信号流图输出量计算方法及其应用

郭一新 编著

辽宁科学技术出版社

信号流图输出量计算方法及其应用

郭一新 编著

辽宁科学技术出版社

1985年·沈阳

内容简介

本书全面介绍了信号流图输出量各种计算方法及其应用，包括国内外各种最新算法，反映了信号流图方法这个领域的最新研究成果，尤其突出了近年在计算机采样控制和多变量控制方面的信号流图方法。

全书共五章，内容有单输入单输出连续系统和采样系统方法，多输入多输出连续系统和采样系统方法及其在各种情况下的应用。

本书可供自动化、计算机控制、无线电、电子学、网络技术、经济计量、企业管理等专业的工程技术人员、科研人员、大专院校师生参考使用。

信号流图输出量计算方法及其应用

郭一新编著

辽宁科学技术出版社出版（沈阳市南京街6段1里2号）
辽宁省新华书店发行　沈阳六〇一印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32　印张：5　字数：115,000
1985年10月第1版　1985年10月第1次印刷

责任编辑：张律和　李秀云　插　图：孙东权
封面设计：孙东权　责任校对：李秀云　张律和

印数：1—2500
统一书号：15288·198　定价：1.15元
（委托出版）

前　　言

信号流图广泛应用于晶体管电路、计算机、控制系统等领域，其他如机械、动力、微波、统计亦成功地应用了信号流图。信号流图输出量的计算是信号流图研究的重要分支之一。以往对信号流图输出量的计算，偏重于应用梅逊公式计算单输入单输出连续系统输出量。近年来出现了另外几种计算单输入单输出连续系统信号流图输出量的方法，如Coates图及其改进图等。但应用最广泛的仍是梅逊公式。虽然在许多关于控制系统、信号流图或网络的书中介绍梅逊公式，但一般仅介绍公式及其计算，而不对其公式的来源、结构及与其他方法的比较作详细论述。本书的第一章，将对梅逊公式予以新颖的介绍和详细的推导，并对Coates图及其改进图输出量算法作一介绍。

随着对多输入多输出复杂系统研究的深入，多输入多输出连续系统信号流图输出量的计算，亦日益得到重视。相应出现了简化规则计算法、返还回路法、最优拓扑法和最优拓扑树法等，第四章将详细介绍这些方法。

由于计算机控制系统的增加，采样数据系统输出量的计算变得越来越重要。关于单输入单输出采样数据系统，除了运用机理公式解决比较简单的输出量之外，一般有将信号流图变为“原始信号流图”、“采样信号流图”和“复合信号流图”，然后计算其采样输出、连续输出与广义采样输出的所谓“采样信号流图”方法，以及将信号流图变为具有“黑点”、“白点”流图，然后计算其输出量的所谓“直接信号

流图”方法。但这两种方法的计算都较为复杂。这些内容将在第二章中介绍。最近，作者推广了信号流图和梅逊公式在采样数据系统中的应用的研究，提出了“新采样信号流图”，以及相应的计算单输入、单输出周期采样数据系统的采样输出、连续输出和广义采样输出的新计算方法。根据此法，可利用系统方块图一步构造出新采样信号流图，并可直接计算出采样数据系统的三种输出量。这种方法比较简单，计算量亦大为减少。对于一般采样数据系统，通过心算就能得到输出量结果。对于多速采样数据系统，只要将系统稍加变换，新计算方法仍能适用。这种计算单输入、单输出采样数据系统输出量的“新采样信号流图”方法，将在第三章中详细论述。

第五章论述一种由笔者提出的多变量采样数据系统信号流图输出量的计算方法。它是由“新采样信号流图”方法与多变量信号流图简化拓扑方法产生的。这种方法无须对多变量采样数据系统信号流图简化，而直接对流图进行分析与计算，这样大大简化了计算步骤。对计算方法和定理也予以详细的证明。

