

方洪烈 著

光学谐振腔理论



科学出版社

光学谐振腔理论

方洪烈 著

科学出版社

1981

1154015

D039/13

内 容 简 介

本书详细地介绍了处理光学谐振腔的几何光学方法和衍射理论方法。比较详细地分析了各种类型光学谐振腔的模式结构;分析了各种扰动引起的模式畸变;介绍了各种选模技术,并对光学谐振腔的发展扼要加以评述。

本书可供从事激光工作的研究人员、研究生以及大学有关专业的高年级学生参考。

光学谐振腔理论

方洪烈 著

责任编辑 刘海龄

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981年7月第一版 开本: 787×1092 1/32

1981年7月第一次印刷 印张: 13 1/2

印数: 0001—4,000 字数: 309,000

统一书号: 13031·1599

本社书号: 2195·13—3

定价: 2.10 元

序 言

自从激光技术问世以来,光学谐振腔的理论已经迅速发展起来。然而目前国内还缺少一本这方面的专门著作,虽然已经出版了几本有关激光物理方面的书^[1-4],但是光学谐振腔的理论只是作为其中的一个部分来介绍的,由于受到篇幅的限制,无论深度和广度都觉得不足。对于激光专业人员和应用激光技术的其他人员,一本光学谐振腔理论的专著是非常需要的,本书打算在这方面作一个尝试。

关于谐振腔的理论有很多种,例如自由电磁振荡理论、波导理论、光学理论等等。关于波导理论已有一本专著^[5],其他理论亦有很多文献。本书由于篇幅所限,将侧重于光学理论方面。对于其他理论及有关工作则在书末附一文献索引。

作者对王之江同志表示衷心的感谢,因为不仅在本书的写作过程中得到他的热情支持,而且在书中还收入了他很多没有发表的研究结果。

最后,由于作者水平有限,书中一定存在很多不妥之处或错误,敬请读者批评指正,不胜感谢!

1978.10. 于上海

目 录

序言	v
第一章 谐振腔概述	1
§ 1 光学谐振腔的特点	1
§ 2 模的概念	3
§ 3 谐振腔的基本参量	6
§ 4 谐振腔的 Q 值	9
第二章 谐振腔的几何理论	11
§ 5 谐振腔的几何描述	11
§ 6 用矩阵描述光线传输	12
§ 7 平行平面腔	15
§ 8 直角棱镜腔	19
§ 9 球面谐振腔	26
§ 10 谐振腔的稳定性	31
§ 11 谐振腔的光束特性	36
§ 12 由平面镜与透镜构成的腔	41
§ 13 把谐振腔考虑为透镜序列	43
§ 14 不稳定腔的几何损耗	48
第三章 谐振腔的衍射理论	54
§ 15 光的衍射理论	54
§ 16 谐振腔的数学描述	56
§ 17 共振模的场分布与角分布	62
§ 18 共振模的衍射损失和相位移动	66
§ 19 谐振腔的频谱	68
第四章 积分方程解的存在性与求解方法	70
§ 20 积分方程解的存在性	70

§ 21	数值迭代方法	71
§ 22	等价微分方程法	73
§ 23	微扰方法	79
§ 24	积分核展开法	84
§ 25	变分方法	93
第五章	平行平面谐振腔	97
§ 26	二维平行平面腔	97
§ 27	二维平行平面腔的角分布	105
§ 28	矩形平行平面腔	109
§ 29	圆形平行平面腔	114
第六章	对称球面谐振腔	122
§ 30	共焦谐振腔	122
§ 31	共焦谐振腔的性质	126
§ 32	圆形共焦谐振腔	131
§ 33	共焦谐振腔的场	134
§ 34	一般对称谐振腔	137
§ 35	一般球面腔的衍射损失	143
第七章	不对称球面谐振腔	147
§ 36	不对称谐振腔的公式化	147
§ 37	一般谐振腔的对称性质	151
§ 38	不对称球面腔的本征模	158
§ 39	非对称球面腔的场	166
§ 40	一般球面腔的发散角	172
第八章	不稳定谐振腔	177
§ 41	不稳定谐振腔的特点	177
§ 42	不稳定腔的几何分析	182
§ 43	不稳定腔积分方程的渐近解	188
§ 44	不稳定腔的数值分析	192
§ 45	不稳定腔的损失	197
§ 46	放大倍数的影响	199

