线性系统

〔美〕T. 凯拉斯 著

科学出版社

线 性 系 统

[美] T. 凯拉斯 著

李清泉 褚家晋 高 龙 译

科 学 出 版 社

1985

内 容 简 介

本书是美国斯坦福大学的“线性系统”课程的教材. 它及时地反映了近二十年来有关线性系统理论的主要内容和最新研究成果. 全书共十章: 前五章讲述单变量线性系统，内容包括基础知识、状态空间方法、状态反馈、观测器和补偿器的设计以及若干代数系统理论. 第六章至第九章讨论多变量线性系统，内容包括状态空间和矩阵分式描述、状态反馈和补偿器的设计、广义微分系统和多项式矩阵描述以及时变系统. 第十章探讨了线性系统当前和今后的一些研究课题. 附录中收集了本书所需要的矩阵代数知识. 本书强调工程概念，取材精炼，富于启发性，比较合符读者的认识规律；书中的例题和习题，甚至参考文献均经过认真选择，与正文互相呼应，浑然成为一个整体. 书中习题的解答，可在本社出版的“《线性系统》习题解答”一书中找到.

本书可供高等院校自动控制、无线电技术、信息处理、计算机科学与应用、航天航空技术以及系统工程等专业的学生、研究生和教师参考，也可供从事自动控制的有关科研人员和工程技术人员阅读.

Thomas Kailath
LINEAR SYSTEMS
Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1980

线 性 系 统
[美] T. 凯拉斯 著
李清泉 褚家晋 高 龙 译
责任编辑 李淑兰
科 学 出 版 社 出版
北京朝阳门内大街137号
中国科学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1985年3月第一版 开本: 787×1092 1/16
1985年3月第一次印刷 印张: 32
印数: 0001—7,500 字数: 737,000

统一书号: 15031·634
本社书号: 3828·15—8

定 价: 7.40 元

译 者 的 话

线性系统理论是现代控制理论、网络理论、通讯理论以及一般系统理论的基础．因此，长时间以来，一直受到人们的普遍重视．从六十年代初至今二十余年里，线性系统理论的研究和应用已取得了相当丰富的成果，然而在相当长的一段时间里，却缺乏一本系统地反映这些成果的教材和专著．

我们认为，凯拉斯教授所著《线性系统》一书，在一定程度上弥补了这个不足．首先，这本书及时地反映了近二十年来有关线性系统理论的主要内容和最新成果．例如，本书对矩阵分式描述和有理多项式矩阵理论进行了相当全面的论述；十分详尽地探讨了状态空间方法和传递函数方法之间的密切关系及其重要意义．其次，本书偏重于线性系统的工程概念，把数学概念隶属于系统概念，用尽量少的数学工具来研究线性系统的基本概念、方法和理论．因此，与偏重于数学体系的许多同类书籍相比，本书无疑有益于更多的读者去阅读、理解和应用．再者，本书内容取材精炼，并按循序渐进的方式进行编排，所以比较符合一般读者的认识规律．作者差不多用了一半的篇幅来讲解单变量系统，由于概念清楚，层次分明，这就为过渡到多变量系统奠定了良好的基础，在一定程度上解决了多年来教学上的一大难题．最后，书中的例题和习题，甚至参考文献都是经过认真选择的，它与正文互相呼应，浑然成为一个整体．

鉴于上述原因，我们将它译出，供在这个领域工作的同志和对此有兴趣的读者参考．

在翻译过程中，除了把作者发现的错误改正以外，凡我们认为原书有错误之处，也一一进行了订正．关于个别习题的安排，我们已按作者的意见进行了调整．为了有益于读者深入了解本书的内容，我们还将作者提供给我们的习题解答译出，作为本书的续篇同时出版，供读者参考．关于译名，我们都尽量采用目前已经流行的译法，至于尚无译名或无统一译名的词的译法，仅是我们的一种浅见．限于译者水平，译文中定有许多不妥之处，敬请读者批评指正．