本书将信号流图四种输出量计算方法：单输入单输出连续系统、采样数据系统、多输入多输出连续系统、采样数据系统输出量计算方法以及这些方法在各种类型信号流图中的应用，系统地介绍给读者。希能起些抛砖引玉的作用，期望在这方面会有更多的研究成果出现。由于水平有限，书中难免有不当之处，望读者提出宝贵意见。

哈尔滨工业大学胡恒章副教授多年来一直支持作者在信号流图方面的研究工作，并审阅了书稿，特致谢意！

郭一新　　1984年12月

目　录

前言
第一章　信号流图和梅逊公式——单输入单输出连续系统输出量计算……………………（ 1 ）
1.1　信号流图概述 ……………………………（ 1 ）
1.2　信号流图的定义与性质 …………………（ 6 ）
1.3　信号流图代数和线性系统的信号流图表示法 ………………………………………（ 10 ）
1.4　节点和支路的环路传输 …………………（ 17 ）
1.5　流图行列式 ………………………………（ 18 ）
1.6　环路行列式的扩展 ………………………（ 20 ）
1.7　行列式因子 ………………………………（ 22 ）
1.8　节点或支路扩展 …………………………（ 23 ）
1.9　梅逊公式 …………………………………（ 24 ）
1.10　梅逊公式的应用——单输入单输出连续系统输出量的计算 …………………………（ 25 ）
1.11　Coates 图增益公式…………………………（ 33 ）
1.12　改进型Coates图增益公式 ………………（ 37 ）
1.13　Chan-Mai图增益公式……………………（ 40 ）
第二章　单输入单输出采样数据系统输出量计算…（ 45 ）
2.1　采样数据系统概述 ………………………（ 45 ）
2.2　z变换………………………………………（ 46 ）
2.3　脉冲传递函数 ……………………………（ 51 ）
2.4　闭环系统的脉冲传递函数 ………………（ 56 ）

2.5　广义z变换……………………………………（ 58 ）
2.6　采样数据系统信号流图分析 ………………（ 60 ）
2.7　采样信号流图方法 …………………………（ 61 ）
2.8　直接信号流图方法 …………………………（ 67 ）
第三章　新采样信号流图方法……………………（ 78 ）
3.1　采样输出计算 ………………………………（ 78 ）
3.2　连续输出与广义采样输出计算 ……………（ 81 ）
3.3　一般采样系统输出量的心算方法 …………（ 84 ）
3.4　复杂采样系统输出量计算 …………………（ 88 ）
3.5　多速采样系统计算方法 ……………………（ 95 ）
3.6　新采样信号流图方法杂题 …………………（ 98 ）
第四章　多变量系统信号流图计算方法…………（ 116 ）
4.1　概述 …………………………………………（ 116 ）
4.2　一些基本定义 ………………………………（ 116 ）
4.3　简化规则计算法 ……………………………（ 117 ）
4.4　返还回路法 …………………………………（ 130 ）
4.5　最优拓扑法（OTM） ………………………（ 132 ）
4.6　最优拓扑树法………………………………（ 140 ）
第五章　多变量采样数据系统的最优拓扑计算方法
……………………………………………………（ 144 ）
5.1　一些基本定义 ………………………………（ 144 ）
5.2　多变量采样系统的最优拓扑方法 …………（ 145 ）
参考文献……………………………………………（153）

第一章　信号流图和梅逊公式——单输入单输出连续系统输出量计算

1.1　信号流图概述

任一线性定常系统的数学模型，都是一常系数微分方程组，其一般形式为

$$y(t)=\sum_{i=1}^{n}A_i x_i \tag{1.1}$$

式中 x_i，$A_i(i=1,2,\cdots\cdots,n)$ 是输入信号和相应的常量，$y(t)$是相应的输出信号。利用拉普拉斯变换，可将上述方程变为代数方程组，然后解这个方程组，求出未知变量，再进行拉普拉斯逆变换，就能得到系统的真实解。

