统与决策支持系统等运筹学各分支的理论、方法与应用。它们基本上反映了近几年来我国运筹学工作者的理论成果以及在科学试验、工程设计、经济管理等领域中的应用科研成果。

本书可供从事运筹学、系统工程、软科学、计算机科学、控制工程等研究、教学和应用的大专院校师生、工程技术人员参考,它对于广大经济、科技管理和企业管理工作者来说也是一本很有价值的参考资料。

2P65/33.02

运筹学的理论与应用

——中国运筹学会第五届大会论文集

主 编 赵 玮

副主编 张忠辅

张可村

责任编辑 夏大平

西安电子科技大学出版社出版发行

地址:西安市太白南路 2 号 邮编:710071

西安市长青印刷厂印刷

新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 47 14/16 字数 1147 千字

1996 年 10 月第 1 版 1996 年 10 月第 1 次印刷 印数 1—500

ISBN 7-5606-0488-9/O·0030

定价:30.00 元

编委会名单

赵 玮(西安电子科技大学)

张忠辅(兰州铁道学院)

张可村(西安交通大学)

魏迺荪(陕西师范大学)

徐 渝(西安交通大学)

胡奇英(西安电子科技大学)

王宇平(西安电子科技大学)

序

中国运筹学会第五届大会即将于 1996 年 10 月在西安召开。如从 1991 年中国运筹学会取得法人资格时算起,这次只能算成第二届大会,但若将取得法人资格之前的时间也包括在内,则这次该是第五届大会了。第一届大会(成立大会)是 1980 年在济南召开的,第二届是 1984 年在上海召开的,第三届是 1988 年在九华山召开的,第四届(即取得法人资格后的第一届)是 1992 年在成都召开的,现在就是第五届。因此,为了继承学会的历史传统,我建议今后采用统一排序,2000 年的下届大会就称为第六届大会,还望取得大家的共识。

这四年来,学会值得总结和庆贺的重大事件计有:

一、申办国际运筹学会联合会(IFORS)1999 年的第十五届大会 IFORS'99 获得成功

我们从 1993 年起就开始了申办工作,经学会常务理事会通过,中国科协批准和支持,于 1994 年 1 月向 IFORS 递交了正式书面申请。经过 IFORS 会员国与执委会的两轮投票,我们终于在 1995 年初获得了胜利,IFORS 主席、副主席、秘书等都来函来电表示祝贺。1996 年在加拿大温哥华召开的 IFORS 第十四届大会 IFORS'96 期间,我们中国运筹学会代表团与 IFORS 执委会一起商讨了 IFORS'99 有关筹备事项。随后,IFORS 主席、秘书与名誉司库将于今年 10 月初来京考察会址,并进一步落实具体安排,接着他们又将赴西安参加我们这次第五届大会的开幕。

IFORS'99 是继我们学会 1991 年成功主办亚太运筹学会(APORS)第二届大会 APORS'91 之后一次规模更大的国际性会议,估计与会人数将达 800~1 000 人。我们希望全国运筹学工作者作好充分准备,拿出最优秀的科研成果向国际运筹学界展示中国人的志气和实力。

二、亚太运筹中心(APORC)的建立

经过与 APORS 执委会多年磋商,在中科院与 APORS 的支持下,1995 年建立了由中科院与 APORS 共同指导的亚太运筹中心(APORC)。中心设在中科院应用数学所,在中国运筹学会与中科院应用数学所协力下开展工作。中心的主要任务在于促进亚太地区运筹学的研究与应用,加强亚太地区乃至全球的国际交流与合作。1995 年,中心、学会与研究所在北京共同主办了“运筹学在工业、技术与管理中的应用”系列国际讨论会 ISORA'95,1996 年 12 月还将在桂林召开 ISORA'96。我们热烈欢迎国内外学者,特别是优秀的中青年学者提出申请,来中心访问及开展合作研究,中心将提供访问期间的生活费用,对国内学者还将提供往返旅费。

三、经国家科委批准,《运筹学学报》将于明年创刊

我国广大运筹学工作者多年来盼望着本学科一级刊物的出版,使之成为运筹学理论与应用研究成果发表与交流的园地。经过几年的努力,先后获得中国科协与国家科委的同意批准,由我学会主办的《运筹学学报》(英文刊名为 OR Transactions)将于明年创刊,编辑部仍设在上海大学嘉定分校内(原上海科技大学)。学报将刊登运筹学理论与应用研究的创造性论文,中英文来稿均可接受,但每篇论文只发表其中一种文字的稿件。欢迎同志们踊跃

投稿，共同办好我们自己的一级刊物。

四、堵丁柱教授荣获国家自然科学基金二等奖

中科院应用数学所堵丁柱教授的“斯坦纳比猜想”于 1995 年荣获国家自然科学基金二等奖，这是我国运筹学成果获得的国家最高奖励，在此之前，堵的该项成果已获中科院一等奖，堵本人还荣获全国优秀青年科学家奖。