§ 47	共焦不稳定腔·····	201
§ 48	反射镜边缘的影响·····	204
§ 49	介质不均匀的影响·····	207
§ 50	不稳定腔与稳定腔的联系·····	212
第九章	象散光束谐振腔·····	217
§ 51	象散腔的几何理论·····	217
§ 52	象散腔的积分方程·····	222
§ 53	扭曲象散腔·····	233
第十章	不均匀反射谐振腔·····	240
§ 54	不均匀腔的概述·····	240
§ 55	不均匀腔的光束特性与稳定性·····	241
§ 56	不均匀腔的衍射损失·····	245
§ 57	抛物反射谐振腔·····	248
§ 58	高斯反射谐振腔·····	252
第十一章	屋脊谐振腔·····	260
§ 59	屋脊谐振腔的特点·····	260
§ 60	直角稜镜谐振腔·····	261
§ 61	直角稜镜腔的偏振态·····	265
§ 62	二面角及有簷谐振腔·····	267
第十二章	小费涅耳数谐振腔·····	275
§ 63	小费涅耳数谐振腔·····	275
§ 64	有耦合输出孔的谐振腔·····	280
第十三章	多元件谐振腔·····	288
§ 65	多元件谐振腔的一般描述·····	288
§ 66	多元件衍射积分·····	291
§ 67	多元件谐振腔的正则描述·····	295
第十四章	衍射光栅谐振腔·····	301
§ 68	光栅腔的特点·····	301
§ 69	光栅腔的积分方程·····	303
§ 70	光栅的运用·····	308

第十五章 高斯光束的传播	315
§ 71 引言	315
§ 72 高斯光束在自由空间的传播	316
§ 73 高斯光束在光学系统中的传播	321
§ 74 谐振腔的模式匹配	325
§ 75 高斯腔的圆图	335
§ 76 高斯腔的图解设计法	340
第十六章 谐振腔的模畸变	345
§ 77 模畸变的产生	345
§ 78 谐振腔失调	345
§ 79 谐振腔变形	349
§ 80 不敏感光学谐振腔	352
§ 81 增益分布不均匀的谐振腔	357
第十七章 横模选择技术	364
§ 82 激光束的发散角	364
§ 83 横模选择方法	365
§ 84 具有角分布选择器的谐振腔	370
§ 85 高次横模的相位补偿	376
第十八章 纵模选择方法	381
§ 86 激光束的频谱及纵模选择方法	381
§ 87 三镜纵模选择	383
§ 88 倾斜标准具选模	388
§ 89 金属薄膜选模	391
第十九章 环形谐振腔	396
§ 90 环形谐振腔的特点	396
§ 91 倒向波的抑制	399
第二十章 光学谐振腔的发展	405
参考文献	407

第一章 谐振腔概述

§1 光学谐振腔的特点

光学谐振腔(以下将经常简称为“谐振腔”)是激光器的重要组成部分。激光器所采用的谐振腔,都属于“开式谐振腔”一类。

电磁波在厘米波段中,广泛地采用“体谐振腔”^[6](也称为封闭式谐振腔)。体谐振腔是一个密闭的金属空腔,一般做成规则形状。这样的谐振腔它所能工作的波长,按照驻波条件最长不能超过谐振腔最大尺寸的两倍。为了获得高的 Q 值,一般情况下谐振腔工作在最低次模,当工作波长变短时,谐振腔的全部尺寸都要成比例地减小。但是当波长相当短时,这种谐振腔的 Q 值显著下降,并且体积将小到无法实现的程度。因此体谐振腔只在亚毫米波段以上才适用。

在比较短的波长上可以用较大尺寸的谐振腔在高次模上工作。但是这种方法所能工作的波长也是有限的。因为当波长很短时由于谐振腔的频谱浓缩,使得每两个相邻模的间隔小于模的宽度而失去共振性质无法工作。

我们知道,在 $\Delta\nu$ 频率区间内的模数 ΔN 是

$$\Delta N = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V \Delta\nu \quad (1-1)$$

其中 V 是谐振腔的体积, c 是腔内介质中的光速。由(1-1)式我们看到模的数目 ΔN 随频率 ν^2 而增加,这就称为频谱浓缩。对于一个长100厘米,截面1厘米²的体谐振腔,在光频

区域(例如 $\nu = 10^{15}$ 赫兹)的典型非均匀线宽 ($\Delta\nu = 1000$ 兆赫)内, 模的数目 ΔN 将达到 10^{11} 的量级^[4,7]. 这确实是一个相当大的数目.