本书第一、二、三、五和九章，以及索引由李清泉同志翻译；第四、六和十章由褚家晋同志翻译；第七、八两章和附录由高龙同志翻译．最后由李清泉同志对全书进行统一校对．

译　者

1982年12月19日于清华大学

前　　言

在物理学、数学、工程学以及其他的许多学术领域中，人们从各种不同的角度出发，对线性系统已经进行了长时期的研究．但由于这个课题是那样的基本和如此的深刻，所以毫无疑问，在今后一个可以预见的长时间里，线性系统仍将是人们继续研究的对象．然而，近代工程学研究的一个特定方面是侧重于有限维线性系统的结构，因此，这也是本书的中心内容．特别是从三十年代初期以来，虽然人们已对这类有限维线性系统进行了广泛的研究，但就一般采用的频域方法而言，它对所研究的这类系统的基本有限维数，却往往没有特别地加以开拓，而且，几乎所有的这种工作都是针对单输入-单输出（即标量）系统的，看来还没有满意地扩展到多输入-多输出（即多变量）系统，但后者到了五十年代后期，在航空航天、过程控制和计量经济学等的应用中，已开始日益显得重要．这一事实，再加上航空航天问题中的时变系统和时域特性的重要性，于是在贝尔曼 (Bellman) 和卡尔曼 (Kalman) 两人工作的鼓舞下，又重新激起了人们对线性系统状态空间描述方法的兴趣．这种状态空间描述方法自然导致更加详细地考察有限维线性系统（或通常所说的线性动力学系统）的结构，并且必然引出冗余度、最小性、能控性和能观测性等等概念问题．关于 1960 年前后的情况，论文 [1][1) 和 [2] 给出了很好的展望．在系统设计和反馈补偿方面，包括移动极点的控制器、二次型调节器综合、状态观测器和估计器，以及非相互影响的控制等等在内，状态空间表示法都提出了若干新的建议．正当人们刚刚把状态空间描述方法编入教科书的时候（参考文献 [3] 和 [4] 很好地概括了那个时期的这一类书籍），波波夫 (Popov)[5] 和罗森布罗克 (Rosenbrock)[6] 就及时地指明了在标量有理传递函数的概念中，有哪些能自然地推广到矩阵传递函数和多变量系统，以及如何容易用这些概念来提出问题和解决问题．从那时起，这些概念又由几个研究工作者有效地继续进行了研究．在我们看来，那时的工作所得出的主要见解是：在有限维系统的所有可能的一系列描述方法中，传递函数（或高阶微分方程）描述和状态空间（或一阶微分方程）描述只不过是两种极端的描述方法．我们可以只使用一种或另一种描述方法，不过，我们能容易地把结果从一个描述体系变换到另一个描述体系中去，并且正如所预料的那样，用所谓的分状态描述方法，把这两种极端的描述方法混合起来才是最自然的情况．

本书的目的是要引导事先已学过线性系统分析（基本变换和矩阵理论）的初学者，对线性系统理论的这些新的和详尽的观点，进行启发式的和综合的研究．

详细的目录表明了对本书内容的总体设想．简单说来，我们从标量（单输入-单输出）系统着手，引出状态空间实现、内部和外部描述、能控性和能观测性等概念，以及这些概念在最小实现、状态反馈控制器和观测器等中的应用．与此同时，我们还把这些状态空间结果和更为经典的传递函数概念进行了比较，并逐步树立起这样一种认识：只要细心地使用传递函数描述，而无需依靠状态变量、能控性或能观测性等概念，也能得到与状态空间结果相等价的结果．把第一章至第五章限于讨论定常标量系统，就使我们能以十分具体

1) 参见本书前言所附的参考文献．

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

和明确的层次来获得上述见解，以致在本书的其他部分(第六章至第九章)中，能非常快地向多变量系统过渡. 对标量系统中所涉及的课题，我们特别仔细地做了选择和安排，这样做不仅很好地促进了相应的多变量系统的研究，而且照作者看来，这种研究也是颇为深刻和富有成效的. 因此在很多方面，这种研究已达到科学技术的新的研究领域(也参见第十章)，从而为读者在线性系统理论起重要作用的很多领域里进行新的研究和应用作好准备. 这些新的研究领域有：信号检测和估计、系统辨识、过程控制、数字滤波和通讯系统，一般地讲，就是广泛而激动人心的信号处理领域.

在(美国)斯坦福(Stanford)大学，本书前五章，6.1 节和 6.2 节，以及第九章的内容，适用于为高年级大学生和一年级研究生讲授 40 到 45 小时的课程，在这一部分中，那些带星号的节可作为附加读物；第六章至第八章的内容足以为研究生安排另外 30 小时的课程，在这一部分中，附有可作为学期论文题目的深入读物和研究内容. 然而，内容可有多种安排方式，但我已决定写成这样，它在某种意义上将有助于各个年级和不同基础的学生去翻阅和自学.

