数学分析的数値方法

Ш. Е. 米凱拉德捷著

科 學 出 版 社

數學分析的數值方法

Ш. Е. 米凱拉德捷著
童勤謨 方侃譯

科 學 出 版 社

Ш. Е. МИКЕЛАДЗЕ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1953

內容提要

全書共分十九章，其中主要是以內插法爲基礎講述了數價微分和數值積分（單積分，重積分）的各種公式，書中也相應地提到了契伯舍夫的至善(最佳)逼近理論、正交多項式、富氏級數、最小二乘法、經驗公式等等。總的說來，本書可作爲要攻讀微分方程的數值積分的讀者的一個前階。

數學分析的數值方法

原著者　〔蘇聯〕Ш. E. 米凱拉德捷
翻譯者　童勤謨　方侃
校訂者　陳詩華　王柔懷
出版者　科學出版社
北京朝陽門大街117號
北京市書刊出版業營業許可證出字第061號
印刷者　上海中科藝文聯合印刷廠
總經售　新華書店

1957年5月第一版　書號：0777　字數：537,000
1957年5月第一次印刷　開本：850×1168 1/32
(滬)0001—4,775　印張：20 3/8　插頁：3

定價：(11)4.70元

作者爲中譯本所寫的序言

當我知道中國的讀者能够以自己祖國的語言來介紹我的書“數學分析的數値方法”的內容時，我並不是沒有一些興奮和喜悅的.

在中國，有着數千年來對科學中各個領域所形成的興趣以及蓬勃發展的技術和工業的需要，使我可以期待着本書會有很多的讀者.

請中國讀者們注意，這書主要是探討函數的逼近問題以及數値微分和數値積分的公式的構成問題．利用在書中所敍述的觀念和公式便可得出解自然科學和技術的現代複雜問題的數學方法，這些問題是物理學者、工程師和設計師每日在解特殊問題的途徑中需要碰到的.

隨着本書之後，我還想出版一本書，該書的目的便是對在“數學分析的數値方法”中所觸及的問題的一個自然的接續，而在某些情況下，也給出這些問題的邏輯的完成.

在我的那本即將付印的書中，將敍述代數的和超越的數値方程的根的求法，差分方程的解法以及積分方程，常微分方程和偏微分方程的數値解法.

在這個中文版中，與俄文版所不同的是在其中改正了在本書出版以後爲我所注意到的一些刋誤和一些缺點.

中國讀者的所有批評性意見和希望，作者都將是以感激的心情來對待的，作者不僅認爲這些意見和希望是使本書在以後的各版中更臻完善的一種材料，並且也認爲它們是深切關心作者的著作的一個明證.

Ш. 米凱拉德捷

梯比里西 1955年12月13日

原　序

在本書內敍述了數值分析的那些部門，它們是還在古典數學分析的範圍之內就形成起來的．在書中給出內插公式的很多變形；這些變了形的內插公式能使我們作出函數的數值積分和數值微分的新公式，且在以後可用來敍述邊值問題和關於特徵值問題的數值解的方法．

書中關於函數的數值積分和數值微分的這兩章，大部分是依據在格魯吉亞蘇維埃社會主義共和國科學院數學研究所所進行的近似分析的研究．

在本書中也講述富立葉級數、正交多項式、平方逼近、經驗公式以及其他等等知識，並且講到這樣的程度，就是：依我們看來，這是對於從事使用數值方法於數學物理方程的積分的人們所必需的．

在最近將來，作者擬再寫一本講述微分方程的數值積分問題的書．

本書是爲科學工作者、研究生以及所有有志將數學應用到工程問題上去的人們而寫的．

最後，作者對 A. M. 拉茲馬德捷數學研究所的初級研究員 Д. A. 金克拉德捷表示感謝，他做了爲作表所必需的大部計算．

Ш. 米凱拉德捷

梯比里西　1952 年 12 月

譯者序

本書作者米凱拉德捷同志對數值計算的理論與實際方面都有多年的研究，在本書出版以前，他曾寫了“偏微分方程的數值積分法”(1936)和“內插法的理論與實際”(1946，格魯吉亞文)兩書．正如他在原書序言以及爲中譯本所寫的序言中所說，他還準備寫一本關於微分方程的數值解法的書．本書所述及的是近似方法的古典問題，好像是爲微分方程的數值解法作準備的．全書共分十九章，按其內容來說，可分成下面五個部分：

1. 有限差分與有限和(第一章——第四章，第十九章)，
2. 內插法與數值微分(第六章，第十章——第十二章)，
3. 數值積分與求和(第十三章——第十六章)，
4. 逼近法與最小二乘法(第五章，第七章——第九章)，
5. 關於多變量函數的內插法、數值積分與求和(第十七章，第十八章)．

