

超声工业测量技术

同济大学声学研究室

上海人民出版社

超声工业测量技术

同济大学声学研究室

上海人民出版社

超声工业测量技术

同济大学声学研究室

上海人民出版社出版

(上海绍兴路5号)

新华书店上海发行所发行 上海新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 16.5 字数 394,000

1977年9月第1版 1977年9月第1次印刷

统一书号: 15171·298 定价: 1.05 元

序 言

无产阶级文化大革命是使我国社会生产力发展的一个强大推动力。在伟大领袖毛主席“抓革命、促生产、促工作、促战备”的方针指引下，我国各条战线的形势一片大好，工业生产的发展日新月异，自动化水平不断提高，各种新的自动测量与控制技术不断出现。超声工业测量技术也是其中之一，在我国发展较快，应用较广，取得了不少成就。为了适应形势发展的需要，促进超声工业测量技术进一步推广应用，我们应上海人民出版社的要求，根据国内有关的生产与科研单位的实践经验，参考国外在这方面的发展情况，经过分析、整理、编写成这本《超声工业测量技术》。

本书编写时力求尽可能地适应较多读者对象的需要。不仅为初学者提供入门知识，对超声专业人员也能有所帮助。在编写内容上，以介绍国内超声工业测量技术的应用与研究为主，但由于超声工业测量技术的应用种类很多，无法在书中一一详细介绍。本书只选择六类典型应用，分别在第三章至第八章进行介绍，这些内容都较为具体、实用。而本书第一章和第二章还分别介绍了超声工业测量技术所必须的基本原理和换能器技术。在这两章的编写方法上则力求以阐明物理概念为主，尽可能减少繁琐的数学推导，但是对初学者来说，可能会遇到一些困难。因此，在阅读方法上，建议读者根据自己的需要，可以先选读书中部分章节内容，再结合实际工作进一步查阅有关的基本原理部分。为了使要求深入的读者能够进一步查考，在本书各章后都附有一些主要参考书籍和文献。

由于我们对马列主义、毛泽东思想学习不够，又加上编写水平有限，无论在取材内容或编写方法等方面都难免存在一些缺点和错误，我们热忱欢迎广大读者提出意见、批评指正。

在本书编写过程中，不少兄弟单位提供了许多宝贵意见和资料。上海超声波仪器厂、上海工业自动化研究所、上海材料研究所、上海市计量局、上海自动化仪表三厂、成都仪器厂等单位还承担了本书有关章节的审校工作，在此一并表示感谢。

本书脱稿时间是一九七四年冬，因此未能包括近几年的成就。

同济大学声学研究室《超声工业测量技术》编写组

一九七七年六月

绪 言

声波是机械波，是机械振动在媒质中的传播过程，其频率在十余赫到万余赫的范围内，可以引起听觉，常叫可闻声波；更低频率的机械波叫做次声波；更高频率的机械波叫做超声波。

但是，在超声技术的某些应用中，可以选用的声波频率原则上不一定要限于超声频率的范围，有时可以选用较低（如几千赫）的频率。因此，从为生产直接服务的角度来看，就不必过分拘泥于超声波频率范围的下限。

正如毛主席教导的那样，“理论的基础是实践，又反过来为实践服务”。超声学也是一门从生产实际应用中发展起来的学科，它已有几十年的历史。涉及的应用范围非常广泛。可是归纳起来，超声应用无非是两大类：第一类是超声加工和处理技术；第二类就是超声检测与控制技术，而其他超声理论和实验工作，实际上都是为这两类应用服务的。

超声加工和处理技术是利用高强度超声波来改变物质的性质和状态的技术。超声钻孔、清洗、焊接、粉碎、凝聚、萃取、催化等都是这类技术中的典型应用。

超声检测与控制技术是利用较弱的超声波来进行各种检验和测量，必要时可以进行自动控制的技术。在检验技术方面，典型的应用就是超声探伤和超声检漏等等。在测量技术方面，媒质的许多非声学特性和媒质的某些状态参量都可用超声方法来加以测定，通常称为超声工业测量技术，这就是本书所要叙述的主要内容。而如果把超声检测与控制技术作更广义的理解，那么它还可包括超声器件（如机械滤波器、压电振子、超声延迟线等）和利用媒质声学特性来探索媒质微观结构的分子声学。

不论是超声加工处理技术或超声检测与控制技术，都要涉及到超声波的产生和接收，这就是所谓超声换能器技术。换能器的材料是具有关键意义的问题。从超声技术发展的历史来看，自从人工制造的压电陶瓷等换能器材料出现后，由于性能优良，价格便宜，使得超声的应用能够有迅速的开展和推广。同时，换能器的结构设计也是一个重要问题，解决得好，就能够充分发挥换能材料的性能，满足实际应用的要求。