公式 (1-1) 通常称为瑞利-金斯公式^[8]. 它很容易对立方体腔或其他规则形状的腔体推导出来. 对任意形状体积的推导与修正项已由柯朗给出^[9], 它通常称为柯朗定理.

根据柯朗定理, 对于二维区域有:

$$\Delta N = \frac{4\pi\nu}{c^2} S \Delta\nu \quad (1-2)$$

其中 S 是二维区域的面积. 以及对于一维区间有:

$$\Delta N = \frac{4L}{c} \Delta\nu \quad (1-3)$$

上式中的 L 是一维区间的长度. 在上面的公式中已经考虑了电磁场的矢量特性, 即存在着两个独立的偏振. 对于标量场这些公式的右端应乘以 $1/2$.

从公式 (1-3) 看到在一维区间内, 频谱浓缩消失了. 一维系统的本征频谱构成一个等距的稀疏频谱. 因此, 它可以利用高次模工作.

从这一点出发, 人们找到了一种与微波系统中完全不同的新式谐振腔, 称为“开式谐振腔”, 它的特点是没有频谱浓缩, 满足公式 (1-3). 这样的谐振腔差不多同时由普罗霍洛夫 (A. M. Прохоров)^[10]、萧洛与汤斯 (A. L. Schawlow & C. H. Townes)^[11] 以及狄克 (R. H. Dicke)^[12] 提出, 它由两块平面反射镜相距一段距离平行放置而构成. 这种谐振腔称为法布里-珀洛谐振腔或称为平行平面谐振腔. 由于光学谐振腔不存在频谱浓缩, 因此它的尺寸可以远大于谐振腔的工作波长. 实用的谐振腔不仅腔的尺寸远大于波长, 而且谐振腔的长度 (轴向尺寸) 远大于谐振腔的横向尺寸 (即反射镜的尺寸).

§2 模 的 概 念

由于光学谐振腔与微波谐振腔的结构完全不同，因此光学谐振腔模的概念与微波谐振腔模的概念也有差别。

对于边长为 L 的立方体谐振腔，腔内沿 $\mathbf{k}$ 方向传播的电磁波的驻波条件是

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{k}_x &= \frac{2\pi}{L} m \\ \mathbf{k}_y &= \frac{2\pi}{L} n \\ \mathbf{k}_z &= \frac{2\pi}{L} q \\ m, n, q &= 1, 2, 3 \cdots \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

波的角频率 ω 与波矢量 $\mathbf{k}$ 有如下关系

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \mathbf{k}^2 = (\mathbf{k}_x^2 + \mathbf{k}_y^2 + \mathbf{k}_z^2) \quad (2-2)$$

对于每一组正整数 m, n, q 确定了一个共振频率和一个确定的传播方向。我们称由一组 m, n, q ，所确定的一个驻波为谐振腔内电磁场的一个“模”或“波型”。每一个模都是谐振腔内自由电磁场可以存在的一种振荡状态，这样一种状态并没有完全确定，它还可以具有两个不同的偏振。以后在一般情况下，我们将只考虑标量场的情形。

对于光学谐振腔当然不存在上述意义下的模，因为写不出形如 (2-1) 式的驻波条件。目前光学谐振腔模的定义有好几种^[138, 139]。下面作一简要的介绍。

1. 自再现模

它定义为这样一种场分布，当波在谐振腔内反射镜之间传播时，由于反射镜的反射损失和衍射损失的存在，它的振幅并不自再现，然而它的空间分布与位相却是自再现的。能自再现的场是谐振腔的模。

自再现模的定义首先由弗克斯-李(A. G. Fox, T. Li)^[13]提出，此后在文献中广泛采用并加以发展。由弗克斯-李所建立的积分方程可以求得每一个模在谐振腔反射面上的场分布、衍射损失、附加相位移动和角分布等特性。

将自再现模的概念加以发展，在几何光学理论中建立了“光线模”的概念。光线模定义为在谐振腔内能自再现的“光线汇”。由光线汇的自再现条件可以揭示出模的分类，一种光线汇所反映的是一个模集的共同性质。

模分为横模和纵模。纵模是按照腔内驻波场在谐振腔轴线上节点的数目来标志的；而横模则由垂直于轴的平面上的节点数目来标志的。通常这样选择坐标系，即它的 Z 轴与谐振腔轴线相重合。这样，光学谐振腔的模也可以用三个数 m, n, q 来标志。 m 和 n 分别标志 X 方向和 Y 方向的模数，称为横模指数， q 标志纵模指数。这个模的场在 X 方向有 m 个节点（边点不算），在 Y 方向有 n 个节点而在 Z 方向有 q 个节点。