五、章祥荪、刘光中教授等分获 IFORS 运筹学进展奖一、二等奖

在加拿大召开的 IFORS'96 上，中科院应用数学所章祥荪教授等“国家经济信息系统”的应用研究论文荣获 IFORS 运筹学进展奖一等奖，四川联合大学刘光中教授等“长江上游生态发展”的应用研究论文获二等奖，这是我国运筹学工作者首次荣获 IFORS 的一、二等奖，与会各国学者纷纷向我学会及章、刘本人表示热情祝贺。

本书作为中国运筹学会第五届大会的论文集即将出版。它共收录了 145 篇论文，内容涉及线性与非线性规划，组合优化与排序，图与网络，多目标规划，对策与决策，排队论，系统可靠性数学计算机模拟，最优控制与马氏决策规划，军事运筹学，管理信息系统与决策支持系统等方面的理论与方法，以及运筹学在农业、通信工程、化学工程、机械工程、水利工程以及社会、经济、科技系统分析与管理等方面的应用。这些论文反映了我国运筹工作者在社会主义建设事业中的辛勤劳动与丰硕成果，也反映了我国青年运筹工作者的茁壮成长。

总结值得庆贺的过去，足以展望灿烂前途的未来。我们相信中国运筹学会和中国运筹工作者将在面向 21 世纪的挑战与机遇中取得更为辉煌的胜利。

借此机会，我谨代表学会感谢西安电子科技大学与西北运筹学会全体同志为筹备与组织本届大会所付出的辛勤劳动，感谢以赵玮教授为首的会议录编委会及西安电子科技大学出版社的细致有效的工作，感谢全体与会代表的积极参与和贡献。预祝中国运筹学会第五届大会圆满成功。

中国运筹学会理事长

徐光辉

1996 年 8 月 12 日于北京

目 录

序

一、线性与非线性规划

- 1 A Global Optimization Algorithm for a Class of Nonlinear Programming and
Its Implementation Fang Weiwu Wu Tianjiao Cher Jianping (1)
- 2 线性规划算法的一个新思路 毛经中 李德英(7)
- 3 A Projected Gradient Algorithm for Convex Programming Wang Yiju(11)
- 4 B-分派问题及其应用 白国仲(17)
- 5 用混合遗传算法研究非线性规划问题..... 亢政刚(22)
- 6 全局优化算法的评价与比较..... 田英杰 吴春慧(26)
- 7 线性规划构模的思考..... 刘奇志(32)
- 8 Rethink of the Simplex Method for Linear Programming Yu Shuhuai(38)
- 9 一类广义指派问题及其解法..... 吴振奎(45)
- 10 非凸函数极小化问题的 Broyden 算法 李董辉(49)
- 11 修正两阶段法 许春香 赵 玮 龚小军(54)
- 12 A Finite Convergent Algorithm for Quadratic Programming Problem
..... Zhang Yuzhong Shi Zhenjun(59)
- 13 几何规划全局最优化条件的一些新的进展 张 希 张可村(65)
- 14 大型 0-1 规划分块逐级过滤法..... 杨贤其(70)
- 15 The New Life Distribution Classes Based on Failure Rate Ordering Zhang Hongfeng(78)
- 16 (0-1)整数规划的一种改进的隐枚举算法 侯崇明 凌开诚(82)
- 17 瓶颈指派问题的算法研究 晓 斌 张千宗(85)
- 18 凸目标函数整数规划最优值点的判定 高随祥 师海忠 林国辉(89)
- 19 整数线性规划的一种启发式算法 夏少刚(96)
- 20 几何规划的简约梯度法..... 景书杰 张可村(100)
- 21 广义梯度投影法的一个探讨..... 简金宝(105)
- 22 New Pivot Rules for Achieving Dual Feasibility Pan Pingqi(109)
- 23 带有线性约束的非线性 minimax 优化问题..... 薛 毅(114)
- 24 Convergence Properties of the Beale-Powell Restart Algorithm
..... Dai Yuhong Yuan Yaxiang(120)

二、组合优化与排序

- 25 分形图像压缩中的优化问题..... 王嘉松 叶 磐(123)
- 26 关于一维装箱问题的两个新算法..... 冯晓慧 于西俭(128)

- 27 Minimum Setup Number of Scheduling on Interval Orders with Height One Wu Shiquan(134)
- 28 On Uniform Machines Scheduling with Machine Available Time He Yong(139)
- 29 Flow-Shop 型制造系统零件排序的启发式新算法 杨 丹 施金业 晏 平(145)
- 30 An Algorithm and Its Computational Complexity Analysis for a Type of Multiprocessor-Task Scheduling Problem Yang Hanxing(151)
- 31 On Worst—Case Performance of MLPT Applying to 3-Partitioning Problem Lin Guohui Chen Shiping(161)
- 32 一类多目标排序问题的理论与算法的研究 赵玉鹏 郭金玲 金燕生(167)
- 33 具有双向惩罚的优化排产模型及一种 Greedy 算法 ... 高学军 叶晴园 孙天成(172)
- 34 一个矩阵优化问题的随机化算法 程建纲 秦成林(176)