不论是超声波的应用或超声换能器的设计都要涉及到超声波的传播理论；也都要用到超声波的某些效应和作用；而为了定量地进行研究就离不开超声量的测量问题。因此这三方面内容就成为超声学理论和实验的基础。超声应用的发展促进了这些基本问题的研究，而这些基本问题方面的成就又进一步指导了超声应用技术的发展。

超声工业测量和超声工业检验，这两门技术同属于超声检测与控制，二者关系极为密切。例如超声液位技术和超声探伤技术只是检测目的和对象有所不同，从技术原理上说几乎完全相仿。但是超声检测与控制技术和超声加工处理技术之间的区别则比较明显。从换能器角度来看，超声加工处理技术往往着重大功率的连续波超声发射换能器；而超声检测与控制技术则使用灵敏度很高、功率不大、能够产生和接收各种波型的超声换能器；从超声波的效应来看，超声加工处理技术的根据就是利用这些效应，因此对之非常重视，但在超声检

测与控制技术中却常要求避免产生强烈的超声效应;从超声量的测量来看,超声加工处理技术非常重视一些描述声场强弱的物理量(如声压、声强、声功率等)的测定;而超声检测与控制技术则着重在一些描述媒质超声传播特性的物理量(如声速、衰减、声阻抗等)的测定。

本书所要讨论的超声工业测量技术是超声检测与控制技术中的重要组成部分。它的基本原理就是利用在待测的工业非声量(如密度、浓度、强度、弹性、硬度、粘度、温度、流量、液位、厚度等)与某些描述媒质声学特性的超声量(如声速、衰减、声阻抗等)之间存在着的直接或间接关系,探索了这些关系的规律,就可以通过这些超声量的测定来测出那些工业上的非声量。由于超声工业测量技术在自动测量和控制方面具有一定的特色,近年来在我国获得了较为广泛的应用与研究。特别是无产阶级文化大革命以来,我国工人阶级在毛主席的“独立自主,自力更生”方针指引下,在应用超声工业测量技术方面也取得了一定成就。水电站几十米高的水库水位,可以用超声方法测量到 ± 1 厘米的误差;石油油罐液面的高度也可测量到 ± 1 毫米的误差;某些液体产品的比重,可用超声方法测量到万分之几的精度;极薄层厚度可以用超声方法来测定;超低温可以用超声温度计作为温度基准;难测流体的流量,也可用超声方法测量。此外,超声粘度计、超声硬度计等新设备也已经成批生产。这些充分证明我国工人阶级有着无穷无尽的智慧,他们是科学技术的主人。只要坚定不移地按着毛主席所指引的革命路线前进,超声工业测量技术的应用与研究就一定取得更大成就。

目 录

序 言

绪 言

第一章 超声波的基本原理	1
§ 1-1 引言	1
§ 1-2 质点的机械振动	1
§ 1-3 简单机械振动系统 力电类比	3
§ 1-4 平面声波的波动方程	7
§ 1-5 波动方程的动力学分析	9
§ 1-6 声阻抗率	13
§ 1-7 平面波的反射和折射	17
§ 1-8 辐射阻抗 球面波和柱面波的辐射	23
§ 1-9 超声波的衍射 远场衍射和近场衍射	25
§ 1-10 超声波的衰减、吸收和散射	28
*§ 1-11 刚性壁内流体中的制导波	32
*§ 1-12 有界固体中的制导波	36
§ 1-13 脉冲波传播的一些特点	42
§ 1-14 多普勒效应	44
§ 1-15 超声波的作用 超声量的测量	46
§ 1-16 超声工业测量技术的基本方法	48
第二章 超声波换能器	50
§ 2-1 引言	50
§ 2-2 压电效应	50
§ 2-3 压电材料	56
§ 2-4 压电石英换能器	58
§ 2-5 压电换能器的等效电路和导纳圆	60
§ 2-6 压电陶瓷换能器	64
§ 2-7 压电换能器探头结构和特殊部件	76
§ 2-8 磁致伸缩效应和磁致伸缩材料	77
§ 2-9 磁致伸缩换能器	81
§ 2-10 发射电路和接收电路	84
第三章 声速、衰减和声阻抗的测量及其在媒质特性分析上的应用	89
§ 3-1 引言	89
§ 3-2 声速测量方法	89
§ 3-3 测量传播时间的脉冲声速仪	93
§ 3-4 脉冲回鸣法	99
§ 3-5 脉冲回波透加法和重合法声速仪	101

