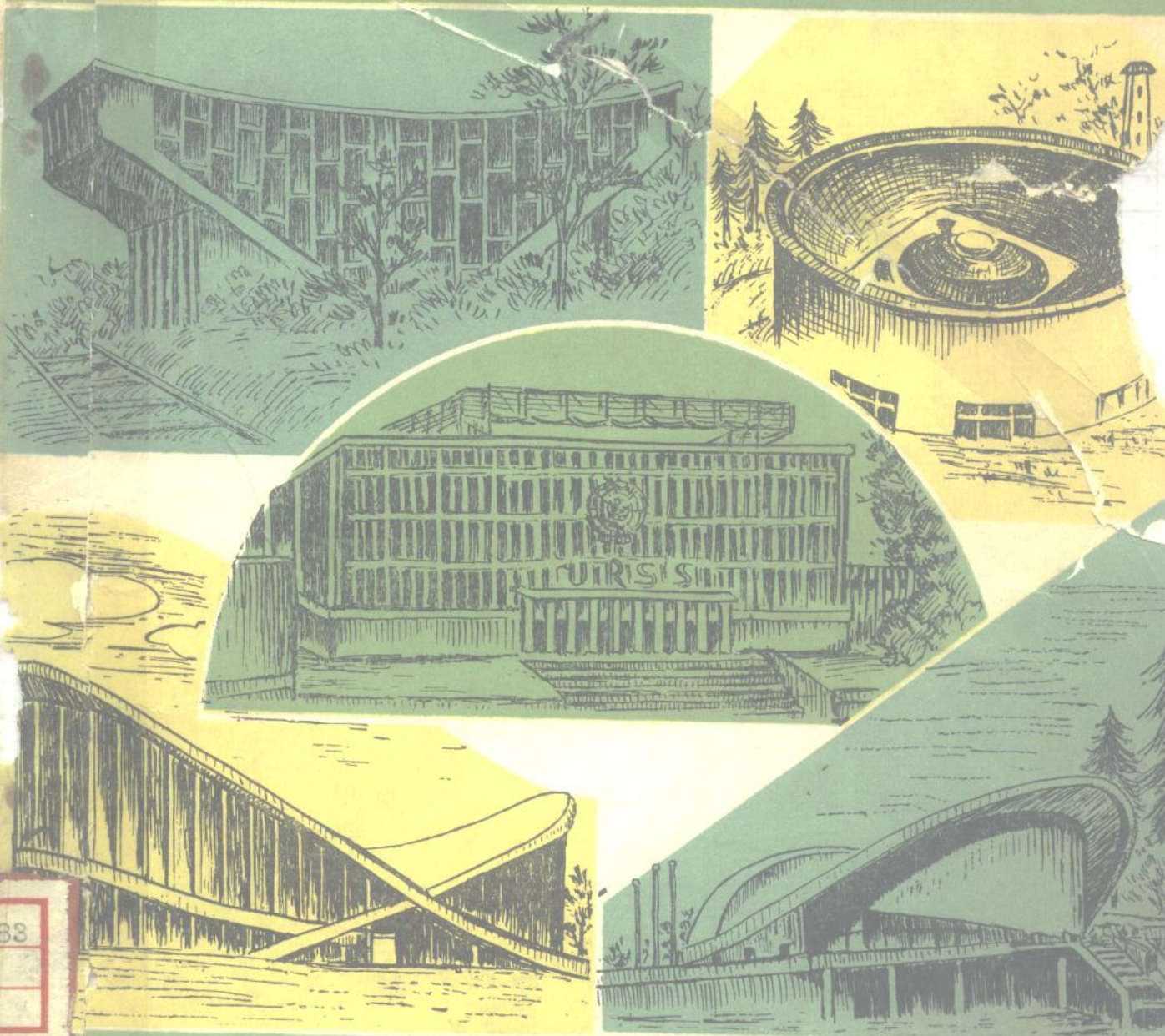


大跨度悬挂式屋盖结构

大跨度悬挂式屋盖结构

文献选编



6.217.83

7

000393

建筑工程出版社

大跨度悬掛式屋盖結構文献选編

建筑工程部 技术情报局 編譯
建筑科学研究院

江苏工业学院图书馆
藏书章

建筑工程出版社出版

1959

內 容 提 要

大跨度悬掛式屋蓋結構是一种新的、有着广阔发展前途的結構型式。它是目前建筑結構科学上的尖端技术之一，世界各国对此都十分重視。

本書系由世界各国有关大跨度悬掛式屋蓋結構的修建經驗及研究成果的文献資料汇编而成。主要介绍大跨度悬掛結構的設計和应用情况及有关述評；并着重介绍几种悬掛式結構的典型实例。書末还附有大跨度悬掛結構文献索引。

本書可供土木建筑工程师和科学研究工作者参考。

3P46/91

大跨度悬掛式屋蓋結構文献选編

建筑工程部 技术情报局 編譯
建筑科学研究院

1959年11月第1版	1959年11月第1次印刷	3,145册
787×1092 $\frac{1}{16}$ • 196千字 • 印張 97 $\frac{1}{8}$ • 插頁 1 • 定价 (10) 1.30元		
中国人民大学印刷厂印刷 • 新华書店发行 • 書号: 1730		

建筑工程出版社出版 (北京市西郊百万庄)
(北京市書刊出版业营业許可証出字第052号)

前 言

大跨度悬掛式屋盖結構是当前建筑科学技术上最新成就之一。它的显著优点是：能够充分發揮材料的特性；达到最有效地使用材料，节省材料用量，減輕結構自重，使它能夠跨越很大的空間而不需要中間支承；因而能更好地滿足生产和使用上的要求，并可进一步降低建筑工程造价。近年来，許多国家都十分重視和相繼采用这类結構。我国从1958年开始，也进行了这方面的科学研究工作。

为了向国内較系統地介紹这一新型結構，建筑工程部技术情报局和建筑科学研究院协同搜集了有关悬掛式結構的发展概况、設計計算理論和一些国外的典型实例，并把建筑工程部建筑科学研究院試驗性建筑物的設計和試驗成果，一并刊出以供参考。此外我們还把国内外悬掛式屋盖結構的有关参考文献，共137篇編出索引，以利进一步探討和檢索。