三、图与网络

- 35 四点集上的 Steiner 最小树 王付明(182)
- 36 多准则货郎问题及其算法 马 良(187)
- 37 两类图的最大二分子图 王剑敏(193)
- 38 与任意两条边正交的 $(0, k_i)_1^2$ -因子分解 马润年 冀礼鹏(199)
- 39 k 正则偶图的对集矩阵分解定理 王鹏涛(202)
- 40 关于几类图的匹配唯一性 申世昌(207)
- 41 On Arithmetic Numberings of Cycles with Chords Zuo Guangji(213)
- 42 图的拟拉普拉斯矩阵的永久式 任庆军(218)
- 43 与路正交的 (g, f) -因子分解 冯好娣(222)
- 44 高度平面图的边数全色数 刘家壮 王军波 朱美琳(228)
- 45 Structure Optimization of CCS7 Network Xu Tao Xin Zhanhong(232)
- 46 不可约图 D_n 与准不可约图 P_n 并补的色唯一 冶成福 赵有录(238)
- 47 循环图与回图的乘积图的研究 周永生(242)
- 48 一个管网优化问题 陈光亭 何 勇 姚恩瑜(247)
- 49 搭接网络算法的某些错误 罗余才(252)
- 50 关于有向自补图的构造(1) 张运清 魏运荪(258)
- 51 Halin 图的匹配 张忠辅 张建勋 刘明华(262)
- 52 A Capacity Expansion Problem with Budget Constraint and Bottleneck Limitation Zhang Jianzhong Yang Chao(265)
- 53 系统平行图的可识别性 迟彩霞(270)
- 54 One Judgement Rule About the Negative Eigenvalue of Discrete Laplacian Operators on Infinite Graphs Chen Zengjing(276)
- 55 含有非肯定型工作的计划完成概率问题 高峰记 樊学民(281)
- 56 优美交错与相继交错 彭太华(284)
- 57 Two Families of Graphs Satisfying the Cycle Basic Interpolation Property Liang Haijian(289)

四、多目标规划

- 58 群体决策的个体偏好集..... 胡毓达 蔡 晖(294)
- 59 Lagrange Duality of Multiobjective Group Decision Making Lin Cuoyun(298)
- 60 基于层次分析法的多目标群体决策..... 刘瑞红 王肇荣(302)
- 61 一类向量极值问题的最优性条件..... 李泽民(310)
- 62 不确定多目标决策的 max - min 模型及其均衡解 陈秉正(314)
- 63 交互式多目标群决策问题的一种求解方法..... 杨水利 金 毅(321)
- 64 多目标决策中满意解的综合评定..... 杨家荣 刘家业(326)
- 65 广义次似凸函数及在最优化中的应用..... 杨新民(331)
- 66 多目标非可微凸半无限规则的最优性条件..... 姚加增 邓声南(337)
- 67 多目标金融计划问题的一个有效解法..... 高荣兴(342)
- 68 两种评价多目标多方案的程序(框图)..... 谭建国(345)
- 69 多目标规划在高校科研管理系统中的应用..... 滕桂兰 宋雪峰(347)

五、对策、决策与最优控制

- 70 偏好关系及结构初探..... 马生全(351)
- 71 委托决策问题初探..... 叶弟豪(354)
- 72 有关 E 类决策单元的混合 DEA 模型的灵敏度分析 吴文江(360)
- 73 工业控制与设备诊断中的最优化方法..... 时贞军(364)
- 74 一种求解矩阵对策全部最优解的方法..... 周洪保(369)
- 75 鉴别真伪的一种决策方法..... 杨 雷 长 征(373)
- 76 不稳定最佳控制问题中的一种求解方法..... 胡长华(375)
- 77 The Controllability of the Motion of Rigid Body with Two
Rotors About Its Center He Changzheng Liu Guangzhong Yang Liu(379)
- 78 n 个非负对策乘积的解的结构 高作峰 孟宪云(383)
- 79 下层反应不唯一的两层决策问题采用不同决策模式的讨论
..... 曹 东 廖可人 赵汉宾(386)
- 80 对资源作出调整使总收益增加预定值的最优决策..... 程承运(392)

六、工程、经济、管理数学模型与方法

- 81 对偶理论在需求管理中的应用..... 刘家壮 赵炳新(398)
- 82 中长期预测模型的 GMDH 两水平算法及其抗干扰性
..... 刘光中 田益祥 丁占文(405)
- 83 项目投资最优规划方法..... 长 青 迎 春(416)
- 84 指数平滑预测技术模糊化..... 方 海(420)
- 85 用人工神经网络方法优化安排一类企业的生产日计划..... 叶东毅 钟尚平(425)
- 86 关于深加工工程项目可行性分析的优化..... 叶福根 沈祖志(432)
- 87 神经网络在港口预测中的应用..... 刘大熔 蒋良奎 张 琦(438)