§ 3-6	声速仪在媒质特性分析上的应用	105
§ 3-7	用测量衰减进行媒质特性分析的方法	110
§ 3-8	用测量阻抗进行媒质特性分析的方法	113
§ 3-9	本章小结	118
第四章	超声波粘度计	119
§ 4-1	引言	119
§ 4-2	超声测量粘度的基本原理	119
§ 4-3	磁致伸缩式超声粘度计	123
§ 4-4	磁致伸缩超声粘度计实例	130
§ 4-5	扭转石英式超声粘度计	133
§ 4-6	超声粘度计的应用	136
第五章	超声波测温技术	139
§ 5-1	引言	139
§ 5-2	超声波气温计	140
§ 5-3	测量低温的声学温度计	145
§ 5-4	石英温度计	148
§ 5-5	细线敏感元件的超声温度计	150
§ 5-6	声学测温的应用和发展	159
第六章	超声波测量流量	161
§ 6-1	引言	161
§ 6-2	超声波流量计声学原理	161
§ 6-3	超声波流量计的流体力学分析	163
§ 6-4	主要测量方法	165
§ 6-5	变换器的若干问题	170
§ 6-6	灵敏度和测量范围 各种超声波流量计的比较分析	173
§ 6-7	超声波流量计的修正 主要测量误差	174
§ 6-8	频差法超声波流量计的讨论和实例	179
§ 6-9	超声流量计的应用	181
第七章	超声波液位测量技术	184
§ 7-1	概况	184
§ 7-2	超声波脉冲回波式液位测量技术的基本方案	184
§ 7-3	声速校正问题	186
§ 7-4	液位测量的近限和远限 频率和换能器的选择	190
§ 7-5	接收放大电路问题	194
§ 7-6	测时电路 校正电路和显示电路	196
§ 7-7	液介式脉冲回波超声液位计	199
§ 7-8	气介式脉冲回波超声液位计	204
§ 7-9	固介式脉冲回波超声液位计	210
§ 7-10	连续测量液位的其他超声方法	211
§ 7-11	超声波定点式液面计	212
§ 7-12	界面计和料位计	215
§ 7-13	本章小结	218

第八章 超声测厚	221
§ 8-1 引言	221
§ 8-2 共振法测厚的声学原理	221
§ 8-3 共振式厚度计	223
§ 8-4 干涉式厚度计	228
§ 8-5 脉冲法测厚的基本原理	230
§ 8-6 超声脉冲式厚度计实例	231
§ 8-7 提高脉冲测厚仪性能的若干措施	235
§ 8-8 能测量薄层厚度的超声脉冲式厚度计	237
§ 8-9 超声测厚的现状与展望	242
附录 常用媒质的声学数据	245
1. 气体的声速	245
2. 气体的声吸收	246
3. 液体的声速	248
4. 液体的声吸收	250
5. 固体的声速	254
6. 固体的声吸收	256

第一章 超声波的基本原理

§ 1-1 引 言

毛主席教导说：“感觉到了的东西，我们不能立刻理解它，只有理解了的东西才更深刻地感觉它。”我们要掌握超声技术用来解决具体问题，对超声波的基本原理必须有较深入的了解。本章从超声工业测量的实际需要出发，对超声波的传播理论、超声波的作用机理和超声量的测量方法等方面的基本原理分清主次加以介绍。

超声波的传播原理既是超声检测技术的理论基础，也是超声换能器设计的理论根据，因此它是本章的主要内容。本章的最初几节先讨论机械振动和简单的机械振动系统，并介绍研究声振动和声波时常用的力电类比方法。然后以主要篇幅讨论超声波的传播原理，并且着重分析声速、衰减和声阻抗率三个基本概念及其计算公式。由于制导波在超声工业测量技术中还是比较常见的，所以也作了初步介绍。对于最常用的脉冲波的传播，亦专节讨论其传播特点。考虑到在超声流量计等情况中，声源、接收器和传声媒质之间存在着相对运动，因此对多普勒效应也作了阐述。

超声波的作用机理对超声处理技术来说是极为重要的，但对超声工业测量技术来说则关系并不太大。对于超声量的测量问题，在超声工业测量技术中主要关心声速、衰减和声阻抗率等几个描述媒质声学特性的物理量，其具体测量方法又将在今后各章中叙述。因此，对于这两个基本问题，我们仅用一节的篇幅作一简要叙述。

作为本章的最后一节，我们对超声工业测量技术的基本方法先作一原则性的介绍，以便读者在今后各章涉及具体应用技术之前，先有一个整体概念。

本章只着重在阐述一些主要概念和介绍一些重要公式，读者如需进一步了解超声波的基本原理，可参阅有关参考资料[1~4]。

§ 1-2 质点的机械振动

超声波是机械波，为了研究机械波，先得研究机械振动。物体在一定位置附近作来回往复的运动称为机械振动。整个物体的振动情况显然是物体上各质点的振动的总结果，因此，讨论机械振动应从最基本的质点机械振动开始。如果质点振动时的运动轨迹是在一条直线上，那就是直线振动。在复杂的振动情况下，运动轨迹可以是平面上的或空间的某一曲线，但按运动学的方法，可以把这种复杂振动认为是沿三个坐标轴的三个直线振动的合成。所以下面先讨论质点的直线振动。