这里，对写作本书的原由做点解释可能是有益的. 由于种种原因，在控制理论中，状态空间法已有很大进展，但在我很感兴趣的通讯理论中则不然. 在六十年代中期，美国的施韦泼(Schweppe)[7]以及苏联的斯特拉顿诺维奇(Stratonovich)和索苏林(Sosulin)[8]，首先指明了状态空间法在信号检测问题中的效用. 接着，奥穆拉(Omura)说明了怎样把二次型调节器控制算法用于某些反馈通讯方案[9]. 这些文章，再加上我早年的一些博士研究生，特别是奥穆拉、弗罗斯特(Frost)、吉瑟(Geesey)、邓肯(Duncan)和戈平拉思(Gopinath)等人的耐心解释，引起了我对状态空间理论的更大重视，并促成我把更多的状态空间理论内容纳入斯坦福大学开设的线性系统课程. 不过，不久就认识到，为了真正发挥状态空间法的效力，还必须具备更深一些的知识. 此外，现有的许多教科书的体系都偏重于微分方程和线性代数方面的基础数学，而对系统理论所特有的那些概念的工程意义和应用却注意不够，例如，这些教科书过多地把注意力集中在约当(Jordan)标准形、各种计算矩阵指数的方法，以及能控性和能观测性的种种定义上. 所有这些方面的数学问题早已十分清楚了，但这些教科书实质上都没有阐明，所有的这些数学为什么对任何工程师或数学家都是那么有用的.

最先向我深刻表明能控性和能观测性等概念的重要性，就是能控性在时不变系统极点移动问题中所起的作用(第三章)，以及能观测性在渐近观测器设计中所起的作用(第四章). 随后，在调研原始研究文献时又使我了解到，这些概念在为二次型调节器[10]和最优滤波器[11]提供稳定性结论中所起的作用；这种稳定性的意义在于，计算中的数值误差效应(例如，舍入误差)不会发生累积，也不会使计算失效，这显然是十分重要的需要实际考虑的问题. 在求解某些最优控制和估计问题的存在性和唯一性条件时，作为必然的技术条件，能控性和能观测性首先提了出来，这早已是十分清楚的了. 稍后不久，卡尔曼借助于某些理想化问题，把能控性和能观测性分离开来，并对它们下了定义[12]，由于多方面的原因，这些概念就逐渐在许多论述中受到了过分的重视.

此外，当我通过把状态空间观点用于各种检测、估计和控制问题，从而对它开始有了更好的了解的时候，罗森布罗克以他的开创而广泛的研究[6][其后还有波波夫、福尼(Forney)、沃洛维奇(Wolovich)和其他一些人]，阐明了传递函数的威力，并指明了通过

更好地理解传递函数法和状态空间法两者之间的关系所带来的裨益．本书打算对线性系统理论中这些当前有效的、新而强有力的观点做一综合研究，这样的综合研究工作的优越性早已在各个方面显现出来，因此，我相信利用它还能做出更多的成绩．

上述这些背景注释还说明，本书的目录为什么不完全仿效自1963年以来在现有大多数教科书中的“传统的”表述体系．在这类传统的大多数教科书里，一个得意的课题是状态空间方法的时域解；这是一个有趣的课题，它能满意地依靠先前的线性微分方程知识加以解决．不过，我感到学生在掌握这部分内容的过程中所达到的见解却多少有点儿错觉．首先，如果的确需要求解某些方程，那么完全可用为此目的编制的几个简便有效的计算机程序．但是应要求学生“理解”正在计算的是什么东西，的确，这种理解除了来源于数值分析外，绝不会来源于线性系统课程中所学到的那些漂亮而特殊的数学（参见文献[13]）．实际上，正是这种使人埋头于未经慎重考虑的这些特殊数学的事实，才促使人们认识到，许多能用状态空间方程处理的问题并不真正需要状态方程的显式时域解．因此，本书降低了状态空间方程解的重要性．另一方面，我已尽力指明，一个给定系统方程组（或传递函数）的显式实现概念能最有力地帮助人们理解和使用线性系统．这个论题首先出现在第二章，并在全书中不断加以发展，例如，本书中部对多变量系统的探讨（6.4节和6.5节），第八章对广义微分系统的研究，以及在第九章对时变系统的伴随系统的说明，甚至在书末的简短的第十章里，也在一定程度上作了努力．读者为了适应本书的多少有点与众不同的观点，可能需要花费一定的时间去阅读几遍，不过，我只能用我自己的经验作为证明，这样做是值得的．