88	An Economic Network Model and Its Optimization Problem in Long-term Development	Sun Yuben Ding Jiyu Song Guodong(443)
89	从宏观市场价格到市场“负熵”——市场经济系统宏观运行规律的数学分析	刘宏宇(449)
90	科技进步贡献率概念的剖析与再定义	冯英俊 李成红(457)
91	非线性规划在可燃毒物配置中的应用	钟文发(468)
92	线性规划在水供需平衡中的应用	于素花(472)
93	不可微优化在飞行管理中的应用	王宇平 冯晓慧 李菊娥(478)
94	连续工作系统中的人员配备问题	刘晓华(482)
95	工序能力指数估计的再认识	刘建功 黄杰方(486)
96	非线性最小二乘问题的一个解法	朱建青 姚红(492)
97	关于风险概念的探讨	齐寅峰(497)
98	最优生产技术(OPT)在涤纶厂的应用	李浩 沈祖志 谢敦礼(503)
99	物流系统的模糊评价方法	范玉妹 徐尔(508)
100	应用灰色拓扑区间预报进行农田生态系统防治决策技术初探	陈安 刘家壮 王玉志 卢浩泉 陈宁(513)
101	铜的期货价格涨跌的预测	周旭红(517)
102	运筹学在项目管理中的应用	茆定远 梅启智(522)
103	对影子价格定义的质疑	赵仪娜(527)
104	通过齿廊修形优化渐开线直齿轮的润滑性能	段芳莉 段虞荣 韦云隆(530)
105	优化设计中的交替方向法	康金章(535)
106	多个水库及滞洪工程的优化调度模型	谢敦礼 鲍永广(540)
107	最终状态的最优资金积累大道定理	韩东 胡锡健(544)

七、随机模型与最优化

108	The Geometric Process Models	Lam Yeh(549)
109	Equivalence Theorems of Queues with Phase Type Lifetime for the Server	Shi Dinghua(554)
110	部件强相依的动态可靠性系统	郑耀辉(559)
111	服务台修复非新的 M/M(M/M)/1 排队系统	张元林(565)
112	完备补偿随机规划的一种分解法	万仲平 纪昌明(571)
113	修理工可到系统外工作的两部件热储备模型	刘宝友 苏保河(575)
114	冲击模型下的最优预防更换策略	孙海珍 王文义(581)
115	强度保守法下的一般休假 M/G1/1/N 型系统稳态队长的伪随机分解	朱翼隽(584)
116	“M.C”的 n 步转移概率在商品营销活动中的预测分析	冷志魁 吴丹国 张雪琴(591)
117	鉴定军用桥梁可靠性的定数分段截尾试验方法	张训诰 肖德辉 徐关尧(596)
118	基于线间冗余储备能力分配模式下的运行方案铺面模型	张星臣 胡安洲(600)

- 119 运行线间冗余储备能力分配模式的计算机模拟研究 张星臣 胡安洲(605)
- 120 水库显随机优化调度通用数学模型及软件开发: 软件 陈洋波(610)
- 121 水库显随机优化调度通用数学模型及软件开发: 模型 陈洋波(616)
- 122 软件发行管理的可靠性模型 赵 玮 张 静(622)
- 123 RTNR 选路中动态预留的解析模型及算法 赵欣艳 吕廷杰(628)
- 124 Existence of Optimal Policy for Discounted Non-Markovian
Decision Programming(1) Guo Shizhen Zhang Yun(637)
- 125 Existence of Optimal Policy for Discounted Non-Markovian
Decision Programming(2) Zhang Yun Guo Shizhen(642)
- 126 多目标平均报酬的百分位问题 黄宏伟 林元烈(647)
- 127 无失效数据可靠性的 Bayes 分析 韩 明(654)

八、军事运筹

- 128 末制导炮弹武器系统作战能力研究 王书敏 崔逊学(659)
- 129 微分对策理论在制导规律中的应用 许 诚 周卿吉 周文松等(664)
- 130 某型无人驾驶飞机系统任务可靠性研究 汪卫华(669)
- 131 地空对抗过程的计算机模拟 冯开寅 杨有龙(675)
- 132 核武器事故预测分析 李景文 孙建安 高桂清(681)
- 133 Petri 网在后勤保障运筹分析应用的可能性研究 易 发 张最良(685)
- 134 网络优化设计原则和优化算法的研究 姜 波 刘存才(692)
- 135 防空指挥控制系统模型 聂 成 高 尚(700)
- 136 导弹系统效能综合评价模型 徐培德 崔卫华(704)
- 137 武器系统指数化的战斗减员预测模型 徐 雷 李 军 尹宗江(709)
- 138 武器系统作战能力指数研究 徐瑞恩(714)
- 139 C³I 系统平台推荐模型及其可靠性分析 潘青飞 邵君列 常国岑(721)

