# 微波电子学原理

吴鸿适 著

科学出版社

# 微波电子学原理

吴鸿适 著

科学出版社

1987

## 内 容 简 介

本书系统、全面地论述了运动电子与微波电磁场相互作用的基本原理. 全书共分四篇十七章. 第一篇共四章，论述有关的物理与数学基础知识，如电磁场基本方程、格林函数、变分法及数值计算. 第二篇共三章，论述高频系统，包括波导、空腔谐振器和周期性系统. 第三篇共六章，论述电子与场的相互作用，包括基本概念、间隙理论、电子注中的波、耦合模理论、参量放大以及大信号分析. 第四篇共四章，论述新型器件及其原理，包括电子回旋谐振脉泽、微波半导体器件、量子电子器件以及描述电子与场非线性互作用的孤立子理论.

书中全面地总结了前人的工作，也介绍了作者本人近年的研究心得和成果. 本书文字简练、论证严谨、物理概念清楚、叙述条理性强，是一本很有特色的基础理论专著，可供从事微波电子学及微波技术工作的科技人员、研究生和教师参考阅读.


**微波电子学原理**

吴鸿适 著

责任编辑 刘兴民

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1987年9月第一版 开本：787×1092 1/16

1987年9月第一次印刷 印张：36 3/4

印数：精 1—1,100 插页：精 2

平 1—2,600 字数：857,000

统一书号：15031·845

本社书号：4949·15—7

定价：布脊精装 10.10 元

平 装 8.60 元

# 序　言

微波电子学是研究运动电子与微波电磁场相互作用规律的一门学科.在五十年代,曾有大量文献发表,使它成为一个极其丰富多采、生气勃勃的学科领域. 但这时只限于研究主要是真空中电子与微波电磁场的相互作用. 利用这些研究成果,发展了具有多种用途的微波真空电子器件,包括像磁控管、速调管、行波管以及直线和回旋电子加速器等至今仍然广泛应用的器件,以满足雷达、通信、导航、电子对抗、遥控遥测以及微波加热、医疗和科学研究等方面的需要. 从五十年代到六十年代初,在国内外都有不少著译总结这方面的工作.

从六十年代开始,微波电子学又有了新的发展. 一是由于半导体器件制造工艺的日臻成熟,使得半导体器件如隧道二极管、雪崩二极管、耿氏 (Gunn) 二极管以及场效应三极管等都得以在微波波段产生放大、振荡、混频及变频等作用. 二是由于脉泽 (MASER) 技术的成熟,产生了工作于微波波段的固体量子放大器以及像铯原子钟这类实用器件. 另外,由于激光 (LASER) 技术的发展,它所工作的频段由可见光一方面向更短波长的紫外、X 射线和 $\gamma$ 射线延伸,另一方面也向较长的红外、远红外延伸和微波的亚毫米波段交叉起来. 三是由于毫米波大功率源的需要,人们摒弃了传统微波管利用渡越时间实现电子群聚的概念,而发展了相对论性电子注器件,如利用相对论性电子注对电磁波产生受激的康普顿 (Compton) 散射 (自由电子激光器) 或受激的拉曼 (Raman) 散射、契林柯夫 (Черенков) 辐射以及电子回旋谐振脉泽等. 电子回旋谐振脉泽已在毫米波达到兆瓦级功率,用于受控热核聚变进行等离子体加热.四是利用超低温下由超导材料组成的约瑟夫逊 (Josephson) 结作为微波以及毫米波的高灵敏检波器,在一些无线电天文望远镜中已得到应用.