在学习本学科并试图得知什么样的观点是有生命力的，什么样的观点是短暂即逝的时候，我从追溯原始资料中得到了很大的帮助．因为，正如伍德豪斯（Woodhouse）于1810年在他的第一本关于变分学的英文书中所指出的那样[14]：“一般地讲，那些在学科初创阶段进行写作的作者是最富有启发性的，他们最能带领读者和他们一道前进，向读者讲明实质性的难点，更重要的是用他们自己学习本学科的方法，将这个课题的内容和方法传授给读者．”所以，根据上述这些注释，我通常要做特别的努力来指出有关各种概念的最早论文，以鼓励有积极性的读者去独立地钻研它们．更一般地讲，本书所列的这些参考文献是经过精心选择的，考虑到了它们的重要性、易读性，以及进一步学习和在几种情况下都能独立深入研究的潜力．类似地，本书习题的难易程度也各不相同，在有些情况下，可作为教材内容的补充和扩展，因此，即使只想做少量习题的读者，无论如何也应把全部习题与每节课文结合在一起进行学习．

我也尽力使本书成为一本适当的自成体系的教科书，并做了充分的努力以便使证明尽可能地简单和直观，例如，内容上做了这样的安排，使得无论是作为预备知识还是作为基础知识所必须的线性代数都是较少的．真正需要的是进行一定的矩阵演算训练，而且更加重要的是使学生认识并接受，在目前的水平上，不可能有那种线性代数（事实上也是任何数学科目）课程或教科书，能作为任何工程课程的理想的或完全的预备知识——没有任何东西能代替经过自己充分努力才能弄清楚的许多事情（在开始阶段，应能自由运用1×1或2×2矩阵）．当然，需要一定的指导，所以在本书的附录和6.3节中，我已尽力收集了一些本书所用的初等代数和多项式矩阵理论的结果，然而，这并不意味着在学习本书其他部分之前，就必须掌握它们，甚至那些在后叙章节中为了一些特定结果［如行列式和分块矩阵恒等式、凯莱-哈密顿（Cayley-Hamiton）定理，以及史密斯（Smith）标准形等］而明确

指定的参考文献，也只当读者需要更加深入研究这些有关专题时才会用到．当然，这通常是费力而缓慢的，但我的经验是，学生会因此而更好地掌握这个内容，而且更加重要的是，学生可由此预测自己在试图解决今后工作中可能碰到的具体问题时，挑选和学习有关某个具体数学课题的能力．现代工程问题所用的数学范围是如此广泛，为了获取“预备知识”，人们可能要耗费他的全部时间，这主要是因为与冒险(那怕只有一点点)涉及某个意义不太明确的领域相比，研究非常确切的内容要省时间得多．

因此在本书中，我已尽力把数学概念从属于系统概念，若要沿着十分有趣但终究还是非常无益的数学方向来引导读者，那实在太容易了，但遗憾地，这的确也太平庸了．我的目的不是阐述或发展“数学式”的系统理论，而是致力于适当引进和使用尽可能少的数学来考察系统理论的某些基本概念．我努力遵循乔弗(Chover)的一句铭言[15]：“是驱散流行的错误观念的时候了，数学的目的在于发现，而不在于‘证明’”．或许用另外一种方式来说明这个论点：我属于这样的学派，它把概念和说理看得比“单纯的”结论更为重要[16,4.B]．

最后，我还应当提醒读者，由于知识上不完善的限制、非数学的性能规范、经济条件的约束和灵活的可接受准则等等原因，会不可避免地使实际问题带上一定的含糊性，所以，任何理论的十分明确而具体的数学问题的答案，对于任何工程问题的实际“解决”，毕竟只能起“指南”的作用．不幸得很，这种差别的确不可能由一本教科书来表述，这也说明为什么绝不可能用一本书或一个计算机程序来代替那些好的教师或工程师．

在这里我应该提一下，特别是在前几章里，表述形式是有意安排成一种松散的结构，侧重于讨论式和启发式，而不强调形式推导．几个主要论题是按螺旋方式逐步展开的，因此，读者不应在课题首次提出时，就期望回答所有的问题．学生们将会发现，当他们从课程的各个方面对主要概念、结果和相互联系有了体会时，若随时把它们组成一些自用表格和图表，那将是很有帮助的．在学习上任何有成效的努力，都必然会不断地引起技能和知识之间的相互作用．正如迪克斯特拉(Dijkstra)所简洁指明的[17,p211]，一个科学的学科不是“知识碎片的奇异堆积和技能的同样奇异堆积”，而是“这些技能必须能深化知识，同时这个知识又必须能改进技能.”所以，为了真正了解一门学科，人们总要通过自己的基础和其他知识，对指定的任何一本书籍或一门课程的内容，进行个人的选择和再综合．我的希望在于，本书能为通过自学和(或)课堂讲授这样的教育经历提供足够的内容和机会．