資料中前5篇由建筑工程部建筑科学研究院綜合結構室供稿，国外典型实例12篇由建筑工程部技术情报局編譯整理而成。

大跨度悬掛式屋盖結構是我国当前建筑科学技术发展中的重要課題之一。这一技术的迅速掌握，将对今后更好地解决大型厂房和大型公共建筑的結構布局問題有重要关系。

我們認為这本选編对建筑設計、施工和研究人員有一定的参考价值。但是資料的收集还不够完整，在內容上也可能存在缺点，希望讀者提出指正。

編 者

目 录

一、悬掛屋盖結構及其发展概况	(1)
二、設計計算理論	
1. 用張紧悬索或悬掛杆件組成的抗弯屋盖結構	(6)
2. 輻射式預应力悬掛結構	(15)
3. 悬掛屋盖結構設計中的两个問題 ——悬索的应力分析和屋盖的稳定及剛度	(25)
三、我国圓形双层悬索屋盖試驗性建筑的設計及模型試驗	(44)
四、国外的典型实例	
混合式悬掛結構	
1. 1958年布魯塞尔世界博覽会上的苏联展覽館	(67)
2. 美国預应力混合式悬掛鋼屋盖	(73)
3. 苏联水泥料浆池的悬索屋盖	(76)
悬索結構	
4. 布魯塞尔世界博覽会美国館的悬索結構	(79)
5. 布魯塞尔世界博覽会法国館的悬索屋盖	(102)
6. 烏拉圭蒙地維多城的悬索屋盖圓形体育館	(112)
7. 美国耶魯大学溜冰場的双坡悬索屋盖	(117)
8. 美国雷里运动場的悬索屋盖	(121)
9. 莫斯科狄納摩运动場悬索屋盖的设计方案	(126)
悬掛式薄壳結構	
10. 西德的西瓦尔茨瓦爾脫悬掛薄壳大厅	(131)
11. 西柏林會議厅的悬掛式薄壳屋盖	(133)
12. 西德烏柏特市游泳館的悬掛屋盖	(137)
附录一: 世界各国已建成的主要悬掛式屋盖結構一覽表	(155)
附录二: 大跨度悬掛結構文献索引	(142)

一、懸掛屋蓋結構及其發展概況

在工業和民用建築中，由於生產和使用上的需要，房屋的跨度日益增大，一般常用的建築材料和結構形式很難達到這個要求，懸掛屋蓋結構就是適應這種需要而產生的。這種屋蓋結構具有以下特點：

(1) 結構材料的優良性能得到了合理的、充分的利用，因而可以節省結構用材。目前屋蓋結構多用具有抗彎剛性的梁及桁架來承受垂直荷載，並將其傳至支承地點。這種傳統的做法顯然是不經濟的，因為處於這種結構中的材料沒有得到充分地利用，在構件的同一斷面中，有的地方受壓，有的地方受拉，有的地方又沒有應力。顯然，為了使結構材料得到合理而充分地利用，使材料在同一斷面中受同樣符號的應力（即直接傳力），而沒有彎曲作用才是合理的。懸掛屋蓋係由張拉的懸掛體系及受壓的支承構件所組成，通常前者用高強鋼索製成，後者則採用鋼筋混凝土。這兩種主要構件有著緊密的連系，鋼索只承受拉力，而鋼筋混凝土則只承受壓力，因而就有可能最合理地利用建築材料的物理性能（雖然懸索中的應力各點均不相等，但相差甚小），從而可以節省結構所需的材料。一般可較普通鋼筋混凝土或鋼結構節省鋼材50%左右。

(2) 能跨越很大的跨度，而不需中間支承。由於懸掛屋蓋結構充分地利用了材料性能，材料用量相應地減少，同時，由於採用了抗拉強度很高的材料，重量很輕，故可大大地減輕結構重量，因而屋面所受的荷載也就減輕了。這樣，懸索就可以跨越很大的空間。根據德國的實驗研究結果証實，最有利的懸索下垂度等於跨度的 $1/3$ 。此時，在自重作用下，鉛索可以跨越8.8 km，52號鋼——9.3 km，200號鋼——35.8 km，而配龍（Perlon）製成的絲則可以達到70 km。

(3) 易于造型。採用懸掛屋蓋結構使我們有可能自由地選擇建築物的平面尺寸及體積。可以說，幾乎任何平面形狀的建築物都可用懸掛屋蓋來遮蓋。當然，各種平面形狀的懸掛屋蓋的經濟指標是不同的。通常，以圓形平面形狀的建築物採用懸掛屋蓋最為有利。

(4) 便于快速施工。由於懸索很輕，屋面亦可採用輕質材料、鋼筋混凝土板或鋼絲網水泥板，這樣不需龐大的起重設備就可以進行預制裝配，施工方便。同時可不必搭設腳手架能節省很多模板，大大降低了建築工程造價。

(5) 可以創造具有良好物理性能的建築物。雙曲下凹碟形懸索屋蓋具有極好的音響性能，因而可以用來遮蓋對聲學要求較高的公共建築。由於懸索屋蓋的採光極易處理，故用於採光要求高的建築物也很適宜。

懸掛結構在建築工程中的應用有著極其悠久的歷史。我國在漢明帝時（即公元465~472年）就已能建造鐵鏈橋。以後也採用竹索、繩索做成懸橋，用來跨過極深的河谷。

在历代所建的铁链桥中以云南的元江桥、贵州的盘江桥及四川（原西康）的泸定大渡河桥为最大（图1）。一千多年来，我国勤劳勇敢的人民在悬桥的施工、锚固基础的构造等方面积累了极其丰富的经验。