当早期"微波电子学"只研究真空中运动电子与微波电磁场相互作用的规律时,微波电子学的理论包括对高频电磁场、强流电子光学以及电子与场互作用的探讨. 它们的理论基础是经典电磁场理论和经典电动力学,这些包括麦克斯韦 (Maxwell) 方程、洛伦兹 (Lorentz) 力方程、电荷守恒和能量守恒定律等. 根据这些方程,结合具体问题可以建立不同的物理模型,如考虑电子运动和场结构是一维、二维或三维的型式,是采用直角坐标还是圆柱坐标,考虑电子是单速还是具有统计性的速度分布 (这将导致伏拉索夫 (Власов) 方程),还有交变量是否远小于直流量的小信号或是大信号分析的范畴,是否需要考虑电子运动的相对论修正等.

一旦确定了物理模型,就可以写出数学公式,它将归结为一组联立的线性或非线性的多元偏微分方程、积分方程,或混合型的方程. 对这些方程的求解可以通过正交函数的展开理论,并运用数学物理方法中的格林 (Green) 函数法、变分法、微扰法、WKB 法以及维纳-霍卜夫 (Wiener-Hopf)法等. 有时也可利用差分法、有限元法、矩量法、边界元法等数值计算方法直接求解.

但在半导体、量子电子器件、相对论性器件和超导器件中,电子在电磁场中的运动受

到一定约束，这时经典电磁场理论和经典电动力学已不足以用来描述，而是需要用上量子电磁场理论和量子电动力学[包括薛定谔（Schrödinger）方程等]作为理论基础．

知识的海洋永远是无边无际的． 人类始终不断地一方面在丰富和确认已有的知识，另一方面又不懈地探索未知．微波电子学领域也不例外．近二、三十年来，古老的数学方法如变分法、最优化理论、群论、拓扑图论、孤立子理论等结合高速度大容量计算机的计算手段，被不断地用来深入研究传统的微波真空电子器件，研究其中高频系统、电子光学以及电子与场的互作用机理，研究散热、冷却以及电击穿等问题．

另外，由于微波波段向毫米波、亚毫米波段的延伸，由于半导体、激光工艺制造和测试技术的进步和新材料的发现以及由于量子场论和量子电动力学基础理论的进展，微波电子学又不断向新的广度和深度进军，与一些新的学科如半导体电子学、量子电子学、相对论电子学、超导电子学等互相渗透、交织在一起，很难明确划分界限．从这种意义上来讲，微波电子学可以说既是一门相对古老的学科，但又是一门有着蓬勃生机的新学科，展示了可供开拓的广阔前景．

作者原在北京真空电子器件研究所从事理论研究以及培养研究生和在职人员的工作，在讲授微波电子学及其有关基础理论的过程中，深感在微波电子学方面需要有一本满足以下三点要求的专著：

（1）书中应包括有关电磁场理论和一些数学物理方法和数值计算的基本知识，为读者深入学习其它章节打下基础；

（2）较全面地总结包括六十年代以来有关运动电子与微波电磁场相互作用的文献资料；

（3）介绍电子回旋脉泽、微波半导体以及脉泽和激光等新器件和一些新理论．

国内外有关微波电子学的专著大多写于六十年代或更早，难以满足后面两项要求．关于物理与数学的基础知识部分确有不少专著，但份量较重，学习时需对其中的内容加以抉择．

本书是作者试图将上述三方面内容融于一册的一种尝试．由于微波电子学的领域极其广阔，如何选材和怎样组织好这些题材是写好本书的关键． 本书的读者对象是从事微波电子学及微波技术的科研和教学的研究生、工程技术人员和教师，他们已具有一定的数理基础，因此选择题材和组织编写内容必须考虑到既有理论上的系统性，又能适合大多数读者的水平，能满足读者的需要和为其提供方便，使读者在通读本书后既能掌握有关微波电子学的基本原理，又能根据所列主要参考文献作进一步的深入探讨．

作者在引用一些文献和专著进行写作时，对所有公式都进行了详细的推导验证，对原文中个别错误也进行了校正． 但由于本书的读者对象不包括数学工作者，因此在书中引用公式时，注意了实用性和准确性，而略去某些繁冗的推导过程．