所有这一切——
　　都是献给您的，“亲爱的读者”．
我希望撰写一本“书”，
它正是您渴望通晓的．
这对我有何益处，
如果您不能读懂它？
　　不过，您得顽强地试试——

据威利安斯(Williams)所著“一月的早晨”改写1)．

凯拉斯(T. Kailath)
加利福尼亚州，斯坦福

1) 摘自威利安斯的早期诗集，新方向出版公司(New Directions Publishing Corp.)，1938．经该出版公司同意，将“一月的早晨”改动三字后在此以改写形式发表．

目　　录

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第一章 基础知识

1.0 引　言

本章的内容是回顾本书要用到的一些基本定义和基础数学．对于这部分内容，许多读者通过这样或那样的途径多半都很熟悉了，所以这里并不去追求内容的完整性．不过，本章确实尽力对各种概念提出了某种启发性的意见，也设法对一些迄今不太为人们所涉及的有关问题做了详细的描述．

在1.1节中，我们利用一个十分简单的例子，来说明过分形式化地研究线性系统所面临的一些困难．在线性系统研究中，公理化的论述不但对教师而且对学生都具有一定的吸引力，但这里想要说明的是，这种水平的工作是没有多大价值的．我们的看法在于，已有许多崭新的而又有意义的工程概念和数学概念需要学习，因此，可以摒弃那些人们感到满意的诸如线性因果律，以及时不变等概念的"纯"定义的冗长讨论．

在1.2节中，描述了用来求解微分方程的单边拉普拉斯 (Laplace) 变换的主要性质．所谓 $\mathscr{L}_-$ 变换的重要性是通过几个例子导出的，并且给出了一个便于使用的广义初值定理，而这个定理迄今还没有为人们所广泛了解．

在1.3节中，讨论了脉冲函数族，以及它们在表示更复杂的函数和推导线性系统的输入-输出关系时的应用．

在最后的1.4节中，对本书所用的矩阵作了一些初步注释．关于矩阵理论的更详细的介绍给在书末的附录中．

在着手第二章之前，没有必要完全消化本章或附录中的内容．对这些内容很快地阅读一遍就有助于记住这些基本定义和符号．这种作法应该足够了，直到后续各章提出要求为止，那时再来更加详细地查阅这些基本内容可能是必要的．

1.1 线性定义中的一些细微差别

探讨系统理论的一般途径可由观察（系统的一种表示方法）着手，一个系统，无论它是线性的还是非线性的，无论它是时不变的*) 还是时变的，等等，都可用一张表格来表示，在这张表上，列出了加到该系统的所有可能的输入以及系统对这些输入的所有可能的响应（输出）．不过，这样一种原始表示方法是很少使用的．线性系统受到如此重视的一个主要原因就在于，这类系统的输入-输出对的表格可强有力地加以简化．

如果对一个系统 L，每当一个输入 u_1 产生一个输出 $L(u_1)$，一个输入 u_2 产生一个输出 $L(u_2)$，就总有

$$L(c_1u_1+c_2u_2)=c_1L(u_1)+c_2L(u_2) \tag{1}$$

*) 时不变系统又常常叫做定常系统．——译者注

式中

$$c_1,\ c_2=\text{任意实数或复数} \tag{2}$$

那么，通常就说这个系统 L 是线性的．上述内容的意思就是要求：可能输入的空间对其线性组合是封闭的，即如果 u_1 和 u_2 属于这个空间，那么，$c_1u_1+c_2u_2$ 也必定属于这个空间．

为了了解线性系统的这些性质怎样简化输入-输出对的描述，让我们假定输入空间由周期为 T 的所有周期函数组成，这些周期函数都有傅里叶(Fourier)级数表示．这样，任一输入函数就可表示为

$$u(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\tilde{u}_n e^{j2\pi nt/T}$$

式中

$$\tilde{u}_n=\frac{1}{T}\int_0^T u(t)e^{-j2\pi nt/T}dt$$

进而有

$$L[u(t)]=L(\sum_n \tilde{u}_n e^{j2\pi nt/T})=\sum_n \tilde{u}_n L(e^{j2\pi nt/T}) \tag{3}$$