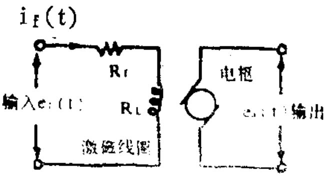

图1.1

例1.1　试求出图1.1所示他激直流发电机的传递函数。

图1.1中所示直流发电机的方程式为

$$e_f(t)=R_f i_f(t)+L_f\frac{di_f(t)}{dt} \tag{1.2}$$

$$e_a(t)=K_g i_f(t) \tag{1.3}$$

式（1.2），(1.3）中K_g是电动势常数。对式（1.2），(1.3）进行拉普拉斯变换，得到

$$E_f(s)=R_f I_f(s)+L_f\{sI_f(s)-i_f(0+)\}$$

$$E_a(s) = K_g I_f(s)$$

令 $i_f(0+) = 0$，求得传递函数为

$$F(s) = \frac{E_a(s)}{E_f(s)} = \frac{K_g}{L_f s + R_f} = \frac{K}{T_f s + 1} \qquad (1.4)$$

式（1.4）中，$T_f = \frac{L_f}{R_f}$，$K = \frac{K_g}{R_f}$

从式（1.4）得到拉普拉斯反变换

$$f(t) = L^{-1}(F(s)) = \frac{K}{T_f} e^{-\frac{t}{T_f}} \qquad (1.5)$$

式（1.5）即是系统的真实解。但是，在解方程组时，往往要计算很复杂的行列式，进行逐行消元，下例说明了这种情况。

例1.2 求图1.2所示系统的输出量y(s)。

我们可以在图1.2中设中间变量$X_1(s)$，$X_2(s)$，……，然后组成一组线性联立方程组

$$\begin{cases} X_1(s) = H_1(s)X(s) - G_2(s)X_2(s) - G_1(s)Y(s) \\ X_2(s) = H_2(s)X_1(s) \\ X_3(s) = X_2(s) - G_3(s)X_4(s) \\ X_4(s) = H_3(s)X_3(s) - G_4(s)Y(s) \\ Y(s) = H_4(s)X_4(s) \end{cases} \qquad (1.6)$$

对方程组进行整理，得到

$$\begin{cases} \dfrac{1}{H_1(s)}X_1(s)+\dfrac{G_2(s)}{H_1(s)}X_2(s)+\dfrac{G_1(s)}{H_1(s)}Y(s)=X(s) \\ -H_2(s)X_1(s)+X_2(s)=0 \\ -X_2(s)+X_3(s)+G_3(s)X_4(s)=0 \\ -H_3(s)X_3(s)+X_4(s)+G_4(s)Y(s)=0 \\ -H_4(s)X_4(s)+Y(s)=0 \end{cases} \tag{1.7}$$

解（1.7）方程组，通过逐项消元，可以得到系统的传递函数

$$\frac{Y(s)}{X(s)}=H(s)$$

$$=H_1H_2H_3H_4\Big/(1+H_2G_2+H_3G_3+H_4G_4+$$

$$+H_2H_3H_4G_1+H_2G_2H_3G_3+H_2G_2H_4G_4)$$

在解式（1.7）时，要计算很繁杂的行列式。

从例1.1看到，要对一个系统求解，首先要给出相应的数学模型。但是系统与数学模型之间的转换，不是那么容易的，有时甚至无法实现。从例1.2看到，在解线性方程组时，系数必须是数字才易于运算，如果其系数是一些符号，计算是很困难的。

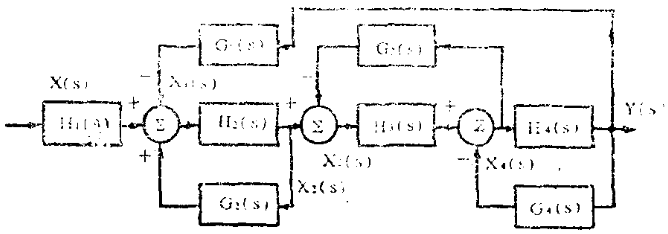

图 1.2 例1.2系统方块图

S·J·Mason于一九五三年，首先正式提出了用于分析线

性系统的新方法——信号流图，建立了梅逊(Mason)公式。

信号流图是一种表示一组联立线性代数方程的图，它是由网络组成的。网络中各节点用定向支线段连线，每一个节点表示一个系统变量，而每两节点之间的联结支路相当于信号乘法器。信号只能单向流通，信号流的方向由支路上的箭头表示，而支路传输则标在支路线上，信号流图描绘了信号从系统中的一点流向另一点的情况，并且表明了各信号之间的关系。