根据上述考虑，作者将全书划分为四篇共十七章．

第一篇是物理与数学的基础知识，共四章，包括电磁场基本方程、格林函数、变分法和数值计算．尽管在一般书中对这些内容多有阐述，而且比较详尽，特别像数学物理方法中远不止格林函数和变分法两类，但作者在这里选择的内容不求全面只求实用． 书中也引入一些计算实例，以加深读者的理解．

第二篇是高频系统，共三章，包括波导系统、空腔谐振器和周期性高频系统．在波导



试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

和谐振腔的分析中，应用了模式函数正交性及其展开的方法，结合了微波电子器件中常遇到的波导中的不连续性、变截面波导以及开放式谐振腔进行讨论．在周期性高频系统一章中，强调了滤波网络型等效电路的分析方法，从双线传输线派生出多种新型慢波结构，这是过去在书中未曾总结过的．在这章中，还应用模式匹配法和变分法，对最常用的螺旋线和耦合腔链结构进行了分析讨论．

第三篇是本书最主要的部分，即电子与场的相互作用，共六章，包括电子与场作用的基本概念、间隙中电子注的扰动、电子注中的波、电子注的耦合模理论、参量放大以及电子与场非线性互作用的数值解．其中，除最后一章讨论非线性问题是属于大信号的范畴外，其余各章都是讨论线性问题的小信号分析．

在电子与场作用的基本概念一章中，除介绍微波电子管的基本工作原理和概况外，重点介绍了电子注的基本特性和电子与场互作用各种不同的物理和数学模型，并加以评论和比较．在间隙中电子注的扰动一章中，以卢埃林-彼得森（Llewellyn-Peterson）方程作为出发点，把有栅、无栅和任意场分布下间隙的特性有机地结合在一起进行讨论．

电子注中的波与耦合模理论两章是互相呼应的．在这里，我们贯穿了耦合模的概念，即认为在小信号情况下电子注受调制后产生了不同传播模式的波．这些波与沿高频系统传播的线路模式相互耦合，产生不同形式的能量交换，导致各种类型的微波电子器件，包括参量放大的器件．利用模式耦合的概念来描述电子与场的互作用过程，可以给出非常清晰的物理图象．但应指出，这种描述是有局限性的，只限于线性的小信号情况．

在电子与场非线性互作用的数值解法一章中，总结了多年来对螺旋线型行波管、耦合腔行波管、注入式以及分布发射式正交场器件的大信号数值计算方法，给出了典型的计算数据以及可能与实验比较的结果．

第四篇是新型器件和原理，共四章．前三章分别讨论电子回旋谐振脉泽器件、微波半导体器件和量子电子器件．由于电子回旋谐振脉泽器件在最近十年来发展较快，目前尚无专著，因此本书中介绍得较为详尽，也企图澄清一些不实的概念．微波半导体和量子电子学目前专著较多，内容也多详尽，因此在书中只作简要介绍．最后一章讨论电子与场非线性互作用的解析解，即引用孤立子（Soliton）理论，推导出非线性薛定谔方程，将其用于各种微波电子器件，讨论分析其物理参数和特性．这一章的内容是新的研究成果，尚未见诸国内外文献报道．

关于电子光学部分，国内、外已有许多专著，而且它可以独成体系，因此不在本书之列．限于篇幅，有关铁氧体材料在微波真空电子器件中的应用以及一些准光学的问题都未能包括在本书之内．

书中所用物理量都采用合理化 MKSA（米-千克-秒-安）单位制．全书的符号在第一次出现时都加以解释，并在以后章节中力求统一．但有时为照顾读者参阅原始文献比较顺利，也有少量符号作了灵活处理．

几十年来，微波电子学的参考文献浩如烟海，作者认为全列或多列并无必要．本书各章尾只列有主要参考书目及文献，以供读者进一步深入探讨时参阅．至于正文中针对某一论题的特定参考文献，则作为脚注附于页下．