当一质点作直线振动时，取平衡位置为原点，可以用质点离平衡位置的位移 ξ 随时刻 t 而变化的函数 $\xi = \Phi(t)$ 来描述这一直线振动的运动规律。很多情况下，这个函数是周期性的，即每隔一个固定的时间（称为周期 T ），运动就重复一次， $\Phi(t) = \Phi(t+T)$ ，这种振动就叫做周期性振动。当上述函数 Φ 是最简单的周期函数即余弦函数（或正弦函数）时，这种最简

单也是最基本的周期振动就叫做余弦(或正弦)振动或谐振动,

$$\xi = \xi_m \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = \xi_m \cos(2\pi ft + \varphi) = \xi_m \cos(\omega t + \varphi)。 \quad (1-1)$$

式中, ξ_m 是质点离平衡位置的最大位移, 叫做振幅; T 是周期; $f = \frac{1}{T}$ 代表单位时间中的振动周期数, 叫做频率, 其单位是赫, 它的意义是每秒一次; $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ 叫做圆频率; $\omega t + \varphi$ 叫做谐振动的相位角; φ 是 $t=0$ 时的相位角, 所以叫做初相位角。

可以证明, 任何复杂振动都是由几个、许多、甚至无穷多个不同频率的谐振动所合成的。把复杂振动分解为许多谐振动的方法叫做频谱分析。周期性的复杂振动可以用富利哀级数的方法分解为许多个谐振动, 其频率都是一个最低频率 f 的整数倍数 ($f, 2f, 3f \dots$), f 叫做基频, 其他的则叫做倍频。非周期的复杂振动则可用富利哀积分的方法分解为无穷多个频率连续变化的谐振动。正因为如此, 所以我们把谐振动称为最简单和最基本的振动形式。

将式(1-1)对时间求一次导数和二次导数, 就可得到谐振动的质点振动速度 u 和加速度 a ,

$$u = \frac{d\xi}{dt} = -\xi_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi) = u_m \cdot \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \quad (1-2)$$

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{d^2\xi}{dt^2} = -\xi_m \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi) = a_m \cdot \cos(\omega t + \varphi + \pi)。 \quad (1-3)$$

式中, $u_m = \xi_m \cdot \omega$ 和 $a_m = \xi_m \cdot \omega^2$ 分别是振速振幅和加速度振幅。

研究机械振动和机械波的数学方法与交变电流和电磁波的讨论相类似, 通常采用谐振动的复数形式表示, 因为与三角形式相比, 这种复数形式可使运算过程大为简化。本书今后也将运用这种形式, 所以在下面作一简单介绍。

根据数学定理:

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j \sin\theta。 \quad (1-4)$$

式中, e 是自然对数的底; $j = \sqrt{-1}$; $e^{j\theta}$ 的实数部分 $\text{Re}[e^{j\theta}]$ (Re 是代表实数部分的符号) 就是 $\cos\theta$, 即 $\text{Re}[e^{j\theta}] = \cos\theta$ 。用到谐振动方面来, 则式(1-1)可以写成:

$$\xi = \xi_m \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}[\xi_m e^{j(\omega t + \varphi)}]。$$

一般为简单起见, 都略去 Re 符号不写, 这样就使式(1-1)可以写成:

$$\xi = \xi_m e^{j(\omega t + \varphi)}。 \quad (1-5)$$

这就是谐振动的复数表达形式, 可用这种形式去进行各种复数运算, 得到最后结果后, 如果有必要化到三角形式, 则可在代表谐振动的部分中略去虚数部分, 把复数形式还原至余弦形式。

式(1-5)亦可写成如下形式:

$$\xi = \xi_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \xi_m^* e^{j\omega t}。 \quad (1-6)$$

式中, $\xi_m^* = \xi_m \cdot e^{j\varphi}$ 叫做复数振幅, 它实际上已经包含了振幅和相位这两个物理量。

用复数方法来求谐振动的微分和积分时非常方便。求许多同频率谐振动的和时, 得到的结果仍然是一个这种频率的谐振动。求两个同频率谐振动的商时得到的比值是一个复数, 电学和声学中的复数阻抗和复数导纳就是这样的比值。

如用复数方式计算,则从式(1-5)可得振速和加速度为:

$$u = \frac{d\xi}{dt} = j\omega \xi_m e^{j(\omega t + \varphi)} = j\omega \xi; \quad (1-7)$$

$$a = \frac{du}{dt} = \frac{d^2\xi}{dt^2} = -\omega^2 \xi. \quad (1-8)$$

§ 1-3 简单机械振动系统 力电类比

上节从运动学观点讨论谐振动,本节将从动力学观点分析机械振动系统的受力情况和相应的振动情况,并介绍研究机械振动和机械波时常用的力电类比方法。

一 简单机械振动系统的分析

我们先分析一个最简单的机械振动系统。图 1-1 表示一个质量为 M 的物体,安放在能对物体运动起阻尼作用的底座上,且用弹簧把物体联系到固定点上。今对物体施加一个周期性的外力 $F = F_m \cos \omega t = F_m e^{j\omega t}$, 分析这振动系统的受力情况和运动情况。