九、其 它

- 140 CUSI 神经元模型及其梯度学习算法 冯英俊 翟 军 温建海(726)
- 141 序列最小二乘技术在联想记忆网络训练中的应用 叶东毅 陈 咏(730)
- 142 Estimation of a Convex Tangent Direction Cone Involving
the Greatest Eigenvalue of a Symmetric Matrix Ye Dongyi(735)
- 143 武器系统研制与管理决策支持系统 许 诚 周文松 彭绍雄等(739)
- 144 一种面向集成与选择的模型管理系统 刘曙云 张干宗(745)
- 145 Note on the Second order Nonsmooth Analysis of the Greatest
Eigenvalue of a Symmetric Matrix Ye Dongyi(751)

A Global Optimization Algorithm for a Class of Nonlinear Programming and Its Implementation

Fang Weiwu Wu Tianjiao Chen Jianping

(Institute of Applied Mathematics, Academia Sinica,
Beijing, 100080, China and APORC*)

Abstract To solve problems of system of nonlinear equations, Wu wen—tsun ([14—16]) introduced a new efficient formative elimination method. Based on Wu's method and the theory of nonlinear programming, we here propose a global optimization algorithm, which is designed to deal with the nonlinear programming problems where both the objective functions and the constraints are rational. For the nonlinear programming problems mentioned above, such as quadratic or higher, convex, nonconvex, geometric programming, and so on, we obtain a unified global algorithm for solving them. The algorithm is already programmed and test results are satisfactory.

Key words Nonlinear programming, Global optimization algorithm, Coverage

1 The model of the problems

Assume that $f(x)$, $g_j(x)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $j = 1, 2, \dots, m$, are continuously differentiable, rational, and real functions defined on $D \in R^n$. Our problem is to find the global minimizers (or global maximizers), i. e.,

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ \text{s. t.} & g_j(x) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, l \\ & g_j(x) \geq 0 \quad j = l + 1, l + 2, \dots, m \end{array}$$

2 Basic steps of the algorithm

(1) Transformed into the standard problem.

The primal problem is transformed into one of the two classes of standard problems.

The first class of standard problems: there are some variables defined on open sets, but other

* This work has been supported by Chinese National Science Foundation under Grant GZ930505.
APORC: Asian—Pacific Operations Research Center.

constraints are equality constraints.

The second class of problems: All of the constraints including variable constraints are equality constraints except the slack variables are defined on open sets.

The transformation is done by the following two approaches.

Method 1 Partition the bounded closed set into several open sets. For instance, partition $a_i < x_i \leq b_i$ into $a_i < x_i < b_i$ and $x_i = b_i$. By this method, some of the first class of standard subproblems are constructed.

Method 2 Add slack variables and transform all of inequality constraints into equality constraints. For instance, transform $g_j(x) \geq 0$ into $g_j(x) - y_j^2 = 0$, etc.

By using method 1 or method 2, the primal problem is finally transformed into some of the first class of standard subproblems P_1 ,

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s. t. } \quad h_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ a_i < x_i < b_i, \quad i \in K, K \subset \{1, 2, \dots, n\} \end{aligned}$$

or transformed into a second class of standard problems P_2 .

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s. t. } \quad h_j(x) = 0, \quad j \in J, J \subset \{1, 2, \dots, m + 2n\} \end{aligned}$$

(2) Transformed into the problem of solving systems of nonlinear equations.

According to the theory of the first-order necessary condition, the local minimizers x^* of each of the standard subproblems can be found in the solutions of the systems of nonlinear equations P_3 ,

$$\begin{cases} \nabla f(x^*) = \sum_{j \in J} \lambda_j \nabla h_j(x^*) & J \subset \{1, 2, \dots, m + 2n\}, \\ h_j(x^*) = 0 & j = 1, 2, \dots, p, \end{cases}$$

or P_4 ,

$$\begin{cases} \det \left\{ \frac{\partial h_1}{\partial x}, \frac{\partial h_2}{\partial x}, \dots, \frac{\partial h_p}{\partial x} \right\} = 0 \\ h_j(x^*) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \end{cases}$$

where $p = |J|$. Thus, the primal problem is transformed into the problems for the solutions of two sorts of systems of equations P_3 and P_4 .

(3) Partition the rational functions of the system of equations consisted into the groups of polynomials.

Partition the rational expression of each equation of the system of nonlinear equations into the group **A** of polynomials and the group **B** of polynomials. For instance, assume that $P_i = \frac{k_{ia}(x)}{k_{ib}(x)} = 0$, then all of $k_{ia}(x)$ in the system of nonlinear equations is the group **A**, and all of $k_{ib}(x)$ is the group **B**.

(4) Find a characteristic set of the polynomial group **A**. How to find the characteristic sets in a group of polynomials had been discussed in detail in Wu wen-tsun's papers [14~16]. We here give a brief description.