本书写作过程中得到朱敏、朱锦林、万遂人、李镇远等同志的大力帮助．全书由徐承和教授、张晋林高级工程师详加审阅，提出宝贵意见，并进行了有益的讨论．书稿在编撰过

程中，始终不渝地得到张伦同志的关心和帮助．谨此一并深致谢意．

编撰过程中，中国中医研究院研究员、亡妻刘文富同志给了作者极大的鼓舞和支持，但不幸她在生前未能看到本书的出版．作者在痛失良伴之余，深感无比遗憾．

作者才疏识浅，书中不无疏漏贻误之处，敬祈海内外有识之士予以指正．

吴鸿适

1986年10月于北京

# 目　录

## 第一篇　物理和数学的基础知识

## 第二篇　高频系统



## 第三篇　电子与场的相互作用

## 第四篇 新型器件和原理

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

# 第一篇　物理和数学的基础知识

## 第一章　电磁场基本方程

### §1.1 引　　言

已如序言中所指出的，微波电子学的主要研究内容是运动电子与微波电磁场的相互作用问题．在这里，我们把不论是真空、半导体、导体或介质都当作是一种媒质，并认为媒质的线性尺寸远大于原子量级的尺寸，与电磁场相互作用的电子群的电荷也远多于原子量级的电荷．这样就可以忽略媒质和电荷群的微细结构．从宏观上，则可以认为媒质是由它的介电常数 $\varepsilon$、磁导率 $\mu$ 和电导率 $\sigma$ 等来表征它的电动力学特性．

本章第二节中的麦克斯韦 (Maxwell) 方程组总结了从十九世纪开始科学家们发现的有关电磁现象的实验规律，用了一些巧妙的矢量运算的数学符号把它们联系起来．通过这些方程建立了第三节中所描述的波方程[亥姆霍兹 (Helmholtz) 方程]，它是对媒质中宏观电磁场极为精确和完善的描述．虽然麦克斯韦在 1864 年就已预言了电磁波动的存在，但一直到 1887 年才为赫兹 (Hertz) 从实验上加以证实．

第四节讨论简化求解波方程而引入的位函数与赫兹矢量．

第五节讨论电磁能量与功率流的关系式，引入了坡印廷 (Poynting) 矢量及其复量形式．

第六节讨论三类边界条件，即平滑边界、尖劈边界(有场的奇点)以及开放边界[索末菲 (Sommerfeld) 辐射条件]．

第七节到第九节讨论以后章节中经常引用的电磁场的三种特性，即唯一性、等效原理和互易性．

### § 1.2 麦克斯韦方程

宏观的电磁现象通常由麦克斯韦方程组来加以描述．这些方程是由总结一些根据实验发现的规律而得到的．它们可以用积分或微分形式来加以表达．用微分形式表示比较方便．以下我们一律采用合理化的 MKSA 单位．

在只有电荷源和电流源的媒质中，基本的麦克斯韦方程组包括以下四个方程：

安培定律
$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{D}}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{J}} \tag{1.1}$$

法拉第定律
$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t} \tag{1.2}$$

高斯定律
$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\rho} \tag{1.3}$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} = 0 \tag{1.4}$$

另外还有

$$\tilde{\mathbf{D}} = \varepsilon\tilde{\mathbf{E}} \tag{1.5}$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \mu\tilde{\mathbf{H}} \tag{1.6}$$

以上各式中，

$\tilde{\mathbf{D}}$ 是电位移 (A · S/m²)；

$\tilde{\mathbf{B}}$ 是磁感应强度 (Wb/m²)；

$\tilde{\mathbf{E}}$ 是电场强度 (V/m)；

$\tilde{\mathbf{H}}$ 是磁场强度 (A/m)；

$\varepsilon$ 是媒质的介电常数；

$\mu$ 是媒质的磁导率.