本書主要是討論函數的逼近問題以及數值微分和數值積分的公式．第六章是討論點內插公式的，在那裏給出了古典的牛頓公式和拉格朗日公式，並給出了這些公式的很多變形．然後在第十二章和第十三章中，作者將所處理的函數以合適的內插多項式來代替而引出數值微分和數值積分的公式．

俄羅斯和蘇聯的數學家們歐拉、契伯舍夫、馬爾柯夫、斯捷克洛夫、克雷洛夫、別茵斯坦、坎托洛維契、劉史捷爾尼克等等都曾從事探討數值積分問題並有深刻的研究：本書中對於這些數學家在這方面的工作都或多或少地給予敘述．

在實用上，常常遇到反常積分(瑕積分)的數值計算，書中提到了克雷洛夫法和坎托洛維契的奇點分出法．

在討論逼近問題時，必須知道逼近的性質(快慢)和準確的程度

(估計誤差),其次還要考慮對實際應用是否方便. 作者很着重這一些,在推導出每個近似公式的同時,都談到收斂問題,對剩餘項作出估計以及指出關於合適應用公式的一些注意.

契伯舍夫創立了最優的逼近理論,別茵斯坦進一步發展了它.這個理論對逼近方法的理論是具有深刻的原則性意義的,並對逼近方法的收斂性及準確程度的問題提供了新的線索.書中對最優的逼近、平方逼近以及三角多項式的收斂都有簡短的敍述.

作爲調和分析的基礎,書中述及富立葉級數和正交多項式(第八章). 我們知道,在用級數求解數學物理方程時,常常要求級數迅速收斂,如果級數收斂緩慢,則設法改善它.作者在本章中敍述了克雷洛夫改善三角級數收斂性的異點分離法.作爲正交多項式的一個例子,書中詳述了勒讓達多項式,並給出它在近似計算積分時的應用.

在求和問題與多重積分(主要是二重積分)的近似計算問題上,作者用了一百多頁的篇幅,因而這一部分的材料是很豐富的.

很顯然,本書並不是將數值計算的各個方面都詳盡無遺的講到.例如,書中就沒有提及代數方程和線性方程組的近似解法,而關於經驗公式也講得很簡略. 其次,本書在敍述上雖有些地方稍偏重於理論(如第七章),有些公式的係數數值不大切合實用(如關於第十二章的數值微分公式),當然我們也不應把本書當作數值計算的"萬應靈方大全",認爲在實際工作中所碰到的本書所講過的範圍內的數值計算問題,都可在書中查到相應的解法.

總之,本書在取材上雖稍有所偏,但仍不失爲一本關於數值計算的有用參考書.

在蘇聯,由於力學和物理學的發展以及在共產主義建設事業中新穎技術的採用,近似計算這門學科有大量的科學工作者在從事研究,他們對這一領域的理論與實際方面已有很多創造性的成就.在我們祖國,隨着社會主義建設的蓬勃開展,爲了實際的需要,也是愈來愈多的數學家注意到近似方法這門學科. 毫無疑問,在近似計算這一學科中,與其他學科一樣,在最近將來,必定會開出美麗的花朵,

結出良好的果實.

我們深切感謝作者從遙遠的梯比里西給我們寄來爲中譯本所寫的序言以及勘誤表. 我們已按照此表改正了原著的排印錯誤. 但譯者翻譯本書是作爲一種學習來做的,各方面的知識都很不够,因而誤譯之處,想來難免,敬望讀者隨時指正.

譯 者

1955 年 12 月於北京郵電學院

目　　錄

第　一　章

有　限　差　分

§ 1. 各階差分. 差分表

設函數 $f(x)$ 對於一串點 $a+\nu h(\nu=0, 1, \cdots, n)$ 的值:

$$f(a),\ f(a+h),\ \cdots,\ f(a+nh)$$

是已知的. 表達式

$$\Delta f(a+\nu h)=f(a+(\nu+1)h)-f(a+\nu h)$$

叫做函數 $f(x)$ 在點 $a+\nu h$ 處的第一階有限差分, 或簡稱一階差分.

例如:

$$\Delta f(a)=f(a+h)-f(a),$$
$$\Delta f(a+h)=f(a+2h)-f(a+h),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\Delta f(a+(n-1)h)=f(a+nh)-f(a+(n-1)h).$$

一階差分的一階差分叫做第二階差分或二階差分:

$$\Delta^2 f(a+\nu h)=\Delta[\Delta f(a+\nu h)]=$$
$$=\Delta f(a+(\nu+1)h)-\Delta f(a+\nu h).$$

例如:

$$\Delta^2 f(a)=\Delta f(a+h)-\Delta f(a),$$
$$\Delta^2 f(a+h)=\Delta f(a+2h)-\Delta f(a+h)$$

等等.

二階差分的一階差分叫做三階差分並記作

$$\Delta^3 f(a),\ \Delta^3 f(a+h),\ \cdots,\ \Delta^3 f(a+(n-1)h),$$

一般說來, 第 n 階差分定義爲