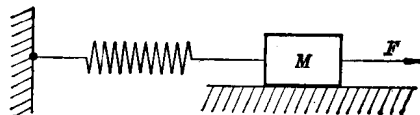


图 1-1 简单机械振动系统

首先,应该看到当物体离平衡位置的位移为 ξ 时,弹簧对物体的作用力是使物体回向平衡位置的,且与位移成正比,故可写成 $(-K\xi)$ 的形式, K 是弹簧的倔强系数。其次,关于阻尼力问题,假定这个力与振速成正比而方向相反,今后在声学中将看到,这是一种常见的阻尼力,这样的阻尼力可以写成 $(-R_m u)$ 的形式, R_m 叫做力阻。这样,就可写出这物体的运动方程式为:

$$F - R_m \cdot u - K \cdot \xi = Ma,$$

或

$$M \frac{d^2\xi}{dt^2} + R_m \frac{d\xi}{dt} + K\xi = F = F_m \cos \omega t = F_m e^{j\omega t}. \quad (1-9)$$

1. 无阻尼自由振动

在不受外力 ($F=0$), 也没有阻尼 ($R_m=0$) 的情况下,系统作无阻尼自由振动。这时的运动方程变成:

$$M \frac{d^2\xi}{dt^2} + K\xi = 0.$$

按照微分方程求解,得到:

$$\xi = \xi_m e^{j(\omega_0 t + \varphi)} = \xi_m \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (1-10)$$

ω_0 叫做无阻尼自由振动系统的本征圆频率,将式(1-10)求导数后代入运动方程,即可求得

$$\omega_0 = \sqrt{K/M}, \quad (1-11)$$

而振幅 ξ_m 和初相位角 φ 则由初始条件决定。

2. 阻尼振动

在不受外力,但有阻尼的情况下,运动方程变成:

$$M \frac{d^2\xi}{dt^2} + R_m \frac{d\xi}{dt} + K\xi = 0. \quad (1-12)$$

当 $R_m^2 > 4KM$ 时,这微分方程的解不呈振动形式,如将物体移离平衡位置,再任其自由运

动, 则物体的位移将逐步减小至零, 这是一般的阻尼运动; 当 $R_m^2 < 4KM$ 时, 则式(1-12)的解呈阻尼振动形式, 即

$$\xi = \xi_m e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \varphi) \quad (1-13)$$

式中, $\delta = R_m/2M$ 叫做振幅衰变率, 而阻尼振动的圆频率 ω_1 为:

$$\omega_1 = \frac{1}{2M} \sqrt{4KM - R_m^2} = \sqrt{\frac{K}{M} - \frac{R_m^2}{4M^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (1-14)$$

这是一个振幅随时间逐步减小的振动, 故也叫减幅振动。应该看到, 阻尼 R_m 愈大, 衰变率 δ 也愈大, 振幅的减小就愈快, 这一特性常被用来测量阻尼的大小。

3. 受迫振动

最后, 讨论有阻尼也有外力的情况, 运动方程(1-9)的稳态解将为:

$$u = \frac{d\xi}{dt} = \frac{F}{Z_m} = \frac{F_m e^{j\omega t}}{R_m + j\left(M\omega - \frac{K}{\omega}\right)} \quad (1-15)$$

式中: Z_m 是力和振速之比, 叫做力阻抗, 是一个复数

$$Z_m = R_m + j\left(M\omega - \frac{K}{\omega}\right) = |Z_m| e^{j\varphi} \quad (1-16)$$

式中:

$$|Z_m| = \sqrt{R_m^2 + (M\omega - K/\omega)^2}; \quad (1-17)$$

$$\tan \varphi = (M\omega - K/\omega) / R_m \quad (1-18)$$

式中, R_m 是力阻; $M\omega$ 可称为力感抗; M 可称为力感; K/ω 可称为力容抗, 而 $C_m = \frac{1}{K}$ 叫做力容, $|Z_m|$ 是力阻抗的绝对值或幅值, 而 φ 是力阻抗的相位角。

如果要化成三角形式, 则式(1-15)可写成:

$$u = \frac{F_m e^{j\omega t}}{|Z_m| e^{j\varphi}} = \frac{F_m}{|Z_m|} e^{j(\omega t - \varphi)} = u_m \cos(\omega t - \varphi) \quad (1-15a)$$

式中: u_m 是振速的振幅

$$u_m = \frac{F_m}{|Z_m|} = \frac{F_m}{\sqrt{R_m^2 + (M\omega - K/\omega)^2}}; \quad (1-19)$$