(在各向同性的均匀媒质中，$\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$，$\mu = \mu_r\mu_0$ 都为常数，其中 $\varepsilon_r$ 和 $\mu_r$ 分别为媒质的相对介电常数和相对磁导率；$\varepsilon_0 = 0.8854 \times 10^{-11}$ A · S/V · m，$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ V · S/A · m，分别为真空的介电常数和磁导率.)

$\tilde{\rho}$ 是体电荷密度 (A · S/m³)；

$\dfrac{\partial \tilde{\mathbf{D}}}{\partial t}$ 是位移电流密度 (A/m²)，是由电位移随时间而变化所引起的.

$$\tilde{\mathbf{J}} = \tilde{\mathbf{J}}_e + \tilde{\mathbf{J}}_c \tag{1.7}$$

(式中，$\tilde{\mathbf{J}}_e = \tilde{\rho}\tilde{\mathbf{v}}$ 是对流电流密度，即由电子在媒质中运动所引起的，其中 $\tilde{\mathbf{v}}$ 是电子速度；$\tilde{\mathbf{J}}_c = \sigma\tilde{\mathbf{E}}$ 是传导电流密度，即由电子在导电媒质中运动所引起的，其中 $\sigma$ 是媒质的电导率.)

与以上相对应的，有电流连续方程

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{J}} = -\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} \tag{1.8}$$

所有静电场、静磁场和类稳场的基本关系都可看作是(1.1)—(1.4)麦克斯韦方程组的特例. 实际上，这几个方程不是完全独立的，例如，可以由 (1.2) 式推出(1.4)式，又可由(1.1)和(1.8)式推出(1.3)式.

在媒质中，我们还定义两个量：

$$\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{D}} - \varepsilon_0\tilde{\mathbf{E}} \tag{1.9}$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = \frac{1}{\mu_0}\tilde{\mathbf{B}} - \tilde{\mathbf{H}} \tag{1.10}$$

$\tilde{\mathbf{P}}$ 和 $\tilde{\mathbf{M}}$ 分别称为电极化量和磁极化量，代表媒质单位体积内的电偶极矩和磁偶极矩的数目. 它们是由媒质内的原子或分子受到电场和磁场的极化而产生的，其物理意义可由以下两式更清楚地看出.

由(1.3)和(1.9)式得

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\tilde{\rho} - \nabla \cdot \tilde{\mathbf{P}}) \tag{1.11}$$

由(1.1)，(1.9)和(1.10)式得

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \tilde{\mathbf{B}} = \varepsilon_0\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{J}} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{P}}}{\partial t} + \nabla \times \tilde{\mathbf{M}} \tag{1.12}$$

因此可以这样来理解：对一个具有刚体结构的媒质来说，电磁场对它的作用相当于产生了一个等效的电荷密度分布 $-\nabla\cdot\tilde{\mathbf{P}}$，以及一个等效的电流密度分布

$$\frac{\partial\tilde{\mathbf{P}}}{\partial t}+\nabla\times\tilde{\mathbf{M}}.$$

在媒质内，极化矢量和场矢量间有一定的关系，可以写成

$$\tilde{\mathbf{P}}=\chi_e\varepsilon_0\tilde{\mathbf{E}} \tag{1.13}$$

$$\tilde{\mathbf{M}}=\chi_m\tilde{\mathbf{H}} \tag{1.14}$$

$\chi_e$ 和 $\chi_m$ 分别称为电极化率和磁极化率．可以证明，$\chi_e$ 和 $\chi_m$ 分别满足下列关系：

$$\chi_e=\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0} \tag{1.15}$$

$$\chi_m=\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0} \tag{1.16}$$

**源与场的复量表示**

在以上推导的各式中，我们遇到两类量．一类是用来描述在空间分布的源和场的量，其中既有在空间没有方向性的标量，如体电荷密度 $\tilde{\rho}$，也有空间有方向性的矢量，如电场强度 $\tilde{\mathbf{E}}$、磁场强度 $\tilde{\mathbf{H}}$ 等．另一类是由分布在空间的媒质特性所决定的参量，如 $\varepsilon$，$\mu$，$\sigma$ 等．