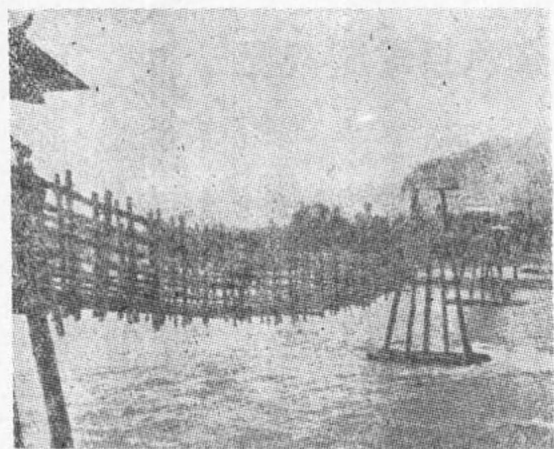


图1 索桥

苏联也在很早就研究和使用了悬挂结构。自十九世纪以来，苏联在悬桥、悬索桁架、柔线计算理论等方面进行了许多研究工作，取得了巨大的成就。

但是，直到不久以前，悬索还只局限于用在悬桥、架空索道、缆索起重机、输电线路及天线等方面，而未能在建筑结构中得到应用。

很早的古代就已发展起来的、至今仍在继续使用的帐篷是近代悬挂屋盖结构的雏形，而近代悬挂屋盖结构的发展又受着悬桥的深刻的影响。我国是世界上最早使用

帐篷的国家之一，远古时代的蒙古包就是享有盛名的帐篷结构。印度尼西亚在很早以前就用细的树枝编成帐篷作为住宅的屋盖，布帐篷直到现在还在使用；印度尼西亚茨瓦司脱姆兰得（Zweistremland）地方早期遗留下来的帐篷在造型方面已经有了高度的发展，除了单根桅杆的圆帐篷和两根桅杆的长形帐篷外，还有巨大的帐篷宫和帐篷城。直到现在世界上还有不少游牧民族地区用毯子、布、皮革和木料等做成帐篷而居住。

近代悬挂屋盖结构的发展始于十九世纪末叶。早在1896年，俄国工程师В·Г·苏霍夫（Шухов）在尼若城（Нижегородск）展览馆中首次采用了空间金属结构。他用柔索的受拉代替了刚性构件的受弯工作，那时与普通屋架相比，悬挂屋盖就已能减轻结构重量约4倍左右。在建造展览馆时，В·Г·苏霍夫曾经研究了悬挂屋盖网的理论，并且进行了大量的工作。展览馆的屋盖是由互相交错的金屬板条在其交点加以固定而组成的空间钢条网。在展览会上曾建立了四个展览馆，其中两个结构相同，其平面尺寸为 $30 \times 73\text{m}$ ，沿展览馆的轴线设立了支柱，柱上放纵梁，梁及外墙间拉设悬挂钢条网，外墙有牵绳锚固承受索之水平推力。另一为圆形展览馆，其直径为 68m ，中心设有支柱（沿 25m 直径圆周布置），其间拉设悬挂钢条网。另一为椭圆形展览馆，这是四

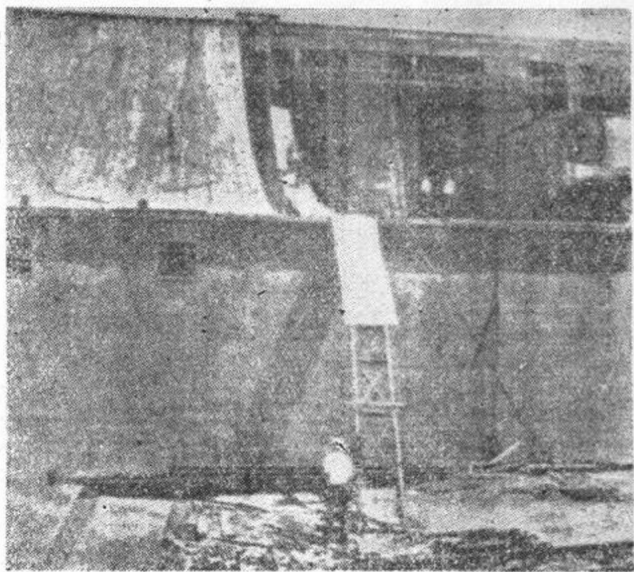


图2

个展覽館中最大的一个，其尺寸为 $98 \times 51\text{m}$ ，由 $51 \times 47\text{m}$ 的中央部分和二个半徑为 25.5m 的半圓周組成。展覽館的中部沿長軸布置两根支柱，柱与屋架相連，在梁柱系統与外牆間張拉網形屋盖。

以后，采用懸掛屋盖的建筑物日益增多。

1932年美国紐約州阿尔巴納（Albany）谷仓采用了薄鉄皮懸掛屋盖。谷仓有四个坡面，每一坡面的尺寸为 $36 \times 82\text{m}$ ，薄鉄皮自由懸掛呈悬鏈綫形，屋盖为單曲的（图2）。

1933年美国芝加哥世界博覽会的机車展覽館为直徑 60m 的圓形建筑，其屋盖采用了懸掛結構。这个建筑頗为世人所注意。

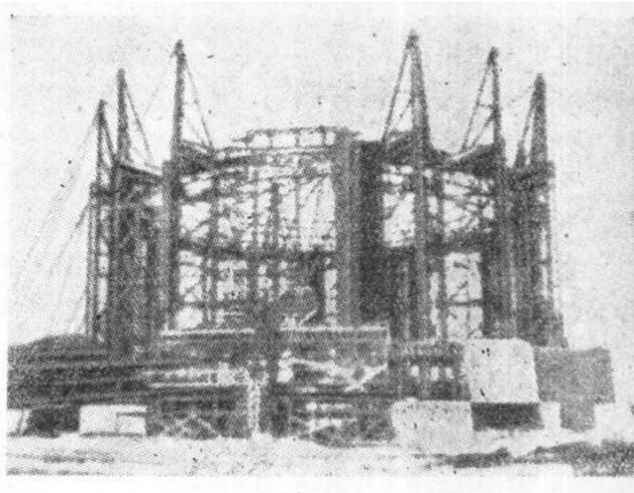


图 3

1934年，工程师兰克（Lenk）和爱勒司（Ehlers）用鋼絲網作为馬鞍形的混凝土薄壳的模板結構。

1937年貝納得·那斐萊（Bernard Laffaille）教授在設計查格萊白（Zagreb）展覽会的法国館时采用了倒置圓錐体形的懸掛屋盖結構（图3）。屋盖用 2mm 厚的鉄皮一端掛在一个直徑为 30m 的剛性压环上。另一端則与鑲有玻璃的內环相連，雨水聚集于內环处，經懸掛的水落管向外洩去。同年，法国建筑师博杜安（Baudoan）在巴黎世界博覽会的大厅的建筑設計中，采用了一个带有受压环梁的类似大自行車輪的結構作为圓形大厅的屋盖，其輻射鋼索由中央圓柱体的自重拉紧。

1951年10月那斐萊教授和建筑师卡麦洛特（Camelot）、蔡尔富司（Zehrfuss）、戴馬萊（Demailly）在巴黎机械工业研究所大厅的設計中采用了鞍形懸掛屋盖。屋盖用鉄皮做成，鋪設在两个傾斜拱之間，平面尺寸为 $180 \times 200\text{m}$ 。

1952年9月建筑师汉斯·斯泰巴雪尔（Hans Stettbacher）和結構工程师汉斯·奥司

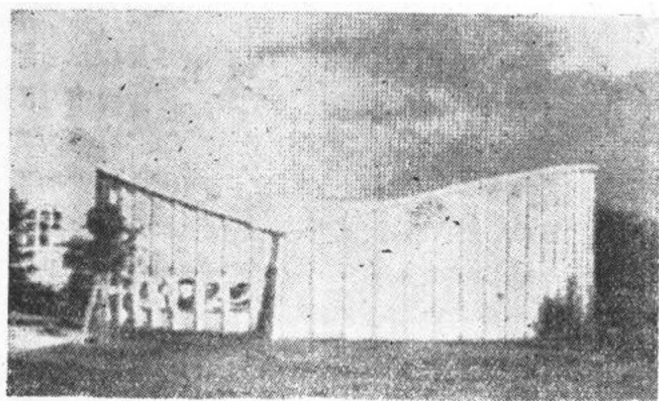


图 4

特尔瓦尔得（Hans Osterwald）在柏林的瑞士展覽館中采用了布帳篷遮盖的懸掛屋盖結構。建筑物由两个傾斜的臥置在支柱上的拱和張拉于其間的索網所組成。拱及柱均为木結構，索網上用帆布鋪盖。瑞士館的結構与美国雷里竞技场相仿，但傾斜拱的拱趾不延伸至地面（图4）。

以后，采用懸掛屋盖结构的建筑更趋頻繁。美国北加罗林那

州立学院的雷里运动場，美国耶魯大学溜冰場，西德的西瓦尔茨瓦尔礼堂，烏拉圭的蒙地維多运动場，柏林會議厅，1958年布魯塞尔博覽会中的苏联館、美国館、法国館、巴西館、欧洲經濟合作和組織館等建筑物先后建造了起来，这些建筑物的兴建成功地証明了悬掛屋盖結構有着广闊的前途。这就为結構工程师与建筑师們提供了一种完全嶄新的結構形式，使他們有可能更充分地發揮他們的才能，創造出艺术性更高、更經濟合理的建筑物。

悬掛屋盖結構的分类至今尚无定論。根据我們粗淺的理解，認為按照下列方式分类是較為妥善的。

根据屋盖表面形状的不同，悬掛屋盖結構可以分为三类：（一）悬索屋盖結構：其中又包括單曲的和双曲的两种。單曲悬索屋盖系由悬掛在两个等高或不等高的支点上的簡單悬索系所組成，其表面呈圓筒形。这种屋盖較為簡單，可以向外排水，亦可向內排水。其缺点为屋盖穩定性較差，抗风能力小。單曲悬索屋盖可以是單跨的，也可为多跨的。双曲悬索屋盖可以分为两类：一为由两个方向弯曲的悬索系所組成的屋盖体系，它又可以分为上凸和下凹的两种。这类屋盖体系均称为正高斯曲率*的屋盖。它們的特点是：抗风能力比單曲的强，凹形曲面的屋盖音响性能好，但排水較困难。周边为橢圓形的悬索屋盖結構的声、光学性能則較差，因为声光易經牆壁之反射而集中于焦点。如烏拉圭的蒙地維多运动場就是双曲下凹的悬索屋盖結構。另一为鞍形悬索屋盖，这种屋盖系由两组弯曲方向不同的悬索系所构成，其中下凹的一组索是承重悬索，而上凸的索系则为保証屋盖的穩定而設，通常需将其进行預应力。这些索系所构成的曲面的高斯曲率是負的。这种屋盖的优点是屋盖剛度較大，能較好地抵抗风力的掀起作用，排水容易处理，且外形也較美觀。可以用来遮盖各种平面形状的建筑物，如将其上的屋面板做成整体，則屋面板所形成的負高斯曲率的薄壳当外荷載作用时，可起卸荷作用，故使用最为广泛。預应力鞍形悬索屋盖具有极好的剛性和承載能力，而且穩定鋼索的預应力并不会增加承重鋼索材料的消耗，因为在外荷載作用下，預应力穩定索起卸荷作用，这也就減少了預应力的数值，因而承重索所受到的荷載就減少了。美国雷里运动場的屋盖就是鞍形屋盖的例子。（二）混合式悬掛屋盖結構：这种結構系由剛性构件和高强張拉鋼索所組成，鋼索用来增加大跨度剛性构件的支承，这种結構和悬桥的工作相似。1958年布魯塞尔博覽会中的苏联館就是混合式悬掛屋盖結構的典型例子。利用鋼絲張拉而成的屋盖亦屬此类。鋼絲張拉的屋盖是用鋼絲沿着建筑物的縱長方向按要求的距离張拉于屋架上面作为標条，将屋面荷重傳給屋架。（三）鋼筋混凝土悬掛薄壳結構：这种屋盖与鋼筋混凝土薄壳相似，所不同的是壳体采用了連續的預应力鋼索網配筋，且壳面由压力轉換成拉力。施工时，先用預应力做成張紧的悬索網，然后掛上模板再澆混凝土。这种屋盖剛性較大，且不需模板支撐，故施工甚为方便，也很經濟。悬掛薄壳除承受屋面荷載以外，还可起增强屋盖穩定的作用。悬掛薄壳結構完全克服了一般薄壳結構在施工上所存在的缺点。这种結構应当更多的研究和重視，今后它将会得到广泛的应用。

* 高斯曲率即为曲面两个方向曲率之乘积。上凸和下凹的屋盖，其两个方向的曲率符号恒同，其乘积永为正值，故屬正高斯曲率的曲面。

根据屋面所用材料的不同，悬掛屋盖結構又可以分为輕型的和重型的两类。輕型屋盖系用輕型的屋面材料做成。如木板、涂有防水层的瓦楞鋼板、塑料及瓦楞鋼板、有輕質混凝土面层的混合板及輕混凝土或矽酸盐材料預制板等皆为輕型屋面的材料。这种屋盖只有防雨防晒作用，且屋面容易变形，稳定性較差，为了保証屋盖稳定，需加稳定悬索。所謂混合板屋面就是先将瓦楞鋼鋪板鋪在悬索網上，然后再澆一薄层輕質混凝土。这种屋面可以不用任何模板，有很大的承載能力，故可大大地增加鋼索間距，且可減少鋼索及錨固点的数目，非常經濟。直接把預制的混合板鋪上也可，但需要灌縫。重型屋盖是用預制鋼筋混凝土板或混合板构成。这种屋盖比較稳定，抗风能力强，有很好的保温性能。

应当指出，悬掛屋盖結構虽有許多独特的优点，通过十多年来的实践和应用証明了它有广闊的发展前途，但是对这种結構的研究目前还是不够，許多問題尚需待实验与实践来証实、解决。就目前來說，保証这种結構的稳定性和剛度是一个特殊重要的課題。必須在最近一个时期内就这个問題作深入而仔細的研究，探索保証稳定性与剛度的有效措施，并拟定出其計算方法。我国于1958年末开始悬掛屋盖結構的研究。同济大学曾在一个圓形学生飯厅的設計方案中考虑采用形如臥置自行車輪的圓形双层悬索屋盖結構。以后，建筑工程部建筑科学研究院与北京市城市規劃局設計院合作結合某工程对鞍形悬索屋盖結構进行过研究，屋盖的形状与美国雷里运动場相同。但屋面系鋪設鋼筋混凝土預制板。以后建筑工程部建筑科学研究院又对圓形双层悬索屋盖結構进行了研究。屋盖上鋪設加气矽酸盐預制板。最近正在兴建一个直徑为15m的試驗性建筑。当前，迅速在我国建造一些采用悬掛屋盖結構的建筑物是很必要的，因为只有这样，才能使工程技术人员从施工实践中获得必要的經驗，从而大胆地在今后工程建設中日益广泛地发展和运用这种新型結構。

本文由朱振德、叶耀先根据下列文献写成：

- (1) К. Карташова Висячие покрытия общественных зданий "Архитектура СССР" 1957 , № 5 .
- (2) Frei Otto Das Hangende Dach S. 9 —14.
- (3) Dachy Wiszace Architektura 1959, № 3 .

二、設計計算理論

1. 用張緊懸索或懸掛杆件組成的抗彎屋蓋結構

引言

人們曾經多次試探，企圖把大跨度屋蓋結構所承受的垂直荷重不用普通方法經實腹樑條和桁架傳給支柱，而將其作為作用於無抗彎剛度的承重索的橫向荷載。這種懸掛結構的優點在於能使結構各部分的材料得到較充分和較好地利用，同時由於採用了高強鋼材，能使結構重量大為減輕。目前已建造很多這類結構的試點工程，特別是在美國，既建造過並列承重索的單曲懸索屋蓋結構，亦建造過相對彎曲的鞍形屋蓋結構，後者是由兩組縱橫方向交叉（並接觸）的承重索系所組成。

但是，這類結構的設計和施工的經驗證明，只有選用易於變形的薄塑料屋面或金屬屋面時，才宜採用這種缺乏抗彎剛性的結構，這種屋蓋只有防雨遮陽的作用。在鋼索懸掛屋蓋上面鋪蓋符合保溫要求的預制板的試驗至目前為止仍常導致失敗的結果。其主要原因是由於因溫度變化及風、雪荷載所引起的屋蓋變形的幅度較大，致使屋面出現裂縫而不密實。為了防止在若干情況下屋蓋產生的振動和擺動現象，安設垂直或傾斜的拉索是很必要的。

因此，只有解決了下述問題，懸掛屋蓋結構才能得到發展。

1. 經濟合理地解決索的錨固問題；
2. 減少承重屋蓋結構的變形幅度，使其保持為容許的最小值。

現在從我們設計的一系列不同的結構方案中提出下述較為突出的方案加以詳細介紹。

有封閉外環的張緊懸索或懸掛杆件結構

1. 承重系統及構造特點

圖1示兩個在同一平面內的錨固環 a 和 b ，其間用輻射圓鋼筋或鋼索 c 互相連接，這個平面的懸掛結構放在另一個懸掛結構之上，因此稱為雙層懸掛結構*，後者內錨固

* 譯注：“Gekoppelte Hängewerk”直譯應為“組合懸掛結構”，為了更明確起見，意譯為“雙層懸掛結構”。

环 d 的位置較低，用輻射向的傾斜的圓鋼筋 e 与外錨固环 a 相連系。上下两个錨固环 b 和 d 則采用豎杆或斜杆 g 来連接。当采用輻射圓鋼筋时，在其两端做好螺紋并用螺帽擰住作为錨固。根据所复盖的建築物的平面形状的不同，錨固环亦可为橢圓形或多角形的（图 2、3）。所需屋面坡度可用斜坡屋面或用錐形或球形的平坦屋面来构成。

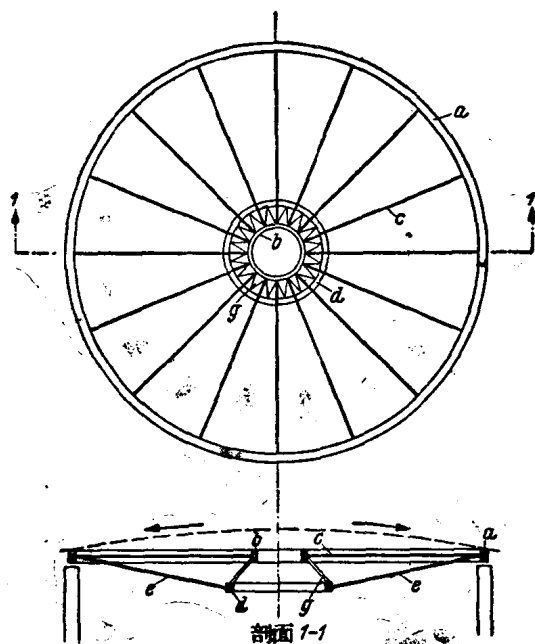


图 1 帶球形屋頂的下面支固的圓形支杆懸掛結構

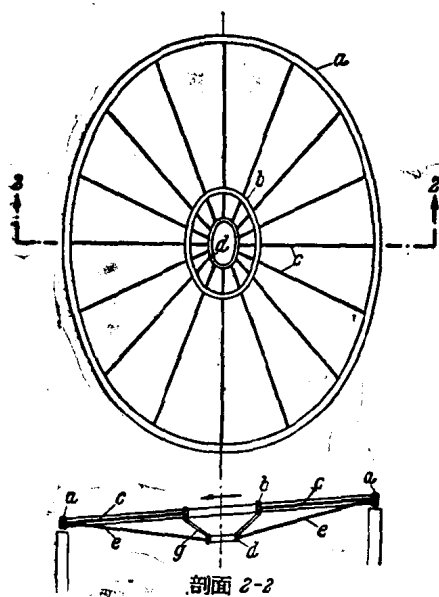


图 2 橢圓形下張式懸杆結構(單斜坡屋面)

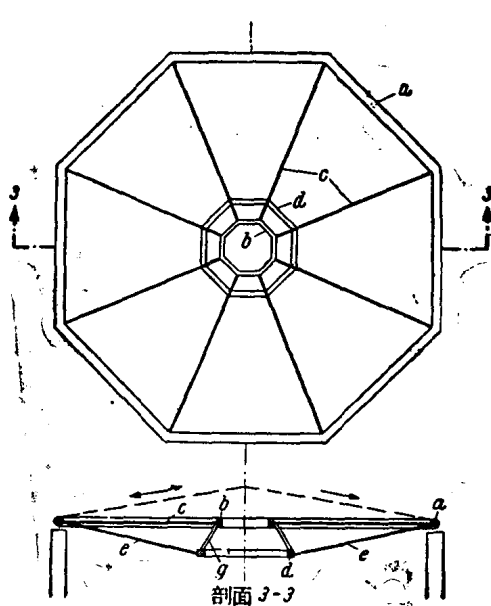


图 3 外环为八角形的下張式懸杆結構

由于設置了大量的輻射杆件，因而減少了外压环的縱向压曲自由長度，同时，不再需要附加的中間承重部件，即可很方便的安上吸声或隔热板。

2. 計算公式的推导

計算公式的推导系按图 4 所示的計算簡图进行。所用符号意义如下：

l_0 ——圓形懸掛杆件結構的外環直徑或跨度；

f ——懸掛結構的矢高，計算中可假定為 $\frac{l_0}{20}$ ；

s_2 ——懸掛結構下層輻射杆件的長度；

m ——輻射圓鋼筋或鋼索的數目；

F_1 ——懸掛結構中上層輻射杆件的截面積；

F_2 ——懸掛結構中下層輻射杆件的截面積；

F_r ——上、下層輻射杆件共用的外錨固環的截面積；

q ——每平方米投影面積的屋面荷重；

q_0 ——一根輻射杆件上的三角形荷重的最大值；

H_1 ——懸掛系統的上層輻射杆件作用於外環和內環的水平力；

H_2 ——懸掛系統的下層輻射杆件作用於外環和內環的水平力；

X ——由於下層懸掛杆件的曲折對上層懸掛系統起支托作用的壓力；

K ——外錨固環中的壓力；

E ——輻射圓鋼條的彈性模量；

E_r ——錨固環鋼材的彈性模量。

如採用 m 根輻射杆件，則作用在一根輻射杆件水平投影面上的最大荷重值 q_0 為：

$$q_0 = q \frac{l_0 \pi}{m} \quad (1)$$

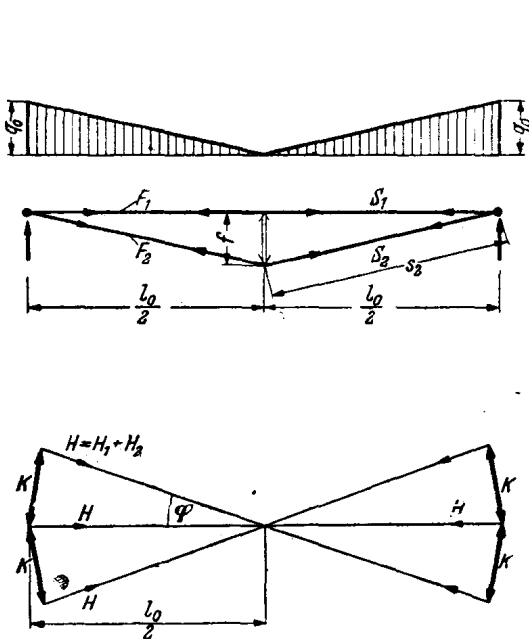


图 4 靜力系統示意图

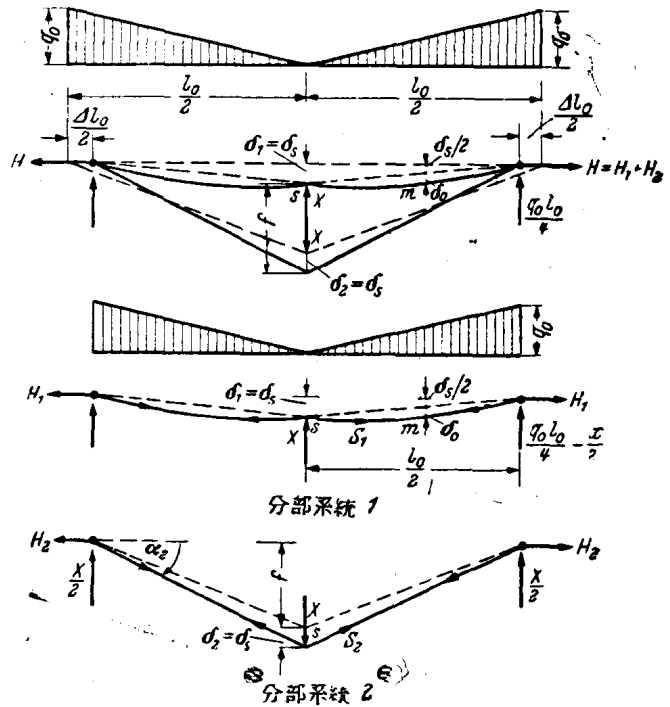


图 5 系統變形和分解為部分系統的示意图

在外环内产生的压力为:

$$K = \frac{H_1 + H_2}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{H_1 + H_2}{2 \sin \left(\frac{180^\circ}{m} \right)} \approx (H_1 + H_2) \frac{m}{2\pi} \quad (2)$$

图 5 所示的分部系统 (Teilsystem) (1) 和 (2) 应当满足下列变形协调条件:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_s \quad (3)$$

由于外环的弹性缩短而引起的悬挂结构跨度 l_0 的改变 Δl_0 , 可由下式计算:

$$\Delta l_0 = \frac{K l_0}{E_r F_r} = (H_1 + H_2) \frac{m l_0}{2\pi E_r F_r} \quad (4)$$

a) 分部系统 (1) 的关系式 (图 5)

在分部系统 (1) 上, 应满足两个条件:

$$M_s = 0 \quad (5) \quad \text{和} \quad M_m = 0 \quad (6)$$

考虑到垂度 δ_s 和在 $1/4$ 点 m 处产生的附加垂度 δ_0 后, 由式 (5) 和 (6) 可得下列关系:

$$H_1 = \frac{l_0}{4\delta_s} \left(\frac{q_0 l_0}{6} - X \right) \quad (7)$$

和

$$H_1 \left(\frac{\delta_s}{2} + \delta_0 \right) = \frac{l_0}{8} \left(\frac{7q_0 l_0}{24} - X \right) \quad (8)$$

由此即可求得*:

$$H_1 = \frac{q_0 l_0^2}{64 \delta_0} \quad (9)$$

比较公式 (7) 和 (9) 得:

$$\delta_0 = \frac{3}{8} \left(\delta_s + \frac{X l_0}{4 H_1} \right)^{**} \quad (10)$$

或

$$\delta_0^2 = \frac{9}{64} \left(\delta_s^2 + \frac{X l_0}{2 H_1} \delta_s + \frac{X^2 l_0^2}{16 H_1^2} \right) \quad (11)$$

辐射杆件的原始长度 l_0 , 垂度 δ_0 和 δ_s 及跨度缩短 Δl_0 之间存在下列关系:

译注: * 由 (7) 得: $l_0 X = 4 H_1 \delta_s - \frac{q_0 l_0^2}{6}$, 由 (8) 得: $l_0 X = 4 H_1 \delta_s + 8 H_1 \delta_0 - \frac{7 q_0 l_0^2}{24}$, 令上述两式相等即得式 (9)。

** 由 (9) 得: $\frac{q_0 l_0^2}{24} = \frac{8}{3} \delta_0 H_1$ 代入 (7) 得: $H_1 = \frac{8}{3} \frac{\delta_0 H_1}{\delta_s} - \frac{l_0 X}{4 \delta_s}$

$$\therefore \delta_0 = \left(H_1 + \frac{l_0 X}{4 \delta_s} \right) \cdot \frac{3}{8} \frac{\delta_s}{H_1} = \frac{3}{8} \left(\delta_s + \frac{X l_0}{4 H_1} \right)$$

$$\Delta s_1 \sim 2 \frac{\delta_s^2}{l_0} + \frac{512 \delta_0^2}{45 l_0} - \Delta l_0^* \quad (12)$$

但因 $s_1 \sim H_1$ (13)

故 $\Delta s_1 \sim \frac{H_1 l_0}{EF_1}$ (14)

b) 分部系统 (2) 的关系式 (图 5)

对于分部系统 (2) 首先有下列关系:

$$\sin \alpha_2 = \frac{f + \delta_s}{s_2 + \Delta s_2} \sim \frac{f + \delta_s}{s_2} \quad (15)$$

和 $S_2 = \frac{X}{2 \sin \alpha} \sim \frac{X s_2}{2(f + \delta_s)}$ (16)

由条件 $M_s = 0$

对于分部系统 (2) 得:

$$H_2 = \frac{X l_0}{4(f + \delta_s)} \quad (18)$$

半根下层辐射杆件长度 s_2 的伸长 Δs_2 为:

译注: * 在三角形分布荷载作用下, 索的方程式为: $y = \frac{q_0 l}{6} x - \frac{q_0 x^3}{6 l}$

当 $x = \frac{l}{2}$ 时, $y = \delta_0$, 故 $\delta_0 = \frac{q_0 l^2}{16}$

此时, 曲线长为:

$$\frac{s_1'}{2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = l + \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0 x^2}{2 l}\right)^2 dx$$

$$= l \left(1 + \frac{q_0^2 l^2}{90}\right) = l \left(1 + \frac{256}{90} \frac{\delta_0^2}{l^2}\right)$$

$$\text{但 } l = \sqrt{\left(\frac{l_0 - \Delta l_0}{2}\right)^2 + \delta_s^2} = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta_s}{\frac{l_0 - \Delta l_0}{2}}\right)^2\right] \cdot \frac{l_0 - \Delta l_0}{2}$$

$$= \frac{l_0 - \Delta l_0}{2} + \frac{\delta_s^2}{l_0 - \Delta l_0}$$

$$\therefore \frac{s_1'}{2} = \left(\frac{l_0 - \Delta l_0}{2} + \frac{\delta_s^2}{l_0 - \Delta l_0}\right) \left(1 + \frac{256}{90} \frac{\delta_0^2}{\frac{l_0^2}{4}}\right) = \frac{l_0 - \Delta l_0}{2} + \frac{\delta_s^2}{l_0 - \Delta l_0} +$$

$$+ \frac{256}{45} \frac{\delta_0^2}{l_0^2} (l_0 - \Delta l_0) = \frac{l_0}{2} - \frac{\Delta l_0}{2} + \frac{\delta_s^2}{l_0} + \frac{256}{45} \frac{\delta_0^2}{l_0}$$

$$\Delta s_1 = s_1' - s_1 = l_0 - \Delta l_0 + \frac{2 \delta_s^2}{l_0} + \frac{512}{45} \frac{\delta_0^2}{l_0} - l_0 = \frac{2 \delta_s^2}{l_0} + \frac{512 \delta_0^2}{45 l_0} - \Delta l_0$$

$$\Delta s_2 = \frac{\delta_s^2}{2s_2} + \frac{f}{s_2} - \delta_s \frac{l_0}{4s_2} \Delta l_0^* \quad (19)$$

及

$$\Delta s_2 = \frac{S_2 s_2}{EF_2} \sim \frac{X s_2^2}{2(f + \delta_s) EF_2} \quad (20)$$

令上列两式相等，并引用公式(4)得：

$$\frac{\delta_s^2}{2s_2} + \frac{f}{s_2} \delta_s - (H_1 + H_2) \frac{m l_0^2}{8\pi s_2 E_r F_r} = X \frac{s_2^2}{2(f + \delta_s) EF_2} \quad (21)$$

由(7)和(18)得

$$H_1 + H_2 = -\frac{l_0}{4} \left[\frac{1}{\delta_s} \left(\frac{q_0 l_0}{6} - X \right) + \frac{X}{(f + \delta_s)} \right] \quad (22)$$

代入(21)式内得：

$$X = \frac{\left[\delta_s^2 + 2f\delta_s - \frac{q_0 m l_0^4}{96\pi E_r F_r \delta_s} \right] (f + \delta_s)}{\frac{s_2^3}{EF_2} - \frac{m l_0^3 f}{16\pi E_r F_r}} \quad (23)$$

令公式(12)与(14)相等，并引用公式(11)和(4)得：

$$\frac{18\delta_s^2}{5l_0} + \frac{X}{5H_1} \left(4\delta_s + \frac{Xl_0}{4H_1} \right) - \frac{H_1 l_0}{EF_1} - (H_1 + H_2) \frac{m l_0}{2\pi E_r F_r} = 0 \quad (24)$$

因为 q_0 、 l_0 、 f 、 s_2 、 m 、 E 、 E_r 、 F_1 、 F_2 、 F_r 是已知的，故在假定 δ_s 后即可算得相应的 X 值^{**}。其相应的 H_1 和 H_2 值可自公式(7)和(18)求得。那些满足公式(24)的数值组 δ_s 、 X 、 H_1 、 H_2 即为所求之解。垂度 δ_0 可由公式(9)或(10)求出。

对于 $\Delta l_0 = 0$ 的特殊情况，此时 $F_r = \infty$ 、 $E_r = \infty$ 可得简化公式：

$$X = \frac{EF_2}{s_2^3} [\delta_s^2 + 3f\delta_s + 2f^2] \delta_s \quad (25)$$

$$\frac{18\delta_s^2}{5l_0} + \frac{X}{5H_1} \left[4\delta_s + \frac{Xl_0}{4H_1} \right] - \frac{H_1 l_0}{EF_1} = 0 \quad (26)$$

应力核算按下列公式进行：

$$\sigma_1 \sim \frac{H_1}{F_1} \quad (27)$$

译注：* $\Delta s_2 = \sqrt{(f + \delta_s)^2 + \left(\frac{l_0 - \Delta l_0}{2} \right)^2} - s_2 = \sqrt{f^2 + 2f\delta_s + \delta_s^2 + \frac{l_0^2}{4} + \frac{l_0 \Delta l_0}{2} + \frac{\Delta l_0^2}{4}} - s_2$

但 $s_2^2 = f^2 + \left(\frac{l_0}{2} \right)^2$

故 $\Delta s_2 \sim \sqrt{s_2^2 + 2f\delta_s + \delta_s^2 - \frac{l_0 \Delta l_0}{2}} - s_2 = s_2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2f\delta_s}{s_2} + \frac{\delta_s^2}{s_2^2} - \frac{l_0 \Delta l_0}{2s_2^2} \right) \right] - s_2$
 $= \frac{\delta_s^2}{2s_2} + \frac{f\delta_s}{s_2} - \frac{l_0}{4s_2} \Delta l_0$

^{**} 这里系指代入公式(23)而言。

$$\sigma_2 = \frac{S_2}{F_2} \sim \frac{X_{S_2}}{2(f + \delta_s)F_2} \quad (28)$$

和

$$\sigma_r = \frac{k \cdot \omega}{F_r} = \frac{(H_1 + H_2)m \cdot \omega}{2\pi F_r} \quad (29)$$

由表 1 和图 6 所示的计算结果可知, 由荷重 q 、 $2q$ 、 $3q$ 所引起的上下层辐射杆件内的应力 σ_1 、 σ_2 以及外环的应力 σ_r 之间不存在比例关系。同样, 对变形增长亦是如此。

第一行所列的荷重 $0.4q$ 相当于静荷载部分。与静荷重 $0.4q$ 和使用最大荷重 q 对应的悬挂屋盖结构在 m 点垂度的变化可由第 2 和第 1 行数值之差求得。

$$\Delta\delta_m = 38.37 - 27.16 = 11.21 \text{ cm} = \frac{l_0}{268}$$

最大可能的变形值可由考虑大约有 $0.2q$ 的向上作用的风吸力而求得。

$$\max \Delta\delta_m = \frac{l_0}{170}$$

此值对屋面之作用尚不致有害, 它是由 q 和 $0.2q$ 荷重时的变形差值求得。

(表 1、表 2 及图 6)。

3. 数 例

$$l_0 = 30 \text{ m}, \quad f = \frac{l_0}{20} = 1.5 \text{ m}, \quad m = 54$$

$$q = 0.15 \text{ t/m}^2, \quad q_0 = 0.262 \text{ t/m},$$

$$F_r = 200 \text{ cm}^2 \text{ (St 24/37)}, \quad F_1 = F_2 = 5.08 \text{ cm}$$

表 1

行数	荷重	δ_s	δ_0	δ_m	X	H_1	H_2	$H_1 + H_2$	K	σ_1	σ_2	$\frac{\sigma_r}{\omega}$
		cm			t					kg/cm ²		
1	$0.4q$	5.74	24.29	27.16	6.065	0.477	2.299	8.365	72	1,193	454	360
2	$1.0q$	12.05	32.34	38.37	11.390	1.127	5.216	16.606	143	2,240	1,032	715
3	$2.0q$	20.39	41.22	51.42	17.876	2.134	9.393	27.269	234	3,514	1,856	1,170
4	$3.0q$	27.30	46.18	59.83	23.929	3.059	12.940	36.869	317	4,700	2,560	1,585

表 2

特例: $\Delta l_0 = 0$												
行数	荷重	δ_s	δ_0	δ_m	X	H_1	H_2	$H_1 + H_2$	K	σ_1	σ_2	$\frac{\sigma_r}{\omega}$
		cm			t					kg/cm ²		
a	$1.0q$	7.82	30.25	34.16	1.183	12.179	5.622	17.801	153	2,395	1,113	765
b	$0.0q$	14.05	37.73	44.75	2.254	19.529	10.305	29.834	256	3,840	2,036	1,280
c	$3.0q$	19.20	40.36	49.96	3.228	27.388	14.312	41.700	359	5,380	2,830	1,795