φ 由式(1-18)给出。

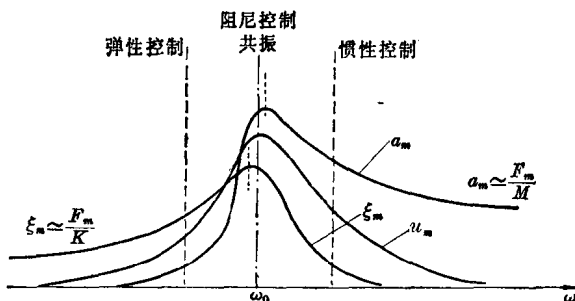
从振速 u 可以求出位移 ξ 和加速度 a 的复数形式和三角形式如下:

$$\xi = \frac{u}{j\omega} = \frac{F_m}{\omega Z_m} e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} = \frac{F_m}{\omega |Z_m|} e^{j(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})} = \xi_m \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}); \quad (1-20)$$

$$a = j\omega u = \frac{F_m \cdot \omega}{Z_m} e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} = \frac{F_m \cdot \omega}{|Z_m|} e^{j(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})} = a_m \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}) \quad (1-21)$$

式中: $\xi_m = \frac{F_m}{|Z_m| \omega}$ 是位移振幅; $a_m = \frac{F_m \cdot \omega}{|Z_m|}$ 是加速度振幅。

综合起来, 可以看到在周期性外力的作用下, 到达稳定状态后, 系统将按外力的圆频率作谐振动, 所以称为受迫振动。受迫振动的振幅大小则随外力圆频率 ω 与系统本征圆频率 ω_0 之间的关系而定。对于具有 ω_0 的振动系统来说, 按照式(1-19)、(1-20)和(1-21)可以画出 ξ_m 、 u_m 和 a_m 随外力圆频率 ω 而变化的情况如图 1-2 所示。从图中可看到三个区域, 现讨论如后。

图 1-2 ξ_m 、 u_m 和 a_m 随 ω 变化的规律

(1) 弹性控制区 当 $\omega \ll \omega_0$ 时, $|Z_m| = \sqrt{R_m^2 + \left(M\omega - \frac{K}{\omega}\right)^2} \approx \frac{K}{\omega}$, 按照式 (1-18)、(1-19)、(1-20) 和 (1-21), 可以得到:

$$\varphi \approx -\frac{\pi}{2}; \quad \xi_m \approx \frac{F_m}{K}; \quad u_m \approx \frac{F_m \omega}{K}; \quad a_m \approx \frac{F_m \cdot \omega^2}{K}. \quad (1-22)$$

这就是说, 在 $\omega \ll \omega_0$ 的区域内, 振动状态主要只与系统的弹性参量 K 有关, 所以这一区域叫做弹性控制区域。值得注意的是, 这时位移振幅直接与外力振幅成正比而与频率无关。

(2) 惯性控制区 当 $\omega \gg \omega_0$ 时, $|Z_m| \approx M\omega$, 可以求得:

$$\varphi \approx \frac{\pi}{2}; \quad \xi_m \approx \frac{F_m}{\omega^2 M}; \quad u_m \approx \frac{F_m}{\omega M}; \quad a_m \approx \frac{F_m}{M}. \quad (1-23)$$

在这一区域内, 振动状态主要与系统的惯性(质量)有关, 所以叫做惯性控制区域。值得注意的是, 这时加速度振幅 a_m 与频率无关, 而与外力振幅成正比。

上述两种与频率无关的特性, 在宽频带超声换能器的设计中是很有用的。但是用简单的振动系统不一定能够满足设计需要, 那就需要采用更复杂的振动系统。

(3) 阻尼控制区(共振区) 当 $\omega \approx \omega_0$ 时, $|Z_m| \approx R_m$, $\varphi \approx 0$, $\xi_m \approx \frac{F_m}{\omega R_m}$, $u_m \approx \frac{F_m}{R_m}$, $a_m \approx \frac{\omega F_m}{R_m}$ 。振动状态主要由阻尼 R_m 来决定, 所以这一区域叫做阻尼控制区域。因为在 $\omega = \omega_0$ 时, 速度振幅 u_m 达到极大值, 振速与外力完全同相, 外力与振动系统有最大的功率交换, 所以常叫做共振状态。绝大多数的超声换能器都是在共振状态工作的。应该注意, 共振状态时的速度振幅 u_m 完全由 R_m 来决定, 力阻 R_m 愈小, 速度振幅就愈大, 这一特性也是超声工业测量技术中常用的一个原理, 可用来测量力阻的大小。

二 力电类比

图 1-1 所示的简单机械振动系统, 其运动方程已写成式 (1-9) 的形式, 如果用振速为变数, 则可写成:

$$M \frac{du}{dt} + R_m u + K \int u dt = F = F_m e^{j\omega t}. \quad (1-24)$$

式 (1-9) 或式 (1-24) 那样的方程在交流电路中是很常见的。在一个由电感 L 、电容 C 和电阻 R 构成的串联电路上施加周期性的交流电压 $V = V_m e^{j\omega t}$, 如图 1-3 所示, 则这一交流电路的微分方程式为:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = v, \quad (1-25)$$