描述空间分布的源和场的量，不论是标量还是矢量，它们的符号上面都有一个波纹号，说明这些量既是空间坐标 $x$，$y$，$z$，又是时间坐标 $t$ 的函数．举电场强度 $\tilde{\mathbf{E}}$ 为例，在直角坐标系中它应写成

$$\tilde{\mathbf{E}}=\mathbf{e}_x|E_x|\cos(\omega t+\theta_x)+\mathbf{e}_y|E_y|\cos(\omega t+\theta_y)+\mathbf{e}_z|E_z|\cos(\omega t+\theta_z) \tag{1.17}$$

式中，$\mathbf{e}_x$，$\mathbf{e}_y$，$\mathbf{e}_z$ 代表沿 $x$，$y$，$z$ 轴的三个基矢；$|E_x|$，$|E_y|$，$|E_z|$ 代表电场强度沿 $x$，$y$，$z$ 轴的分量幅值，它们都是峰值；$\theta_x$，$\theta_y$，$\theta_z$ 是相应的初相角，它们都是空间坐标 $x$，$y$，$z$ 的函数；$\omega$ 是角频率．为了运算方便，往往把 $\tilde{\mathbf{E}}$ 写成复数形式，亦即

$$\tilde{\mathbf{E}}=\mathrm{Re}(\mathbf{E}e^{j\omega t}) \tag{1.18}$$

式中 $\mathbf{E}=\mathbf{E}(x,y,z)$ 是一个复矢量，它只是空间坐标的函数．Re 代表取实部．于是，可以写出

$$\mathbf{E}=\mathbf{e}_x|E_x|e^{j\theta_x}+\mathbf{e}_y|E_y|e^{j\theta_y}+\mathbf{e}_z|E_z|e^{j\theta_z} \tag{1.19}$$

在以后的运算中，我们经常要用到复矢量．对作为标量的体电荷密度来说，可以写成

$$\tilde{\rho}=\mathrm{Re}(\rho e^{j\omega t}) \tag{1.20}$$

式中 $\rho=\rho(x,y,z)$ 是空间坐标的函数．

**媒质特性参量的性质**

描述分布在空间的媒质特性的参量，如 $\varepsilon$，$\mu$，$\sigma$，$\chi_e$，$\chi_m$ 等与媒质特性间的关系可见表 1.1．

某些透明的光学晶体的介电常数、铁氧体材料的磁导率都需要用张量来表示，以表征它们各向异性的性质．铁磁性材料的磁导率随磁场强度而变化，因此它是一种非线性媒质．由电子、离子等组成的等离子体在高频电场的作用下，可以看成是一个具有各向异性

和非线性特性的介质.

**表 1.1　媒质的参量与媒质特性的关系**

| 媒质特性 | 参量 $\varepsilon$, $\mu$, $\sigma$, $\chi_e$, $\chi_m$ |
|---|---|
| 各向异性 | 张量 |
| 非线性 | 是场幅值的函数 |
| 不均匀 | 是空间坐标的函数 |
| 有损耗 | 为复数、有实部和虚部 |

许多媒质在外加电场下产生传导电流 $\tilde{\mathbf{J}}_c = \sigma\tilde{\mathbf{E}}$. 严格说来，$\sigma$ 与 $\mathbf{E}$ 的大小和方向有关，它是一个非线性的张量(例如在半导体的整流边界上). 如把 $\sigma$ 当作一常量，并利用介电常数的复量性质，令

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$$

(即各场量随时间按 $\exp j\omega t$ 而变化)，则由(1.1)式得

$$\begin{aligned}\nabla\times\mathbf{H} &= (j\omega\varepsilon+\sigma)\mathbf{E} = j\omega\varepsilon\left(1-j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)\mathbf{E}\\ &= j\omega\varepsilon(1-j\tan\delta)\mathbf{E}\end{aligned} \tag{1.21}$$

式中 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{E}$ 都代表与时间变量 $t$ 无关的复矢量，这时，有效介电常数为一复量

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon(1-j\tan\delta) \tag{1.22}$$

式中 $\tan\delta$ 为媒质的损耗正切，它包括了极化的相位差以及传导损耗，在以后处理一些介质材料以及非理想导电金属壁时都采用复介电常数.