上式表明，为了规定这个线性系统，只需要知道它对输入的可列无限集合 $\{e^{j2\pi nt/T},\ n=0,\ \pm1,\ \cdots\}$ 的响应，显然，所有可容许输入的空间是由许多无穷"大"序列组成的．当然，在有些情况下，不论 n 取什么值，都有可能得到计算 $L(e^{j2\pi nt/T})$ 的显式公式，这时就不需要制作输入-输出表了．

然而，即使刚开始我们就能明白，在进行计算时需要非常小心．例如，一定要注意，如果没有进一步的假设，式(1)的可加性就不能推广到无穷和，因此，一般有

$$L(\sum_1^\infty u_i)\neq\sum_1^\infty L(u_i) \tag{4}$$

不难看出，对式(4)取等号时为什么必须慎重．比如说，若令

$$\sum_1^\infty u_i=\lim_{N\to\infty}\sum_1^N u_i=\lim_{N\to\infty}S_N \tag{5}$$

那么，对式(4)取等号就应要求

$$L(\lim_{N\to\infty}S_N)=\lim_{N\to\infty}L(S_N) \tag{6}$$

甚至思考能力弱的读者也会同意，只有当系统 $L(\cdot)$ "充分平滑"时，才可能证明式(6)中所要求的运算交换是正确的；换句话讲，如果没有进一步的限制条件，由式(1)和(2)所定义的线性条件不足以保证式(6)成立．这些困难的标准例子是一类所谓数学病态的东西(参见习题1.1-2和1.1-3)，而这种标准例子又恰恰经常为人们所忽视．不过，下述简单例子很有吸引力，这个例子是斯坦福大学的1966届学生谢菲(Shefi)发现的．

例 1.1-1　一个线性系统?

考虑下面定义的一个系统：加到这个系统的输入限于分段连续函数，它们在 $(-\infty,\infty)$ 范围内是有界的，且在一个有限的时间内，简单跳跃间断点的数目不超过某个有限数．这个系统在任一时刻 t 的响应定义为由 $-\infty$ 达到当前时刻 t 时，输入信号发生的跳跃值的代数和．

输入信号空间显然是一个线性空间，而且不难看出，这个系统服从式(1)和(2)

$$L(c_1u_1+c_2u_2)=c_1L(u_1)+c_2L(u_2)$$

但是，这个系统有一些惊人的性质．举例来讲，这个系统对阶跃输入的响应仍是阶跃的，

所以似乎可以认为，这个系统的脉冲响应是一个 δ 函数，相应地，系统的频率响应（脉冲响应的拉普拉斯变换）等于一．然而，这个系统对 $\cos t$, $\sin t$ 或 $e^{j\omega t}$ 的响应都等于零，这是因为这些输入函数没有间断点！倘若更精确地研究这个系统就会发现，它对脉冲输入的响应同样是模棱两可的．如果用矩形脉冲逼近一个输入 δ 函数，则系统的响应就等于输入；可是，若用三角形脉冲逼近这个 δ 函数，则系统的响应将等于零．同理，对于一个阶跃输入函数，不管是什么形式的连续逼近，也不论这种逼近多么精确，系统对这种阶跃输入的响应总等于零．

十分清楚，本例定义的这个系统是不“平滑的”即不“连续的”，因而输入的“小”变化可引起输出的“大”变化．▌

这样，为了能不受约束地使用叠加、拉普拉斯变换和傅里叶分析，系统必须连续，可是为了能把一个系统视为连续系统，就必须首先有一个在输入和输出空间中定义“小”和“大”的方法．可惜，这个定义“大”和“小”的任务比人们曾经设想的大得多．问题在于有许多计量大小或距离的方法，例如可用适当的范数或度量来计量大小或距离，关于范数等术语读者可能已经接触过了．与范数有关的相伴线性空间，按它们的普遍性的递增顺序，可以看作是希尔伯特(Hilbert)空间、巴拿赫(Banach)空间或度量空间，关于这些空间的术语，读者也可能在一些导论性工程课本的开篇中见到过．希尔伯特空间等的讨论当然有它的实质性价值，但令人遗憾的是，一旦我们着手进行这项工作时，不久就发现：它需要更为一般的距离概念．因此，为了“精确地”包含微分运算（例如，为了能把一个阶跃函数的导数看作是一个脉冲），采用简单的度量是不够的，必须引入更抽象的邻域拓扑概念和开集拓扑概念．