例1.3 有方程组

$$ax_0+bx_1+cx_2=0 \tag{1.8}$$

$$dx_0+ex_1+fx_2=0 \tag{1.9}$$

试作出对应的信号流图。

从式（1.8）得x_1的显式表示

$$x_1=-\frac{a}{b}x_0-\frac{c}{b}x_2 \tag{1.10}$$

从式（1.9）得x_2的显式表示

$$x_2=-\frac{d}{f}x_0-\frac{e}{f}x_1 \tag{1.11}$$

由式（1.10),(1.11）得出图（1.3）所示的信号流图。

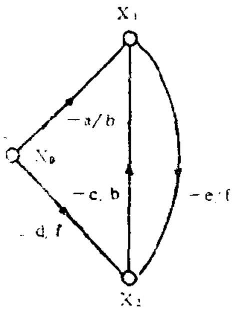

图 1.3

从图（1.3）中可以看到，线性方程组的各系数，变量的关系是十分清楚的。

也可以从控制系统方块图直接画出相应的信号流图，利用梅逊公式进行计算。根据公式，不必简化信号流

图就可以得到系统中各变量之间的关系。这样就避开了由于控制系统方块图结构复杂，而不易进行计算的困难。

例1.4 从图1.4的5个方块图中，可以得到相应的信号流图。

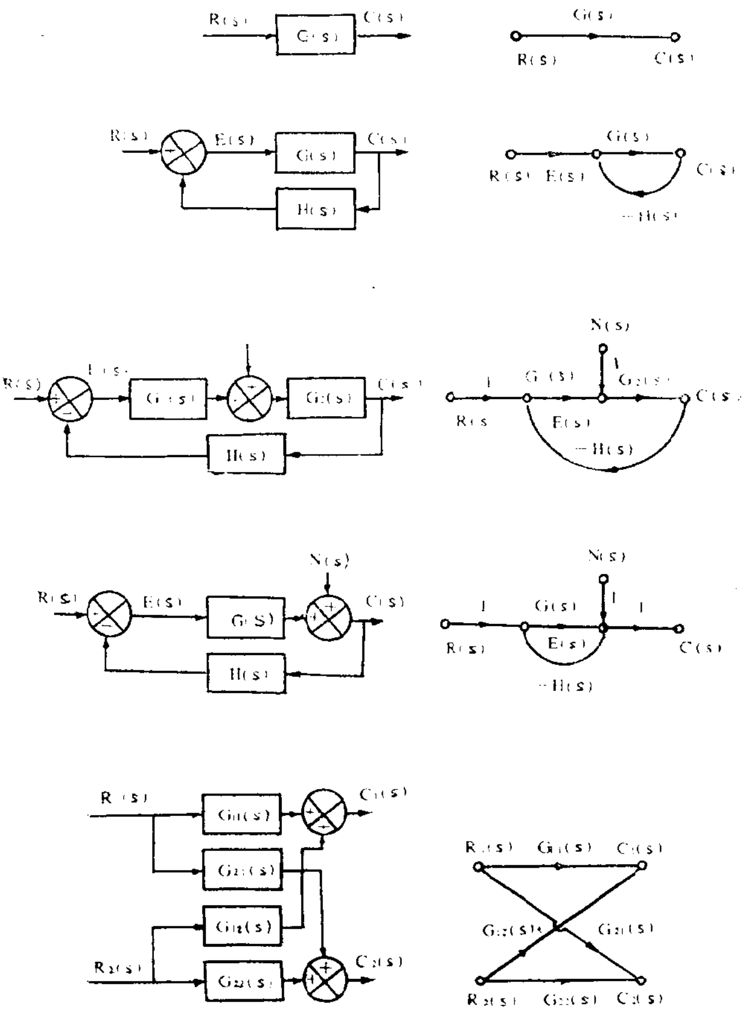

图 1.4

1.2 信号流图的定义与性质

下面给出一些有关信号流图的定义。

（1）**节点**——节点是用来表示变量的点。

例1.5 图1.5中，x_1，x_2，x_3，x_4，x_5，x_6 均是节点。

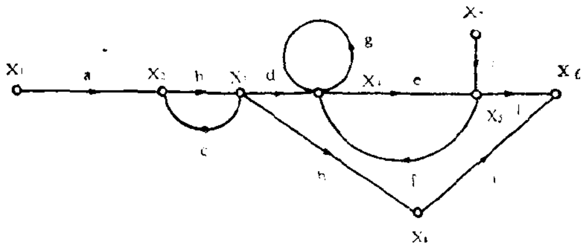

图 1.5

（2）**传输**——两个节点之间的增益叫传输。

例1.6 图1.5中的a，b，c，d，e，f 均是传输。

（3）**支路**—— 支路是连接两个节点的定向线段，支路的增益为传输。

例1.7 图1.5中的a，b，c，d，e，f，g，h所在的线段均是支路。a所在线段对 x_1 来说是输出支路，对 x_2 来说是输入支路。c，f 所在支路为反馈支路。a，d 所在支路为级联支路。

（4）**输入节点或源节点**——只有输出支路的节点，叫输入节点或源节点，它对应于自变量。

例1.8 图1.5中的 x_1 为源节点。

（5）**输出节点或汇节点**——只有输入支路的节点，叫输出节点或汇节点，它对应于因变量。

例1.9 图1.5中的 x_6 为汇节点。

（6）**混合节点**—— 既有输入支路，又有输出支路的节