在等离子体中，由于电子与场的互作用，使得场从电子动能中吸取能量从而得到放大，或场把能量交给电子从而受到衰减，这时都可以把等离子体看成一个具有复介电常数的媒质.

在上面的讨论中，认为 $\rho$ 是在真空或是绝缘媒质中的体电荷密度. 如果媒质有一定的导电率，那么其中是否会有体电荷分布呢? 设在这种媒质中有一初始的体电荷密度分布 $\rho_0$，则由(1.1)，(1.8)和(1.5)式得

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon}\rho \tag{1.23}$$

将上式积分，并以初始条件 $\rho=\rho_0$ 代入可解得

$$\rho = \rho_0\exp\left(-\frac{\sigma}{\varepsilon}t\right) \tag{1.24}$$

对于金属导体来说，衰减时间常数 $\tau=\varepsilon/\sigma$ 约为 $10^{-18}$s 的数量级，远小于一般微波频率的周期. 因此，可认为在金属导体内 $\nabla\cdot\mathbf{D}=0$，同理，也可认为 $\nabla\cdot\mathbf{E}=0$，$\nabla\cdot\mathbf{J}=0$. 实际上，在处理导电体时，假定 $\sigma=\infty$. 这样，传导电流只在导体表面流动.

## § 1.3　波 方 程

在上节中，我们已列出了麦克斯韦基本方程组，并讨论了一些辅助变量和不同媒质中

的一些基本参量的特性．最终的目的是要从给定的激励源 $\tilde{\rho}$ 和 $\tilde{\mathbf{J}}$ 求解在一定边界条件下空间各点的场分布．可以从上节的基本方程推出复矢量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 的非齐次波动方程．

由(1.1)和(1.2)式可得

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\partial}{\partial t}\mu\left(\tilde{\mathbf{J}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right)$$

或

$$\nabla(\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}}) - \nabla^2\tilde{\mathbf{E}} = -\mu\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\tilde{\mathbf{E}}}{\partial t^2}$$

或

$$\left(\nabla^2 - \mu\varepsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\tilde{\mathbf{E}} = \mu\frac{\partial \tilde{\mathbf{J}}}{\partial t} + \nabla\left(\frac{\tilde{\rho}}{\varepsilon}\right) \tag{1.25}$$

类似地，可得

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \nabla \times \tilde{\mathbf{J}} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\tilde{\mathbf{H}}}{\partial t^2}$$

或

$$\left(\nabla^2 - \mu\varepsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\tilde{\mathbf{H}} = -\nabla \times \mathbf{J} \tag{1.26}$$

一般说来，有三类问题需要用到上面的波方程(1.25)和(1.26)式．

第一类问题是当没有激励源的情况．这时，波方程(1.25)和(1.26)式的右端为零，导致齐次的二阶线性偏微分方程．它的解描述了电磁波在空间、波导、同轴线以及许多其它传输系统中的传输特性．

第二类问题是有激励源的情况．这相当于天线辐射、波导与腔体激励等情况下电磁波的传输和传播特性．

第三类问题牵涉到源与场的相互作用．先写出场作为源 $\tilde{\rho}$ 和 $\tilde{\mathbf{J}}$ 的函数．然后又写出一组将 $\tilde{\rho}$ 和 $\tilde{\mathbf{J}}$ 表为场的函数的方程．这两组方程可给出一个自洽解．这类问题相当于微波电子器件内电子或等离子体与高频系统的场相互作用的情况，也是本书在后面几章所要讨论的主题．