2. 自由谐振模

这种模的定义是封闭式谐振腔模定义的推广，而且推断了模的性质。

自由谐振模的定义最初由瓦因士坦(Л. А. Вайнштейн)^[14, 15]提出，奥古拉(H. Ogura)等人^[16]应用了此定义。在标量近似下，谐振腔的模定义为均匀波动方程的解 U_{α} 。

$$\Delta U_s + k_s^2 U_s = 0 \quad (2-3)$$

它满足如下的边界条件,在反射镜上

$$U_s = 0 \quad (2-4)$$

在大的距离上,表现为发散的球面波

$$U_s(P) = g(\theta, \varphi) \exp(ik_s R)/R \quad R \rightarrow \infty \quad (2-5)$$

其中 R, θ, φ 是球坐标, 原点在谐振腔的中心附近。此时发散的解只能是谐振腔的“自由振荡”。

3. 波导模

波导模的定义最先由瓦因士坦^[17, 18]给出, 此种定义在文献中也比较常见。

对于两个无限长的平行平面反射镜可以考虑为两终端敞开的、二维波导的壁。非常接近于截止频率的行波模, 是由几乎垂直于壁传播、并在它们之间来回反射的平面波组成的。当波前达到一个开端时, 它几乎以反方向传播的同一个模反射回来。开端的反射系数可以用维纳-霍普夫 (Wiener-Hopf) 技术计算出来。当波导壁两端与此两模有关的电流构成驻波时, 就得到开式谐振腔的模。这一点只有在复频率下才能出现。在此途径中自再现模的纵向共振条件由横向的条件所取代。

4. 其他模

巴伦 (S. R. Barone)^[19] 将开式谐振腔的模定义为某一个特殊封闭式谐振腔的模, 封闭式谐振腔具有阻抗壁。阻抗的值可以由弗克斯-李所建立的积分方程导出。

上面介绍了几种模的定义, 本书将采用自再现模的定义来进行讨论, 但也不排除在某些情况下直接引用其他理论的结果。

§ 3 谐振腔的基本参量

光学谐振腔是多种多样的，比如构成谐振腔的反射镜可以是平面镜也可以是凹面镜或凸面镜，两反射镜可以是相同的也可以是不同的，两反射镜的距离也可以是任意的。这多种多样的谐振腔有多少相同点与不同点呢？例如半径为 a 的两个相同的圆形平面反射镜相距为 L 构成的谐振腔与半径为 $2a$ 的两个相同的圆形平面反射镜相距为 $4L$ 构成的谐振腔，它们的性质有多大差别呢？后面将看到当不同谐振腔的某些参量相同时将具有十分相似的性质。下面来介绍几个十分重要的谐振腔参量。

1. 费涅耳数与衍射损失

谐振腔的费涅耳数用 N 来表示，是一个十分重要的参量。它定义如下：

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda L} \quad (3-1)$$

式中 λ 是谐振腔的工作波长，同一个谐振腔对于不同的波长具有不同的费涅耳数。

对于圆形反射镜的谐振腔， a_1 和 a_2 分别表示两反射镜的半径。

对于矩形反射镜构成的谐振腔，假定两反射镜在 X 方向的宽度为 $2a_1$ 和 $2a_2$ ，在 Y 方向的宽度为 $2b_1$ 和 $2b_2$ 。那么它在 X 方向的费涅耳数 N_x 是

$$N_x = \frac{a_1 a_2}{\lambda L}$$

在 Y 方向的费涅耳数 N_y 是

$$N_y = \frac{b_1 b_2}{\lambda L}$$

下面来讨论一个二维平面腔。所谓“二维谐振腔”是这样的谐振腔，它的两个反射镜在 y 方向上为无限长，在 x 方向具有有限的宽度，相距一段距离所构成的谐振腔。这样的谐振腔内的场只与 x 坐标和 z 坐标有关，而与 y 坐标无关。故称为“二维谐振腔”。二维谐振腔这一术语下面将经常用到。在绝大多数的情况下，只要弄清楚了二维谐振腔的性质，整个谐振腔也就清楚了。在一个二维平面腔中（见图 3-1），一束射向 M_1 的、波长为 λ 的平行于腔轴的平行光束，经 M_1 反射后衍射到大小约为 $\lambda/2a$ 的角度内。镜 M_2 对镜 M_1 的半张角为 a/L 。从反射镜中心发出的，与腔轴成此角度的辐射，在腔内运行一次就要逸出腔外。如果要求辐射在腔内至少往返 n 次，那么辐射方向与腔轴的最大夹角为 $a/2nL$ 。如果要求辐射仍不逸出腔外，就应满足