点，叫混合节点。

例1.10 图1.6中，x_2，x_3，x_4，x_5 均是混合节点。

（7）**路径**——从某一节点连续经过一些支路（沿着支路方向），而终止在另一节点（或同一节点）上构成的一种拓扑结构。

例1.11 图1.5中，$x_1—x_2—x_3—x_2—x_3—x_4—x_5—x_6$ 是路径（用它所通过的节点来表示）。

（8）**开路径**——从某一节点连续经过一些支路（沿着支路方向）而终止在另一节点上，且每个节点只通过一次的路径。

例1.12 图1.5中，$x_1—x_2—x_3—x_4—x_5$ 为开路径。

（9）**前向路径**——从源节点到汇节点的一种开路径。

例1.13 图1.5中，$x_1—x_2—x_3—x_4—x_5—x_6$ 为前向路径。

（10）**反馈环或环**——从某一节点连续经过一些支路（沿着支路方向）又终止在同一节点的路径（每个节点只通过一次）称为反馈环或环。

例1.14 图1.5中，$x_2—x_3—x_2$ 是反馈环。

（11）**自环**——自环是反馈环的一个特殊情况，即从某一节点出发，只经一个支路而又终止在同一节点上所构成的反馈环。

例1.15 图1.5中，节点 x_4 有一自环，其传输值为 g。

（12）**级联节点和级联支路**——不在反馈环中的节点和支路分别称为级联节点和级联支路。

例1.16 图1.5中，节点x_8为级联节点，i所在支路为级联支路。

（13）**反馈节点和反馈支路**——反馈环中的节点和支路

分别称为反馈节点和反馈支路。

例1.17 图1.5中，x_2，x_3 为反馈节点；b、c所在支路为反馈支路。

（14）**级联图——**图中所有节点均为级联节点的信号流图，称为级联图。级联图中没有环。

例1.18 图1.6是级联图，其中所有节点均为级联节点。

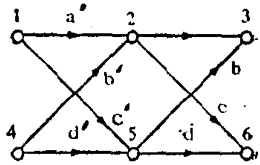

图 1.6

（15）**反馈图——**图中至少有一个反馈节点的信号流图称为反馈图。反馈图至少有一个环。

例1.19 图1.7是反馈图。

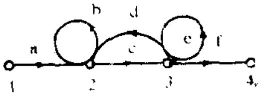

图 1.7

（16）**节点分裂——**节点分裂是将一个节点分为两个节点，一个是源节点，原来节点的所有出支路均从该节点出发；另一个是汇节点，原来节点的所有入支路均终结在该汇节点上。