Assume that PS is a group of polynomials. Denote its correspondent basic sets (See the above

references) by BS , also denote the remainder of PS/BS by RS . The procedure of finding the characteristic sets of polynomials can be demonstrated by the following figure:

$$\begin{array}{l}
 PS = PS_0 \\
 \left. \begin{array}{l} BS_0 (\subset PS_0) \\ RS_0 \end{array} \right] + = PS_1 \\
 \left. \begin{array}{l} BS_1 \\ RS_1 \end{array} \right] + = PS_2 \\
 \vdots \\
 PS_m \\
 BS_m (= CS) \\
 RS_m = \Phi
 \end{array}$$

In this figure, BS_k is the basic sets, RS_k is the remainder, $RS_k = \{ \text{the remainder of } p \text{ to } BS_k, p \in PS_k - BS_k \}$, $PS_{k+1} = \{ BS_k, RS_k \}$, $k = 0, \dots, m-1$. There exists the following relationship between the zero points of PS and CS .

$$\text{zero}(PS) = \text{zero}(CS/J) + \sum_i \text{zero}(PS + I_i)$$

J is the product of the initial formulae of CS , and

$$\text{zero}(CS/J) \subset \text{zero}(PS) \subset \text{zero}(CS)$$

(5) Find the zero points of characteristic sets by iterative elimination method. The zero points of the CS can be found by means of solving a series of algebraic equations with one variable. First, using Sturm sequence method we determine whether there are real roots for an equation. Secondly, we determine the upper and lower bound of real roots. At last, we found all of real roots by iterative algorithms, such as bi-part method, accelerated Newton method, Kuhn method, etc..

(6) Exclude the zero points at which $h_j(x)$ does not equal to zero or any polynomial of the group B equals to zero.

(7) Find the optimizer and its correspondent zero points, using scheduling sequence algorithms.

3 Global convergence of the algorithm

The so-called global convergence of the algorithm means the property that for any given precision ε , the algorithm approximates all the global optimizers in finite steps.

Lemma 1 (Wu Wen-tsun) The characteristic set of a polynomial set can be obtained in a finite number of steps by a process of [wu's] elimination.

Theorem If the primal problem has only finite global optimizers in feasible regions, then the algorithm is globally convergent.

We give a brief proof as follows:

Proof

1. Using step (1), the primal problem can be transformed into the finite number of standard subproblems in finite steps. Using step (2), (3), the finite number of groups of polynomials can be

obtained. Moreover, the finite number of groups of characteristic sets whose order is finite can be obtained in finite steps by Lemma 1. Further, by the theory of first-order necessary condition and the zero point theory of Wu's method, we know that all of local minimizers are included in the zero point set of characteristic sets.

2. Since the known problem has only finite optimizers x^* , each x^* must be an unique local minimizer in a sufficiently small region $N(x^*)$. That is to say, x^* belongs to the solution set which is composed of the isolated zero points of the systems of equations P_3 and P_4 , (if the gradient vectors $\nabla h_j(x^*)$ ($j = 1, 2, \dots, p$) are linearly independent, then the local minimizers are in solution subsets of P_3 , others exist in the solution set of P_4). This means that the optimizers belong to the isolated zero point set of characteristic sets.

3. By Bezout theorem, we have known that the isolated zero point set of characteristic sets is finite. From Wu's method we know that they can be obtained by iteratively solving finite number of equations with one variable. By the theory on polynomials, we can determine the upper and lower bounds of the real roots. Assuming that they are a, b then, using the bi-part method, we can get a solution with the required precision in less than $\log_2 \frac{a-b}{\varepsilon}$ steps. Given appropriate starting values, Newton method will converge in fewer steps. At most, Kuhn algorithm can converge to all of the real roots in $n^3 \log_2 \frac{n}{\varepsilon}$ steps. This means that it converges to all zero points of characteristic sets in finite steps.

4. Schedule the order of objective function values corresponding to the finite real zero points. This can be done in $O(n \log n)$ steps.

From the above arguments, steps (2—7) can converge to global optimizers in finite steps.

4 The implementation of the algorithm and results

For achieving the better implementation of the algorithm, we have adapted many mathematical methods and software techniques. We have applied the programme to fifty examples computed in 386 microcomputers (4M) and obtained satisfactory results in respect of high precision, reliability, efficiency and convenience. Most examples are abstracted from the test examples of twelve books ([1~12]).

Each computation result of the fifty examples are exactly identical to that in the books except that in one example, there is a difference at the eighth number after the fraction point, but this example was computed in reference by the method of interval approximation, which is also an approximated result (See example 3). Among these examples, there are various problems such as, the problem of multi-optimizers, problem of multi-local minimizers, problem of convex and nonconvex programming, problem of geometric programming and with general rational function, and special problems in which the optimizers don't satisfy $K-T$ condition.

Now, we give the following five examples:

Example 1^[2] Rational functions, two groups of global optimizers.

$$\begin{aligned} \text{objective} &= 10 + 6 \cdot x_1 + 6 \cdot x_1^2 - 22 \cdot x_2 - 20 \cdot x_1 \cdot x_2 + 21 \cdot x_2^2 \\ &+ \frac{1}{25 \cdot (1 - x_1^2/4 - x_2^2)} \end{aligned}$$

$$\text{s. t. } x_1 \geq 0.$$

Example 2^[8] Rational functions, four groups of global optimizers.

$$\text{objective} = 5 \cdot x_1^2 - x_2^2 \cdot x_3^4$$

$$\text{s. t. } -2 - \frac{5 \cdot x_1^2}{x_2^2} + \frac{3 \cdot x_3}{x_2} \geq 0$$

Example 3^[5] Two groups of global optimizers.

$$\text{objective} = 12 \cdot x_1^2 - (63 \cdot x_1^4)/10 + x_1^6 + 6 \cdot x_1 \cdot x_2 + 6 \cdot x_2^2$$

$$1 - 16 \cdot x_1^2 - 25 \cdot x_2^2 \leq 0,$$

$$-400 - 145 \cdot x_1 + 13 \cdot x_1^3 + 85 \cdot x_2 \leq 0,$$

$$-4 + x_1 \cdot x_2 \leq 0$$

Example 4^[10] A group of global optimizers with multi-local minimizers.

$$\begin{aligned} \text{objective} &= 14463 + 18340 \cdot x_1 + 10197 \cdot x_1^2 - 34198 \cdot x_2 - 24908 \cdot x_1 \cdot x_2 + \\ &20909 \cdot x_2^2 + 4542 \cdot x_3 - 2026 \cdot x_1 \cdot x_3 - 3466 \cdot x_2 \cdot x_3 + 1755 \cdot x_3^2 + \\ &8672 \cdot x_4 + 3896 \cdot x_1 \cdot x_4 - 9828 \cdot x_2 \cdot x_4 + 2178 \cdot x_3 \cdot x_4 + 1515 \cdot x_4^2 + \\ &86 \cdot x_5 + 658 \cdot x_1 \cdot x_5 - 372 \cdot x_2 \cdot x_5 - 348 \cdot x_3 \cdot x_5 - 44 \cdot x_4 \cdot x_5 + 27 \cdot x_5^2 \end{aligned}$$

$$\text{s. t. } -5 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 5,$$

$$-20 + 10 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 + 4 \cdot x_5 \geq 0,$$

$$-40 + 8 \cdot x_1 - x_2 + 2 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 - 3 \cdot x_5 \geq 0$$

$$-11 + 8 \cdot x_1 - x_2 + 2 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 - 3 \cdot x_5 \geq 0,$$

$$-30 + 4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 - x_5 \leq 0$$

Example 5 A group of global optimizers with multi-local minimizers.

$$\begin{aligned} \text{objective} &= 600 + 720 \cdot x_1 + 1260 \cdot x_1^2 - 1072 \cdot x_1^3 - 2454 \cdot x_1^4 + 1344 \cdot x_1^5 + \\ &952 \cdot x_1^6 - 768 \cdot x_1^7 + 144 \cdot x_1^8 + 720 \cdot x_2 - 4680 \cdot x_1 \cdot x_2 + 7344 \cdot x_1^2 \cdot x_2 + \\ &5784 \cdot x_1^3 \cdot x_2 - 7680 \cdot x_1^4 \cdot x_2 - 168 \cdot x_1^5 \cdot x_2 + 1344 \cdot x_1^6 \cdot x_2 - 288 \cdot \\ &x_1^7 \cdot x_2 + 3060 \cdot x_2^2 - 19296 \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 7776 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2 + 9840 \cdot x_1^3 \cdot x_2^2 - \\ &5370 \cdot x_1^4 \cdot x_2^2 + 2592 \cdot x_1^5 \cdot x_2^2 - 648 \cdot x_1^6 \cdot x_2^2 + 12288 \cdot x_2^3 - \\ &23616 \cdot x_1 \cdot x_2^3 + 5040 \cdot x_1^2 \cdot x_2^3 + 1240 \cdot x_1^3 \cdot x_2^3 - 4080 \cdot x_1^4 \cdot x_2^3 + \\ &1224 \cdot x_1^5 \cdot x_2^3 + 14346 \cdot x_2^4 - 11880 \cdot x_1 \cdot x_2^4 + 8730 \cdot x_1^2 \cdot x_2^4 - \\ &3480 \cdot x_1^3 \cdot x_2^4 + 1305 \cdot x_1^4 \cdot x_2^4 + 1944 \cdot x_2^5 - 1188 \cdot x_1 \cdot x_2^5 + \\ &3672 \cdot x_1^2 \cdot x_2^5 - 1836 \cdot x_1^3 \cdot x_2^5 - 4428 \cdot x_2^6 + 1944 \cdot x_1 \cdot x_2^6 - \\ &1458 \cdot x_1^2 \cdot x_2^6 - 648 \cdot x_2^7 + 972 \cdot x_1 \cdot x_2^7 + 729 \cdot x_2^8 \end{aligned}$$

$$\text{s. t. } -2 \leq x_1 \leq 2, -2 \leq x_2 \leq 2$$

5 The features of the obtained results

(1) global property. The solutions obtained are global optimizers. (2) For the nonlinear programming problems in which both the objective functions and the constraints are rational, we obtain a unified and global algorithm. (3) The starting iterative point is not required. (4) The data files are entered by common writing form. (5) Combination of symbol calculation with numerical computation.

References

- [1] M Avriel. Nonlinear Programming Analysis and Methods, Prentice-Hall, 1976
- [2] J Franklin. Methods of Mathematical Economics, 1980
- [3] R Fletcher. Practical Method of Optimization. Wiley and Sons. Chichester, 1979
- [4] R Gabasov and F Kirillova. Methods of Optimization. Optimization Software, INC, New York, 1986
- [5] E Hansen. Global Optimization Using Interval Analysis. Marcel Dekker, Inc, New York, 1992
- [6] D M Himmelblau. Applied Nonlinear Programming, McGraw-Hill, New York, 1972
- [7] A Lperessini, F E Sullivan and J Uhl Jr. The Mathematics of Nonlinear Programming. World Publishing Corp, New York, 1992
- [8] M Phillips. Operations Research, New York, 1976
- [9] A Torn. Global Optimization. Springer-Verlag, New York, 1990
- [10] G Van Der Hoek. Reduction Methods in Nonlinear Programming. Mathematical Centre Tracts, Amsterdam, 1980
- [11] A D Waren. The Status of Nonlinear Programming Software An Update, 1987
- [12] Wu Tianjiao. Some Test Problems on Applications of Wu's Method in Nonlinear Programming Problems. MMRC PREPRINTS NO. 6, 1991, P144~155
- [13] Wu Wen - tsun. On zeros of Algebraic Equations — an Application of Ritt Principle. Chinese Scientific Bulletin, 1986, 31: 1~5
- [14] Wu Wen - tsun. A Zero Structure Theorem for Polynomial Equations-Solving. MM - RC. PREPRINTS, No. 1, Inst. of Systems Science, 1987, 2~12
- [15] Wu Wen-tsun, On a Finiteness Theorem about Optimization Problems, MMRC, PREPRINTS, No. 8, (1992), 1~18

线性规划算法的一个新思路

毛经中 李德英

(华中师范大学数学系, 武汉 430070)

摘要 利用目标函数负梯度方向 $-C$ 在可行域内的投影作为当前点的可行下降方向, 从而找出一种新的 LP 算法。此算法本质属于内点法, 迭代点在可行域内的轨迹是一条折线。

关键词 投影, 梯度, 线性规划

1 引言

对于线性规划问题 P: 求 $\min f(x) = c^T x$, s. t. $Ax = b$, $x \geq 0$ 。自从 1947 年, G. B. Danting 提出了单纯形算法^[1]之后, 长期以来实践证明单纯形算法仍是行之有效的方法, 而且似乎一直居算法的主流地位。但单纯形算法也确有缺点存在, 除了将线性规划问题应用到生产计划的调整或实时控制等问题时, 单纯形方法不能用现行方案或状态所对应的可行解作为初始解, 以及单纯形方法是终止于原始与对偶的最优基, 在退化情形, 虽然已达到了最优解, 但为了证明它是最优的, 往往不仅还须经多次迭代^[2], 而且最主要的是迭代次数随约束条件和变量数目的增加而迅速上升, 不是一个好算法^[3]。

为了证明线性规划问题有多项式算法, 1979 年首先出现了哈奇扬算法^[2], 它证明了线性规划有多项式算法, 但实用上仍不方便。1984 年 Karmarker 提出了另一个多项式时间算法^[5], 此算法形成了近十多年研究热点, 发展出了一系列内点算法, 而且实践上看当变元数在 10^4 以上时, 其迭代速度快于单纯形算法。这个算法可用现行方案作为初始解, 沿着“中心线”从定义域内部走向最优解, 而且对大规模线性规划问题, 当约束条件和变量数目增加时, Karmarkar 算法的次数变化较少。这些是其好处。但所有这些内点算法也都有些弱点, 都须花力气进行初始化, 化为标准形状, 求出一个初始内点, 而且此内点须充分靠近“中心线”, 内点走的轨迹实际上是一条折线, 经过多次投影变换已变形得很严重, 不直观。

1989 年 S. Y. Chang 与 K. G. Murty^[6]进一步研究了最速下降的重力方法, 设在初始内点 x^0 处引入一个小球形液体, 中心在 x^0 。此小球在重力作用下向下运动, 半径 ε 足够小, 以保证整个球体都在可行域内, 重力方向为 $-c$, 小球向下运动, 当遇见可行域 K 的边界时, 会在边界反作用力下继续运动, 直到重力与边界面的反作用力平衡为止。如果小球半径 ε 充分小, 则最后小球停止的位置——球心坐标将给出 LP: $\max \pi b$, s. t. $\pi A = c^T$, $\pi \geq 0$ 的对偶规划; DLP: $\min z(x) = cx$, s. t. $Ax \geq b$ 的最优解。当然, 因 $\varepsilon \geq 0$, 故只能是近似解, 这个算法每个循环分为两阶段: 第一阶段求出重力方向——在当前可行内点处的小球移动的方法