为了不太严格地继续讨论这个问题，例如可以问：无穷和的意思究竟是什么？一种见解认为，这个问题实际上是一个定义问题[1]，而且可以有多种定义．常见的无穷和的定义是部分和的极限

$$\sum_1^\infty u_i=\lim_{N\to\infty} S_N,\qquad S_N=\sum_1^N u_i$$

不过，这个定义不总是有意义的．举例来讲，当

$$u_i=(-1)^{i+1}$$

时，系列 S_N 显然就没有极限．所以，已经提出了其他一些有关无穷和的定义，其中一个有用的无穷和定义是阿贝尔(Abel)和

$$\sum_1^\infty u_i=\lim_{r\to1}\lim_{N\to\infty}\sum_1^N u_i r^{i-1},\qquad 0<r<1$$

对于系列 $u_i=(-1)^{i+1}$，可以验算，阿贝尔和等于 1/2．对于所谓的蔡查罗(Cesàro) $(C,\ 1)$ 和

$$\sum_1^\infty u_i=\lim_{N\to\infty}\frac{S_1+\cdots+S_N}{N}$$

其值也等于 1/2．

当然，这种无穷和的定义还有很多其他的可能性（参见文献[1]第 73, 77 和 85 页）．

1) 这个问题确实需要思考．正如哈迪(Hardy)所指出的（参见文献[1]的 1.3 节），一个自然的反应是问：1－1＋1－… 等于什么？而不是问：如何定义 1－1＋1－…？实际上直到柯西(Cauchy)以前，甚至最伟大的数学家都没有认识到：一群数学符号是没有意义的，除非用定义对它加以规定．

众所周知，比萨(Pisa)大学的数学教授格兰迪(Grandi)认为，两个"计值"

$$0=(1-1)+(1-1)+\cdots$$

和

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{1+x}\bigg|_{x=1}=1-x+x^2-\cdots\bigg|_{x=1}$$

表明：他已证明数值可以从无到有的创造出来！其他"自变量"可用来给出任一有理数；莱布尼茨(Leibniz)用一个概率自变量得到了有理数 1/2，而拉格朗日(Lagrange)证实了有理数 3/5. 关键在于不同约定可用于不同的目的. 然则，"工程现实"和"物理意义"还没有足够确凿的办法使我们能够断言，哪一个特别的定义是最有用的(参见文献[2]涉及"因果律"方面的有关说明).

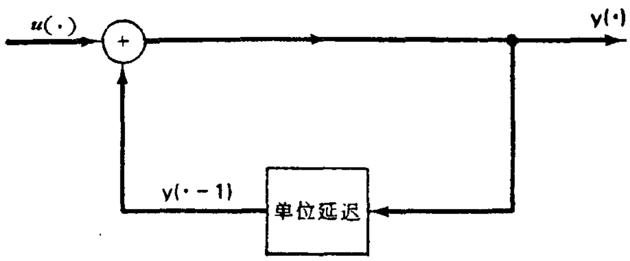
所以在本书中，并不从线性、因果律、时不变性、值域、定义域和收敛性等一大堆定义着手，而是把力量集中在由线性常微分方程或差分方程描述的一类有限维线性系统上，对于这一类系统的线性和因果律等的含义，我们认为读者已经了解. 换句话说，我们将一点也不进行公理化的论述，而是力争多学习一些长期来被人们视为线性的、时不变的，等等那样一类系统的性质. 当然，我们将研究理想化的数学模型，而且也需要大量的数学论述和证明，不过可以大略地讲，我们的目的与其说是"数学上的严密"，到不如说是"逻辑上的一致".

因此，也许读者很快地浏览了附录中有关变换和矩阵的基础知识之后，就可进入第二章了. 为了对定义中的一些"细节"进行最后的考察，下面给出了一些习题，其中习题 1.1-1 和 1.1-7 无论如何应当作一作.

习　　题

1.1-1　总能利用叠加方法吗?

考虑下图所示的线性时不变系统. 时间看成是离散的并仅取整数值，即 $k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots$. 假设系统处于"静止"状态.



a. 试确定系统对单位离散时间脉冲 $u(k)=\delta(k)$ 的响应，其中，当 $k\neq0$ 时，$\delta(k)=0$，而 $\delta(0)=1$.

b. 设 $\phi(\cdot)$ 满足 $\phi(0)=1, \phi(-1)=-1$，而对于所有的 $k\neq\{0,\ -1\}$，$\phi(k)=0$. 这样，用移位函数 $\phi(\cdot)$ 的线性组合表示 $\delta(\cdot)$，即表示为 $\delta(\cdot)=-\sum_{l=1}^{\infty}\phi(\cdot-l)$ 看来是合理的. 试求系统对 $\phi(\cdot-l)$ 和 $-\sum_{l=1}^{\infty}\phi(\cdot-l)$ 的响应，并把所得的响应与本题之 a 所得结果进行比较.

c. 把 $\delta(\cdot)$ 表示为 $\delta(\cdot)=\sum_{0}^{\infty}\phi(\cdot+l)$ 看来也是合理的. 试求系统对 $\phi(\cdot+l)$ 和 $\sum_{0}^{\infty}\phi(\cdot+l)$ 的响应. 并把所得的响应与本题之 a 和 b 所得结果进行比较. 试解释所得结果出现差别的原因.