或

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = v. \quad (1-26)$$

式中, q 代表电荷; i 代表电流强度。这方程的解是:

$$i = \frac{V}{Z} = \frac{V_m e^{j\omega t}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = \frac{V_m e^{j\omega t}}{|Z| e^{j\varphi}} = \frac{V_m}{|Z|} e^{j(\omega t - \varphi)} = I_m e^{j(\omega t - \varphi)},$$

而电阻抗 $Z = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$, 其幅值 $|Z| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$, 相位角 φ 则由

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \text{ 来决定。}$$

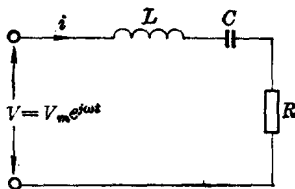


图 1-3 LCR 串联交流电路

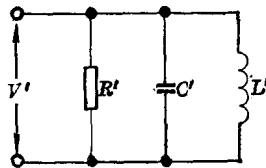


图 1-4 L'C'R' 并联交流电路

把式(1-9)和式(1-25)对比, 或把式(1-24)和式(1-26)相对比, 或把微分方程的解答相对比, 就可看到两者之间有类比关系。电压类比为力, 电流类比为振速, 电阻抗类比为力阻抗, 其他各量也都可以一一类比, 力阻和力容等名称也就是根据这种类比而定名的。象这样的电路和力学振动系统之间的类比叫做力电类比, 由于目前的力阻抗与电阻抗相类比, 所以叫做阻抗型力电类比。

如果观察一个 R' 、 C' 和 L' 相并联的电路, 并以交变电压 V' 施加在这并联电路上, 如图 1-4 所示, 则根据交流电路原理, 可得:

$$i' = C' \frac{dV'}{dt} + \frac{V'}{R} + \frac{1}{L} \int V' dt. \quad (1-27)$$

把式(1-27)和式(1-24)相对比, 可以看到两个微分方程的形式也相类似。目前电流 i' 类比为力 F , 电压 V' 类比为振速 u , 因此电导纳类比为力阻抗, 这样的力电类比叫做导纳型力电类比。

由于在交流电路和电磁波方面人们已经积累了许多比较成熟的知识, 依靠力电类比方法, 就可把机械振动和机械波的问题化成类似的交流电路或电磁波的问题来解决。所以这种力电类比方法在超声振动和超声波的研究中是应用较广的, 今后各章节中将会看到更多的应用实例。

图 1-1 所示是最简单的机械振动系统, 只由一个力阻、一个力容和一个力感(或惯性)构成, 相应的类比电路也是最简单的电路, 只含一个电感、一个电容和一个电阻。复杂的振动系统可以由多个力容、力阻和力感按各种方式组合而成, 相应的电路也由多个 L 、 C 和 R 按

各种方式组合而成。只要是由分立的力学元件组合起来的,都叫做集中参量振动系统,相应的电路也是普通的交流电路。如果振动系统是由无限多的微小的力学元件组成的,就叫做分布参量的振动系统。例如研究弹性体的振动时,弹性体中的每一个微小单元都有惯性、弹性和阻尼作用,所以弹性体就是一个分布参量振动系统。类比的电路也是一个具有分布参量的交流电路。实际上,这类问题已属于机械波和电磁波的类型。但是,在不少特殊情况下,例如在共振附近时,分布参量的振动系统往往可用一个等效的集中参量振动系统来近似地反映其振动特性,这种方法在超声换能器中是常用的,在第二章中将会看到具体的分析。

§ 1-4 平面声波的波动方程

本节准备从运动学角度讨论平面波的传播方程。先讨论无衰减理想媒质的情况,再讨论有衰减时的情况。

一 理想媒质中平面声波的波动方程

如果在垂直于波的传播方向的任一平面上,所有各点都作相同的振动,这种波就称为平面波。假定 x 轴是声波的传播方向,在原点 $x=0$ 的平面上各点的振动状态为 $\xi_0 = \xi_{m0} \cos \omega t$,如声波的传播速度为 c (简称声速),那么隔了一段时间 t 后,波动将向前传递了一段距离 $x=ct$ 。也就是说,在距离为 x 处平面上各点的振动将比 $x=0$ 处的振动落后了一段时间 $t = \frac{x}{c}$ (见图 1-5)。因为是理想的无衰减媒质,声波又没有扩散,所以振幅并不改变。因此,在距离为 x 处的振动可以写成:

$$\xi = \xi_{m0} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right). \quad (1-28)$$

上式说明了余弦振动在媒质中的传播情况,因为它反映了离原点任何距离 x 处的各点在任何时刻 t 的振动位移,所以这个方程可叫做沿 x 方向行进的平面余弦波在理想媒质中的波动方程。