例1.20 图1.8的信号流图，分裂节点3变成图1.9。

图 1.8 例1.20信号流图

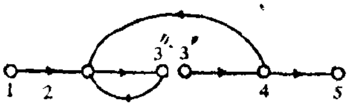

图1.9 图1.8节点3分裂后的流图

（17）**指数**——用分裂节点法断开所有环所需要的最少节点数，叫做信号流图的指数。我们可以用指数来表征信号流图的复杂性。

例1.21 图1.8的信号流图指数为1。

下面介绍一些信号流图的重要性质。

（1）支路表示了一个信号对另一个信号的函数关系，信号只能沿着支路上的箭头方向通过。

例1.22 图1.10中，$Y(s)=H(s)x(s)$

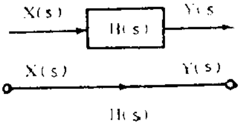

图1.10

（2）节点可以把所有输入支路的信号叠加，并把总和信号传送到所有输出支路。

例1.23 图1.11中，x_4 把 H_{14}，H_{24}，$-H_{34}$ 信号叠加，并把总和信号传到 H_{45}，H_{46}所在支路。

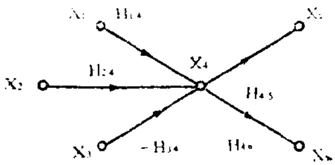

图1.11

（3）混合节点通过增加一个具有单位传输的支路，可以把它变成输出节点来处理。

例1.24 如图1.12，3与3′实际上是一个节点，但分成两个节点以后，3′是只有输入的输出节点，3仍为混合节点。

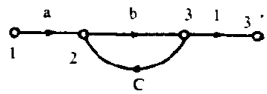

图1.12

（4）给定系统的信号流图形式并不是唯一的。这是由于同一系统的方程可以表示成不同形式，因而可以画出不同的流图。

例1.25 对一阶微分方程描述的系统，求其流图表示形式。

设系统的微分方程表示为

$$\frac{d}{dt}y(t)+a_0y(t)=b_1\frac{d}{dt}x(t)+b_0x(t) \tag{1.12}$$

其算子形式为

$$(p+a_0)y(t)=(b_1p+b_0)x(t) \tag{1.13}$$

式（1.13）可表示成

$$\left(1+\frac{a_0}{p}\right)y(t)=\left(b_1+\frac{b_0}{p}\right)x(t) \tag{1.14}$$

画此流图时，可表示成下列两种形式：

(a) $$y(t)=\frac{b_1}{1+a_0/p}x(t)+\frac{b_0/p}{1+a_0/p}x(t) \tag{1.15}$$

式（1.15）流图形式表示在图1.13上。

(b) $$y(t)=b_1x(t)+\frac{1}{p}[b_0x(t)-a_0y(t)] \tag{1.16}$$

式（1.16）流图形式表示在图1.14上。

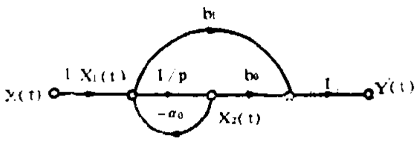

图1.13

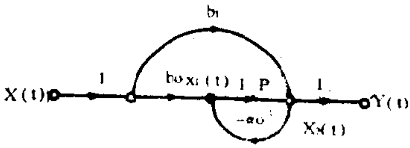

图1.14

1.3 信号流图代数和线性系统的信号流图表示法

由线性系统画出相应的信号流图后，一般有两种方法求其输入输出关系。一是采用梅逊公式，二是将信号流图简化成只包含输入和输出节点的形式。近年来又有Coates图等新的信号流图。下面介绍一些用于简化的代数规则：

（1）只有一个输入支路的节点的值为

$x_2=ax_1$。如图1.15（a）。