1.1-2　非平滑线性系统的传统例子

根据线性系统定义的性质

$$L(u_1+u_2)=L(u_1)+L(u_2)$$

试推导

a.
$$L(mu_1+mu_2)=nL(u_1)+mL(u_2)$$

式中，n 和 m 为正整数.

b. 将上问中的等式推广到n和m既可取正整数也可取负整数的情况.

c. 将上述等式推广到n和m可为任一有理数(两整数之比)的情况. 不过, 若不进一步假设L的性能良好,就不能把上述等式推广到n和m为实数的情况;参见文献[3]的第115—118页. 这个文献中的论述即便值得一读,也嫌复杂了点, 因为这个论证需要用到选择公理和哈梅尔(Hamel)基本公理. 在本书中,这个例子是很简单的.

1.1-3 基本泛函方程

假定$f(t)$是t的实值函数,其中, $-\infty<t<\infty$, $f(t)$满足

$$f(t+s)=f(t)+f(s), \quad 对所有的 t 和 s$$

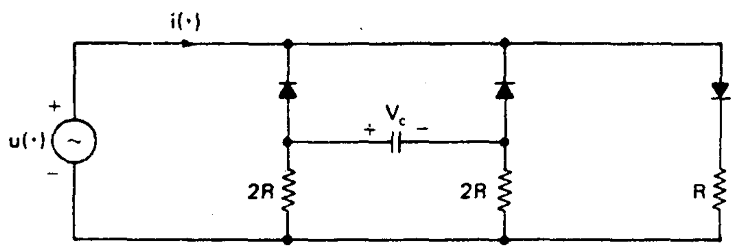
众所周知, 这个方程的唯一"性能良好的"解是线性函数$f(t)=ct$. 试证明当$f(\cdot)$在任一有限区间上可积时,上述结论就是正确的. 提示:首先证明

$$I=\int_0^{t+s} f(x)dx-\int_0^t f(x)dx-\int_0^s f(x)dx=tf(s)=sf(t)$$

因此,当$t\neq0$时, $f(t)/t=$常数, 令此常数等于c. 当$t=0$时, $f(t+s)=f(t)+f(s)$意味着$f(0)=0$, 所以,对于$t=0$, $f(t)=ct$也成立. 这个精巧的证明是由夏皮罗(Shapiro)给出的[4].

1.1-4 具有非线性元件的系统未必就是非线性的!

下述系统是线性系统吗? 在$t\leqslant0$时,输入$u(t)$为零, 电容器上的初始电压$V_c(0)$等于零, 输出为$i(\cdot)$, 非线性元件是"理想"二极管, 沿箭头所指方向它完全导通, 沿相反方向它完全截止. 本题说明一种虽然使人烦脑但却相当简单的"细微差别", 当人们对线性系统下一般性定义时,这种细微差别是必须加以考虑的. 这个细微差别就是"零状态"线性概念. [这个例子是由卡吉尔(Cargille)给出的, 他是加利福尼亚大学伯克利分校的学生,引证见参考文献[6]第140页.]



1.1-5

考虑用所谓状态变量或状态空间形式

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=A(t)x(t)+B(t)u(t), & x(t_0)=x_0 \\ y(t)=C(t)x(t)+D(t)u(t), & t\geqslant t_0 \end{cases}$$

给出的一个系统. 试问这个系统是线性系统吗?

1.1-6

某系统有这样的性质, 它对任一输入的响应都为零. 试问这样的系统是线性系统吗? 试给出这种系统的状态空间描述. 关于这种系统的线性性质,读者还能讲出点什么东西吗?

1.1-7

考虑RL串联电路系统,它的电流响应$y(\cdot)$由微分方程

$$\dot{y}(t)+y(t)=u(t), \quad y(0-)=1$$

规定.

a. 试求这个系统对脉冲输入的响应.

b. 试求这个系统对单位阶跃输入的响应.

c. 能把这个系统对阶跃输入的响应进行微分来得到系统对脉冲输入的响应吗?

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com