$$\frac{a}{2nL} > \frac{\lambda}{2a} \quad (3-2)$$

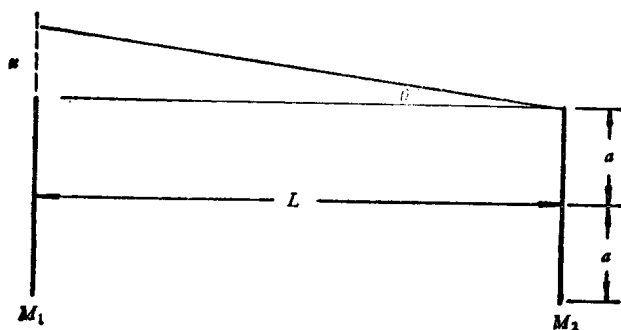


图 3-1 宽度为 $2a$ 、相距为 L 的二维平行平面腔

它给出

$$\frac{a^2}{\lambda L} = N > n \quad (3-3)$$

这就是说, N 表示最大往返次数, 不管谐振腔的大小如何, 只要费涅耳数相同, 腔内辐射最大往返次数便相同。

在普通物理学中我们已经知道, 对于平行光来说, N 就是从—个镜面上所看到的另一个镜面上的费涅耳带的数目。 N 越大, 越接近于几何光学的情况^[20]。 这与 N 表示最大往返次数是一致的。

腔内的辐射由于衍射将有能量逸出腔外, 从而产生能量损失, 称为衍射损失(有时也称为衍射损耗或损耗)。 显然 N 越大衍射损失越小。

2. 曲率因子

上面讨论了平面腔, 下面来讨论球面腔。 当两反射镜不再是平面镜而是球面反射镜时, 谐振腔的性质会发生巨大的变化。 假定两反射镜分别是曲率半径为 r_1 和 r_2 的球面反射镜、相距为 L 而构成一个谐振腔。 从腔内看反射镜如果是凸面, r_i 取负值; 凹面则 r_i 取正值。 谐振腔的曲率因子 g_i 定义为

$$g_i = 1 - \frac{L}{r_i}, \quad i = 1, 2 \quad (3-4)$$

当曲率因子满足条件

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (3-5)$$

时, 腔内的辐射可以在腔内往返多次而不逸出腔外, 这样的谐振腔称为稳定的; 当条件 (3-5) 不满足时, 谐振腔称为是不稳定的。 关于谐振腔的稳定性问题以后还要详细讨论。

§4 谐振腔的Q值

前面已经谈到了衍射损失, 除此之外谐振腔还有很多损失机构, 如反射镜的透射 α_T , 腔内介质的散射 α_s 、非激活吸收 α_a 等等. 那么辐射在腔内运行一次的总损失 α 是

$$\alpha = \alpha_D + \alpha_s + \alpha_a + \alpha_T + \cdots \quad (4-1)$$

由于腔内损失的存在, 一个给定的模就有一定的寿命. 通常把它定义为: 模振幅的平方衰减到它的初始值的 $1/e$ 时所需要的时间 t_p , t_p 就称为该模的寿命, 有时也称为光子寿命. 谐振腔内辐射的损失按光子寿命的定义光强 I 应满足如下微分方程

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{I}{t_p} \quad (4-2)$$

即

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{t_p}\right) \quad (4-3)$$

辐射在腔内运行一次后强度由 I_0 变为 I_1 , 运行的时间是 L/c , 于是得到:

$$\frac{I_1}{I_0} = 1 - \alpha = \exp\left(-\frac{1}{t_p} \frac{L}{c}\right) \approx 1 - \frac{1}{t_p} \frac{L}{c}$$

最后我们得到^[1]:

$$t_p = \frac{L}{\alpha c} \quad (4-4)$$

有时用谐振腔的品质因数 Q 来表征谐振腔的损失是方便的. Q 值的定义如下:

$$Q = \omega \frac{\text{储存的能量}}{\text{每秒钟损失的能量}} \quad (4-5)$$

• • •