假设所有变量都以 $\exp j\omega t$ 的函数形式随时间而变化，这样将不失去普遍性，因为一个任意的时变函数，可以利用傅里叶 (Fourier) 变换表为一系列正弦时变函数之和．于是用 $j\omega$ 代替 $\frac{\partial}{\partial t}$，并利用(1.8)式，可将(1.25)和(1.26)式的波方程化为

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{E} = j\omega\mu\mathbf{J} - \frac{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{J})}{j\omega t} \tag{1.27}$$

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{J} \tag{1.28}$$

式中 $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{J}$ 都只是空间坐标函数的复矢量，它们组成两个非齐次的矢量亥姆霍兹方程．式中，$k^2 = \omega^2\mu\varepsilon$．在普遍情况下，若考虑到媒质的损耗，则 $\mu$ 和 $\varepsilon$ 都是复量．

在以上的推导中，我们假定了源是电荷和电流，这是现实存在和比较容易接受的概念．但是，在静磁场和电磁学的某些问题中，经常采用虚设的“磁荷”和“磁流”的概念．尽管这在实际上是不存在的，但有了这些概念会使问题的处理方便得多．这时，麦克斯韦方程组也需作一些改变，它们可以写成

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{1.29}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t} - \mathbf{J}_m \tag{1.30}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \tag{1.31}$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\rho}_m \tag{1.32}$$

式中 $\tilde{\rho}_m$ 和 $\tilde{\mathbf{J}}_m$ 分别是磁荷体密度和磁流密度。

仿照上节的推导，可得两个非齐次的矢量波方程：

$$\left(\nabla^2 - \mu\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{J}_m}{\partial t} + \nabla\left(\frac{\rho_m}{\mu}\right) \tag{1.33}$$

$$\left(\nabla^2 - \mu\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{J}_m \tag{1.34}$$

利用与(1.8)式相对应的磁流连续方程

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{J}}_m = -\frac{\partial \tilde{\rho}_m}{\partial t} \tag{1.35}$$

并以 $j\omega$ 代替 $\frac{\partial}{\partial t}$，可将(1.33)，(1.34)两式化为两个非齐次的矢量亥姆霍兹方程

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{H} = j\omega\mu\mathbf{J}_m - \frac{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{J}_m)}{j\omega\mu} \tag{1.36}$$

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{J}_m \tag{1.37}$$

在既有电荷、电流，又有磁荷和磁流的普遍情况下，麦克斯韦方程组可写成

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{D}}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{J}} \tag{1.38}$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial t} - \mathbf{J}_m \tag{1.39}$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\rho} \tag{1.40}$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\rho}_m \tag{1.41}$$

经过运算，得到非齐次的矢量亥姆霍兹方程为

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{J} + j\omega\mu\mathbf{J}_m - \frac{\nabla(\nabla\cdot\mathbf{J}_m)}{j\omega\mu} \tag{1.42}$$

$$(\nabla^2 + k^2)\mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{J}_m + j\omega\mu\mathbf{J} - \frac{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{J})}{j\omega\varepsilon} \tag{1.43}$$

在无源的情况下，所有的场均满足下列齐次矢量亥姆霍兹方程：

$$(\nabla^2 + k^2)\,\mathbf{H} = 0 \tag{1.44}$$

$$(\nabla^2 + k^2)\,\mathbf{E} = 0 \tag{1.45}$$

## § 1.4　位函数与赫兹矢量

在上一节所得出的非齐次亥姆霍兹方程的右端包含了对电流与磁流密度 $\mathbf{J}$ 和 $\mathbf{J}_m$ 的复杂运算，求解起来比较困难。为了简化数学分析，便于运算，往往引入一定的位函数。通过对这些位函数的微分运算，可以求出各个场的分量，但是这些位函数本身却没有明确的物理意义，特别是在无激励源的情况下更是如此。



试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com