从上式可以看到,如果把一周期 T 中波所传播的路程叫做波长 λ , 则

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}. \quad (1-29)$$

每当波动传过了一个波长,从式(1-28)可以看到,波的相位就变化了 $\omega \frac{\lambda}{c} = 2\pi$, 也就是说相隔整数波长的各点是同相振动的。我们常把 $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ 叫做波数, k 和 λ 一样,都是描述波动的常用物理量。引入这两个量后,式(1-28)可写成:

$$\xi = \xi_{m0} \cos (\omega t - kx) = \xi_{m0} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (1-30a)$$

如果采用复数表式形式,则可写成:

$$\xi = \xi_{m0} e^{j\omega \left(t - \frac{x}{c} \right)} = \xi_{m0} e^{j(\omega t - kx)} = \xi_{m0} e^{j2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)} = \xi_{m0} e^{-jkx} \cdot e^{j\omega t}. \quad (1-30b)$$

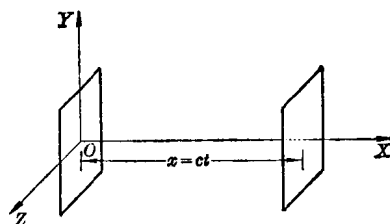


图 1-5 平面余弦波沿 X 轴的传播

如果我们研究沿 x 轴反向传播的波,那么很易看出,它可写成:

$$\xi = \xi_{m0} \cos \omega \left(t + \frac{x}{c} \right) = \xi_{m0} e^{j\omega \left(t + \frac{x}{c} \right)}. \quad (1-31)$$

不论从式(1-28)或(1-31)出发,求出 ξ 对 x 和 t 的二阶偏导数后,就可看到

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \quad (1-32)$$

这个方程既包括了波沿 x 轴正向或负向传播的情况,而且既与振幅无关也与频率无关(只要各种频率的波都有相同的声速 c)。所以如果振动是由许多或无数个不同频率谱振动复合起来的复杂振动,式(1-32)总能适用。所以这个偏微分方程(1-32)叫做无衰减理想媒质中平面波的波动方程。

推广到各向同性均匀媒质(各处的任何方向传播的声速都相同)中的任何波动过程,则波动方程应为:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right). \quad (1-33)$$

最后应该指出,在建立式(1-28)、(1-32)或(1-33)时,我们虽然使用了振动位移 ξ ,但是可以看出,如果改用其他的振动量,如振速 v 、加速度 a 或以后经常要用到的声压 p 等,这些方程同样成立,只需把其他量来代替 ξ 就可。

二 有衰减时的平面波波动方程

平面波传播时声束不发生扩散,如果它的振幅随传播距离而逐步变小,那是由于媒质对声波传播的衰减作用。引起衰减的原因,我们以后再讨论,在本节中我们先讨论衰减现象的数学表达形式。

有衰减时,当波传播一段极小的距离 dx 后,振幅的减小量 $-(d\xi_m)$ 既与原来的振幅 ξ_m 成正比,也与这段距离 dx 成正比,即 $-(d\xi_m) = \alpha \cdot \xi_m \cdot dx$ 。因此,如 $x=0$ 时的振幅为 ξ_{m0} ,则传播了一段距离 x 后的振幅 ξ_m 可以由上述比例关系加以积分而得到,即

$$\xi_m = \xi_{m0} e^{-\alpha x}. \quad (1-34)$$

式中, α 就是媒质对这种声波的衰减系数,其常用的单位是奈培·米⁻¹。奈培是总衰减量 αx 的单位,从式(1-34)可以看出, $\alpha x = \ln(\xi_{m0}/\xi_m)$, 当 $\xi_{m0} = e\xi_m$ 时,总衰减量 αx 就是 1 奈培。 α 的另一个常用单位是分贝·米⁻¹,分贝也是总衰减量的单位,当 $\xi_{m0} = 10\xi_m$ 时,就规定总衰减量为 20 分贝,即 αx 分贝 = $20 \log_{10} \frac{\xi_{m0}}{\xi_m}$, 经过简单的对数运算,就知道 1 奈培 = $20 \log_{10} e = 8.686$ 分贝。

考虑了振幅的衰减后,可以写出有衰减时沿 x 轴行进的平面余弦波方程如下:

$$\xi = \xi_{m0} e^{-\alpha x} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) = \xi_{m0} e^{-\alpha x} \cos(\omega t - kx). \quad (1-35a)$$

如果采用复数形式,则可写成:

$$\xi = \xi_{m0} e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - kx)} = \xi_{m0} e^{-(\alpha + jk)x} \cdot e^{j\omega t} = \xi_{m0} e^{-\Gamma x} \cdot e^{j\omega t}. \quad (1-35b)$$

式中, $\Gamma = \alpha + jk$ 是个复数,常称为传播常数。在超声学中,除 Γ 外,还经常使用其他两个复数量 k^* 和 c^* 来描述波动, k^* 叫做复数波数, c^* 叫做复数声速,它们与 Γ 、 α 、 k 和 c 的关系如下: