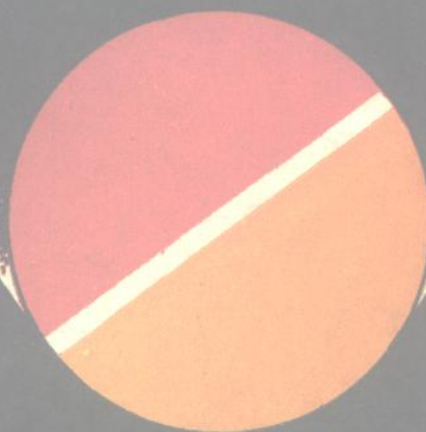


170 LILUN HE

YINGYONG



动力机械热应力

理论和应用

叶秀汉 等编

DONGLI

JIXIE

REYINGLI

上海交通大学出版社

内 容 简 介

本书主要讲述动力机械中的传热与热应力基本原理、温度场和应力场的有限元分析以及温度和热应变测试技术等,能使读者具备必要的动力机械强度分析的基础理论知识,并掌握有效的实践方法。

本书可作为动力机械类大专院校教材,也可供有关工厂和研究所的工程技术人员参考。

EF66/2604

动力机械热应力
理论和应用

上海交通大学出版社出版
(淮海中路1984弄19号)

新华书店上海发行所发行
常熟文化印刷厂印装

开本:787×1092毫米 1/16 印张15.5 字数381,000

1987年1月第1版 1987年1月第1次印刷

印数:1—2,200

统一书号:15324·175 科技书目:137—270

定价:2.60元

序 言

力和热是自然界广泛的能量表现形式,当机械零件处于外力和热交换相互作用的热力系统中时,应该用热应力来表明它的受载状态。

动力机械的零件同时承受外力和温度场作用的情形很多,如内燃机的活塞、气缸及气缸盖,燃气轮机的叶片与转子等。这些零件所承受的应力和形变不仅由外力所引起,而且还由传热现象引起。当动力机械开始运行或正在运行时,零件从高温热源吸收热能,形成随时间而变的不均匀的温度分布,由于零件之间相互接触与零件本身的复杂结构,以及内部或外部相互约束,因而产生热应力。根据弹性力学的基本原理所建立起来的热弹性力学及其基本关系式是研究零件在弹性限度内的温度、形变和应力之间变化的基础。

当零件经受不均匀的非稳定热流作用时,材料的物理特性和机械特性都要随温度发生变化。对于长期作用的交变载荷,还存在发生疲劳的时间效应。这些都是在设计中应该考虑的重要因素。在当前动力机械的设计中,由于涉及受热零件的传热、结构强度和使用寿命,热应力问题已成为动力机械设计中的一个非常重要的问题。

1835年,杜哈默(J. M. C. Duhamel)提出了著名的线性热应力理论,奠定了热应力理论的基础。一百多年来,特别是在第二次世界大战前后一段时间里,应用科学技术的迅速发展,为热应力研究提供了一系列重大的课题。但由于当时的数值计算理论、计算机技术以及实验手段没能及时跟上,所以尽管不少课题得到了初步解决,但在理论上还是不够完善的。直至最近二十多年,由于有限元数值分析以及其他近似计算理论的发展、计算机技术的进步和实验技术的现代化,热应力理论才迅速发展成为一门十分重要的学科。

热应力理论和结构热负荷分析与固体力学、金属材料学、传热学、流体力学和数学等学科密切相关,并且它们还具有如下内容。

(1) 温度场和应力场的分析。

(2) 瞬态问题的温度场和应力场随时间变化,应考虑热惯性效应。例如,内燃机的气缸盖和活塞的破坏经常发生在内燃机启动阶段,多数是由热惯性效应引起的。特别对于脆性材料,遇到剧烈的加热或冷却,零件内部就会产生热冲击应力,这种热冲击应力要比正常工作状态时的热应力大得多。

(3) 研究在高温状态下零件破坏的各种形式,如蠕变、热疲劳、热断裂等。

(4) 如果考虑金属材料的机械性能(弹性模量、屈服极限、抗拉强度等)和热物性参数(热膨胀率、比热、导热系数等)随温度发生变化,那末,即使在线弹性范围内求解问题,也不可避免地引入非线性的特征。

随着温度的变化,材料的热弹塑性和热断裂方面的问题更为突出,而在高温下,材料的屈服极限又大大下降,即使载荷并不大,材料也常会超过屈服极限进入弹塑性阶段。另一方面,材料在低温下,即使是延性材料也会呈现脆性断裂。其次是金属材料的相变影响,材料在一定温度下熔化,需吸收一定的热量,而在凝固时又会释放一定的热量,这些热量对整个零件的温度分布和应力分布都将发生影响。例如内燃机气缸盖那样的铸件,从金属熔液注入铸模到冷

却凝固成铸件,要经过从液态到固态的变化,金属内部晶格也会发生巨大的变化,这种由相变产生的铸造应力亦称残余应力。残余应力对零件的工作可靠性影响甚大,但这类问题的研究比较复杂,理论上称作残余应力分析,可归纳为“移动边界”问题处理。

(5) 研究耦合效应,即研究零件内部机械能和热能的相互转化规律。一般在解决热应力问题时总是先求出温度场,然后再根据温度场求出应力场的。事实上,物体的形变和热量的传递是相互影响的,温度变化引起形变,而物体的形变又影响物体内部的热量传递。因此,解决这类问题的导热微分方程和热弹性力学平衡方程必须联立求解而不允许脱开。耦合问题的研究比较复杂,计算规模十分庞大。许多研究资料表明,对形变速率(即加热或加载速度)不大的零件,耦合效应产生的影响甚微。例如内燃机的受热零件,采用稳态或准稳态物理模型是完全可以的,不必考虑耦合效应的影响。只有在形变速率很大,而材料耦合系数 $[\delta = (c_p - c_v) / 3\alpha c_v]$ 也较大的情况下才必须考虑。(δ 为耦合系数, c_p 、 c_v 分别是材料的定压、定容比热, α 是材料的热膨胀系数。)

综上所述,热应力学科已经有了相当成熟的理论和极其广泛的应用。例如有关内燃机结构零件中的热应力研究,七十年代以前,有关著作还寥寥无几,只有一本专著^[1]曾引起过专业工作者的注意。到七十年代之后,有关内燃机热负荷研究的论文颇多,这方面的专著也相继出版了不少^[2~5]。

中国船舶工业总公司教材编审室于1984年6月在武汉召开了教材会议,会议决定,由上海交通大学叶秀汉主持编写本书。本书改变了以往由具体结构到计算模型和计算方法的编排。经过多次教学实践,我们认为从专业教学出发,与其叙述每一零件的功能到计算方法,还不如提供典型实例和原则,使读者对模型及其处理过程理解得更加清楚。本书着重强调基本理论、数值计算与实验方法的论述,使读者能处理内燃机以及其他动力机械中的热应力问题,并为今后从事本学科领域的研究工作打下基础。

本书第一章、第四章和第三章的第一节由叶秀汉编写;第二章和第三章的第二、三节由翁中杰编写;第五章、第六章分别由戴伟、孙传伟编写;第七章弹性力学基础知识由程锡林编写,供未学过弹性力学的读者自学参考。全书由大连工学院郭成璧同志审阅,他提出了许多宝贵意见,使本书质量有所提高,在此谨表示衷心感谢。

叶秀汉

一九八五年六月于上海交通大学

目 录

第一章 热应力的基本概念	
§ 1-1 热应力的基本概念	1
§ 1-2 简单热应力实例	2
第二章 热传导及其求解方法	7
§ 2-1 导热理论	7
§ 2-2 导热问题的求解方法	13
第三章 内燃机的传热和热负荷	32
§ 3-1 内燃机的热量平衡	32
§ 3-2 内燃机气缸内传热	37
§ 3-3 内燃机冷却系统的散热	61
第四章 热应力的基本原理	64
§ 4-1 热弹性力学基础	64
§ 4-2 热弹性平面问题	72
§ 4-3 热弹性能量原理	83
第五章 轴对称问题稳定温度场和应力场的有限元分析	99
§ 5-1 轴对称稳定温度场的分析	99
§ 5-2 轴对称问题的应力分析	106
§ 5-3 受热零件的温度场和应力场求解的工程实例	117
第六章 动力机械受热零件温度和热应变测试技术	135
§ 6-1 动力机械受热零件的温度测量	135
§ 6-2 动力机械热应力测试技术	142
第七章 弹性力学的基础知识	157
§ 7-1 弹性力学的基本方程	157
§ 7-2 平面问题	173
§ 7-3 柱坐标以及轴对称问题	183
§ 7-4 基本能量原理	186
附录 I 轴对称稳定温度场应力场源程序及使用说明	191
附录 II 动力机械常用材料的热物性参数	234
参考文献	237

第一章 热应力的基本概念

§ 1-1 热应力的基本概念

物体的热胀冷缩,是一种极为普通的物理现象,例如:边长为1 cm的各向同性的立方体因均匀受热而膨胀,即长、宽、高产生同样的伸长。热胀冷缩的变形只存在纵向变形,而没有剪切变形。假设物体温度升高1°C,在X、Y、Z三个坐标轴方向的伸长为 α cm,如果温度升高2°C,则相应的伸长为 2α cm,升高 T °C时,则为 $T\alpha$ cm。只要温度的变化不特别大,可认为 α 对一定材料是一个常数, α 就是所谓材料的线膨胀系数。 α 值因材料不同,其差异甚大,例如碳素钢材料为 $11 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$,铝材约 $22.6 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ 等。

若长度为 l 、直径为 d 的圆棒的初始温度是 T_1 ,受热后变成 T_2 ,则伸长为 $\alpha(T_2 - T_1)l$,直径的扩大为 $\alpha(T_2 - T_1)d$ 。根据材料力学,

$$\text{长度方向的应变} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)l}{l} = \alpha(T_2 - T_1),$$

$$\text{直径方向的应变} = \frac{\alpha(T_2 - T_1)d}{d} = \alpha(T_2 - T_1),$$

所以温度由 T_1 升高为 T_2 时,各方向上的应变为

$$\varepsilon_T = \alpha(T_2 - T_1) = \alpha T,$$

式中 $T = T_2 - T_1$, α 可查材料物性参数表。(可随温度而变化)。

传热现象是以热的形式出现的一种能量转移,在温差作用之下,从温度高的区域向温度低的方向流动。热流在固体材料内部流动称为导热,导热的必要条件是存在温差的作用。物体的温度分布构成温度场,对于均质各向同性体,它可以用坐标和时间来描写: $T(x, y, z, \tau)$ 。单有温度的变化,在物体内并不产生应力。若当温度变化所引起的变形受到约束时,即使没有外力的作用,在物体内也会产生应力,例如:一根金属丝,随着自然界的温度变化,或伸长或缩短,在没有任何约束下,称为自由胀缩,并不产生应力。然而,把金属丝两端固定在柱子上,当温度下降时,金属丝显然要随着温度下降成一定比例的缩短,可是由于两端被固定,不能自由收缩,于是金属丝就会受到柱子的拉力,其结果在金属丝内部产生拉应力。另外,当金属丝初始受到强制拉伸后被固定,内部存在拉应力,如果温度升高,金属丝内部原来的拉应力会减小,甚至消失,产生松弛。这就是说,当物体由于约束的存在,在温度发生变化的情况下,就要发生应力的变化。

具有各种不同线膨胀系数的几种材料所组合的构件,即使加热条件和温度一样,在固结的情况下,也具有约束作用。因零件的结构形状比较复杂,由温度分布的不均匀,也能引起零件材料内部之间的相互约束作用。这就是说,由均质材料所组成的比较复杂结构的零件,由传热引起的各点温度是不同的,则物体内部各区段将要膨胀不同的量,然而,就物体整体而言,是一个连续体。各部分相应地按比例需要随温度变化其膨胀量是不可能的,则物体内部各部分之间也发生相互约束,相当于这个约束作用也产生应力。以上物体,因温度发生变化,而由

约束作用产生的应力就是热应力。总的说来,当物体发生温度变化时,它和不能自由伸缩的其他物体之间,或者物体内部各区域之间的相互约束所产生的应力称为热应力,引起热应力的根本原因是在约束作用下的温度变化,而产生热应力的约束条件大致可以归纳为外部变形的约束、相互变形的约束、内部各区域之间变形的约束三种。

下面通过用材料力学原理解几个简单的热应力的例子,对热应力基本概念作进一步说明。

§ 1-2 简单热应力实例

例一 棒的全约束热应力问题:如图 1-1 所示,圆棒长为 l 、直径为 d ,被固定在两壁之中,假定两壁是完全刚体,当加热或冷却时都不变形,即两壁间距离和位置不变,当圆棒由 T_2 冷却到 T_1 ,假定此棒在自由状态时,其缩短量

$$\Delta l = \alpha_T(T_2 - T_1)l, \quad (1-1)$$

Δl 是壁和棒之间应该出现的间隙,然而,实际上棒是被固定的,壁对它有拉伸作用而使之伸长 Δl ,可设想有一个拉力 P 存在,则棒中产生由下式表示的拉应力:

$$\sigma_T = \frac{4P}{\pi d^2}. \quad (1-2)$$

棒产生的应变为

$$\varepsilon_T = \frac{\sigma_T}{E} = \frac{4P}{\pi d^2 E}, \quad (1-3)$$

因此,棒的伸长可表示为

$$\Delta l = \varepsilon_T l = \frac{4Pl}{\pi d^2 E}. \quad (1-4)$$

由式(1-1)和式(1-4)相等,并与式(1-2)相比较得

$$\sigma_T = \alpha_T E(T_2 - T_1) = \alpha_T E T, \quad (1-5)$$

上式也适用于加热时的情况,此时产生压应力。

由上述可知,热应力问题解法步骤是:

- (1) 计算自由膨胀的伸缩量;
- (2) 计算产生相当于这个相反伸缩量的外力;
- (3) 由这个假想外力计算应力。

在图 1-1 的情况下,温度上升 1°C ,由式(1-5)

计算其应力:

钢材 $\sigma_T = 11 \times 10^{-6} \times 0.2 \times 10^{12} = 2.2 \times 10^6 \text{Pa}$

铜材 $\sigma_T = 16 \times 10^{-6} \times 0.1 \times 10^{12} = 1.6 \times 10^6 \text{Pa}$

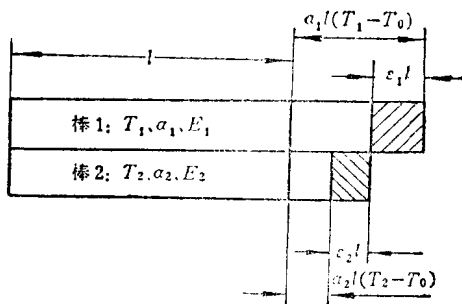


图 1-2

例二 两根不同材料,相同长度 l 的棒固结在一起:两棒初始温度和达到的最后温度都是均匀的,如图 1-2 所示。棒 1 和棒 2 相互约束,不能移动,并假定两棒在相互约束时不发生弯曲,令初始温度为 T_0 ,而变化温度各为 T_1 和 T_2 ,若 $T_1 > T_2$, $\alpha_1 > \alpha_2$,则棒 1 的自由膨胀量为 $\alpha_1 l(T_1 - T_0)$,而棒 2 的自由膨胀量为 $\alpha_2 l(T_2 - T_0)$ 。两者因温度不同膨胀量不相等,故相互发生约束,棒 1 的实际伸长量要比自由伸长量小,棒 2 的实际伸长量要比自由伸长量大。

棒 1, 棒 2 对它约束所造成的缩短量为

$$\varepsilon_1 l = \frac{\sigma_1 l}{E_1},$$

其最终伸长量为

$$\alpha_1 l (T_1 - T_0) + \varepsilon_1 l = \alpha_1 l (T_1 - T_0) + \frac{\sigma_1}{E_1} l.$$

棒 2, 棒 1 对它作用所造成的附加伸长量为

$$\varepsilon_2 l = \frac{\sigma_2 l}{E_2},$$

其最终伸长量为

$$\alpha_2 l (T_2 - T_0) + \varepsilon_2 l = \alpha_2 l (T_2 - T_0) + \frac{\sigma_2}{E_2} l.$$

上面 ε 和 σ 包含有正负号, 拉应力为正, 压应力为负。棒 1 和棒 2 的最终伸长量应相等:

$$\alpha_1 l (T_1 - T_0) + \frac{\sigma_1}{E_1} l = \alpha_2 l (T_2 - T_0) + \frac{\sigma_2}{E_2} l. \quad (1-6)$$

若它们的横截面积分别为 S_1 和 S_2 , 则棒 1 中的压缩力是 $\sigma_1 S_1$, 棒 2 中的拉伸力是 $\sigma_2 S_2$, 在无外力作用下, 处于平衡状态的两作用力应相等:

$$\sigma_1 S_1 = -\sigma_2 S_2. \quad (1-7)$$

由式(1-6)和式(1-7)解得

$$\sigma_1 = \frac{\alpha_1 E_1 \left[(T_1 - T_0) - \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right) (T_2 - T_0) \right]}{1 + \left(\frac{E_1 S_1}{E_2 S_2} \right)}, \quad (1-8)$$

$$\sigma_2 = - \left(\frac{S_1}{S_2} \right) \sigma_1, \quad (1-9)$$

由式(1-8),

$$\sigma_1 = -\bar{K} \alpha_1 E_1 (T_1 - T_0), \quad (1-10)$$

式中

$$\bar{K} = \frac{1 - [\alpha_2 (T_2 - T_0) / \alpha_1 (T_1 - T_0)]}{1 + \left(\frac{E_1 S_1}{E_2 S_2} \right)},$$

$\bar{K}$ 称为约束系数。当 $\bar{K} > 0$ 时, σ_1 为压应力, σ_2 为拉应力; 当 $\bar{K} < 0$, 则相反。

如果相互约束的两棒长度不等, 只要分别用两棒各自的长度代替式(1-6)中的 l 即可。

例三 板中的热应力: 平板由于受热不均匀, 上下表面有温差, 以 $T = T_2 - T_1$ 表示板上下表面的温差。设板的厚度 δ 方向温度按线性规律变化, 则相应的膨胀也按照同一规律。如果板的周边为自由边界, 则由这种膨胀引起的挠曲将使板变成球面状, 如图 1-3 所示。

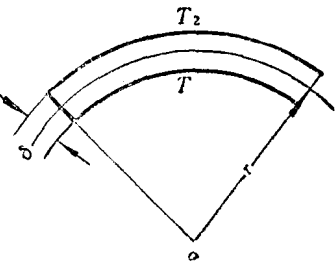


图 1-3

板的上表面最大应变与中心面应变之差为 $\frac{\alpha T}{2}$; 由板弯曲的近似理论, 在完全略去中心面内的应变情况下, 假定这种

曲面的曲率 $1/r$ 十分小。此应变的最大值为 $\frac{\delta}{2r}$, 其中 r 为曲面之曲率半径, 即在自由边界

下,不均匀膨胀所产生的曲率可由下式表示:

$$\frac{\alpha T}{2} = \frac{\delta}{2r}, \quad (1-11)$$

从而得

$$\frac{1}{r} = \frac{\alpha T}{\delta}. \quad (1-12)$$

当挠度比厚度小得多,周边又处在自由边界,板的这类热挠曲就不产生热应力。如果板的周边被约束,则受热不均匀时,将沿边产生弯矩,这些弯矩的大小恰使由受热不均匀所产生的曲率相抵销,曲率大小如式(1-12)所示。另外,当板边上作用均布弯矩时,形成一球形挠曲面,此球的曲率可按下式求得:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{D(1+\nu)}, \quad (1-13)$$

式中 M ——板端边缘的单位宽度的弯矩;

D ——板的弯曲刚度,可按下式计算:

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)},$$

由式(1-12)和式(1-13)得

$$M = \frac{\alpha T(1+\nu)D}{\delta}.$$

由于 M 作用在厚度为 δ 、宽度为单位长的矩形面积上,故相应的最大弯曲应力为

$$\sigma_{\max} = \frac{6M}{\delta^2} = \frac{6\alpha T(1+\nu)D}{\delta^3} = \frac{\alpha T}{2} \cdot \frac{E}{1-\nu}, \quad (1-14)$$

此应力与 α 、 E 以及板两面温差 T 成正比。温差 T 随板厚而增加,所以厚板比薄板有较大的热应力。

例四 球的简单热应力: 外径为 b 、内径为 a 的大球体受内压力 P 作用时的应力由材料力学公式知道:

$$\left. \begin{aligned} \text{周向应力 } \sigma_{\theta\theta} &= \frac{Pa^3(2r^3 - b^3)}{2r^3(a^3 - b^3)}, \\ \text{径向应力 } \sigma_{rr} &= \frac{Pa^3(b^3 - r^3)}{r^3(a^3 - b^3)}, \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

当 b 远大于 a 时,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &\doteq \frac{Pa^3}{2r^3}, \\ \sigma_{rr} &\doteq \frac{-Pa^3}{r^3}, \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

在半径 a 的位置上, $\sigma_{rr} = -P$, $\sigma_{\theta\theta} = \frac{P}{2}$ 。这种情况下 θ 方向上的应变为

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})] = \frac{P(1+\nu)}{2E}.$$

根据应变和位移关系知道: $\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}$, 由于压力 P 的作用,半径为 a 的球的位移变化量为

$$u_r = a\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{aP(1+\nu)}{2E}, \quad (1-17)$$

另外,考虑以半径为 a 的球体内,其温度的增加为 T ,则自由膨胀量为 $a\alpha T$ 。这里把半径 a 的小球看成是半径为 b 的大球的一部分,且远离外边界,所以热膨胀受到其外侧部分的约束,结果在以半径为 a 的表面上便要受到压力 P 的作用,这个 P 可以看作是流体静压,于是在球体内就变成存在着大小为 $-P$ 的相等的三个主应力的应力状态,结果,在所有方向上由于流体静压 P 产生的应变为

$$\frac{P(1-2\nu)}{E},$$

即球体内部的径向应变为上面两应变之和:

$$\alpha T - \frac{P(1-2\nu)}{E},$$

所以半径 a 的变化量 Δr 为

$$\Delta r = a\alpha T - \frac{aP(1-2\nu)}{E}. \quad (1-18)$$

在被加热的小球体内,因这个变化量与球受内压 P 作用所产生的半径的变化量的式 (1-17) 相等,即

$$a\alpha T - \frac{aP(1-2\nu)}{E} = -\frac{aP(1+\nu)}{2E},$$

所以

$$P = \frac{2E\alpha T}{3(1-\nu)}. \quad (1-19)$$

将式 (1-19) 代入式 (1-16), 得到被加热球体的外侧部分的热应力计算公式:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= \frac{1}{3} \frac{E\alpha Ta^3}{(1-\nu)r^3}, \\ \sigma_{rr} &= -\frac{2}{3} \frac{E\alpha Ta^3}{(1-\nu)r^3}. \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

例五 梁的一维热应力: 如图 1-4 所示, 梁呈带板型, 温度分布 $T(y)$ 只是 y 的函数, 同 x 和 z 无关。

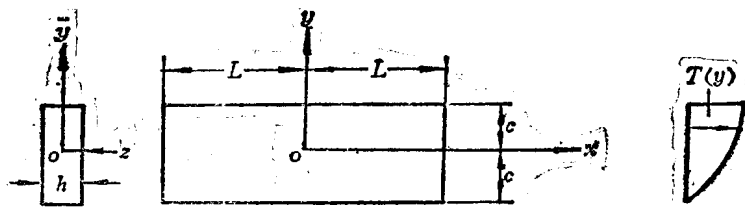


图 1-4 具有一维温度分布的梁

把这块板梁在长度方向沿着 $2c$ 分切成一层一层的纤维, 并给出同样的温度分布 $T(y)$, 各纤维层的伸长量与其温度分布成正比, 如果板端固定, 将在整个板内产生压缩应力

$$(\sigma_x)_1 = -\alpha ET(y). \quad (1-21)$$

然而这不是象现在要求的状态, 现要求的是由温度分布为 $T(y)$ 产生的应力分布, 因而, 为消除这个多余的压缩应力, 在与式 (1-21) 的压缩应力的相反方向作用一个拉伸应力

$$(\sigma_x)'_1 = \alpha ET(y), \quad (1-22)$$

而这些拉应力的合力为

$$P_x = \int_{-c}^c \alpha ET(y) h dy。$$

在离两端足够远的中央部位,根据圣维南原理产生一近似平均分布的拉应力

$$(\sigma_x)_2 = \frac{P_x}{2ch} = \frac{1}{2c} \int_{-c}^c \alpha ET(y) dy。$$

另外,如果温度分布对 x 轴不对称,这些拉应力的合力矩为

$$M_x = \int_{-c}^c \alpha ET(y) h y dy。$$

根据梁的弯曲理论,在远离板端处,由上述力矩产生的弯曲应力

$$(\sigma_x)_3 = \frac{M_x}{I_x} y = \frac{3y}{2c^3} \int_{-c}^c \alpha ET(y) y dy, \quad (1-23)$$

其中 $I_x = \frac{2hc^3}{3}$ ——断面的二次惯性矩。

结果,在板中产生的热应力,除了板端附近外,是以上三种应力的合成,所以

$$\sigma_x = -\alpha ET(y) + \frac{1}{2c} \int_{-c}^c \alpha ET(y) dy + \frac{3y}{2c^3} \int_{-c}^c \alpha ET(y) y dy。$$

在上式中,若板只受到对弯曲的约束,则第三项不存在;若只受到压缩约束,则第二项不存在。

第二章 热传导及其求解方法

热传导又称导热,是传热的三大基本方式之一。热量从物体中温度较高的部分传递到温度较低的部分,或者从温度较高的物体传递到与之接触的温度较低的另一物体的过程称为导热。在纯导热过程中,物体各部分之间不发生相对位移,也没有能量形式的转换。导热主要是研究固体内部的热量传输,分析固体表面与其周围环境进行热交换时,其内部的温度变化规律。

§ 2-1 导热理论

一、导热基本定律

在物体中,只要存在温度差,就会发生导热现象。因此在固体、液体和气体中都会发生导热,但后两者易于流动,往往难于观察到单纯的导热过程。在固体中,其内部物质无相对位移,就有以单纯导热的热量传递过程。下面主要讨论固体中的导热问题。

导热机理的近代解释是:由于物体内部的微观粒子(电子、原子、分子等)的热运动而引起的热量传递过程,高温微粒具有较大的动能,低温微粒具有较小的动能,两者碰撞的结果引起能量的转移,即热量从高温部分传向低温部分。

在受热不均匀的物体各部分的温度趋向一致的过程里,由于导热而产生热流。导热理论就是研究物体各部分温度随时间而变化的关系。同时物体被当作密实的而不具有间断结构的介质。而热流的数量,也就是经过物质一定面积的热量,与热量转移路程的单位长度上的温度差成正比。

这个导热理论的假说是由傅立叶(Fourier)首先提出的。它可以用以下数学式子写出:

$$Q = \lambda_s \frac{t_1 - t_2}{\delta} F \tau \quad (\text{J}), \quad (2-1)$$

式中 Q 为在 τ 时间内流经厚度为 δ 的物层的热量,该物层两边温度差为 $(t_1 - t_2)$, 而该物层的截面积为 F 。表示物层导热特性的比例系数 λ_s , 称为导热系数,其具体数值由实验测定。

在某种情况下,物体不能视为一个连续的整体。例如稀薄的气体、碎块或粉末状的物体以及具有很大空隙的物体等,都不能应用这种条件。但是在这些情况下,如果空隙或碎块的大小和物体总的几何尺寸比起来很小的话,我们可以成功地引用某些平均导热系数的概念。大多数的固体、液体及气体,在一般情况下可以有条件地认为是连续的介质。在这种条件下,对于导热的研究,采用上述假说已足够精确。上述假说的微分方程式可写成下列形式:

$$dQ = -\lambda_s \frac{\partial t}{\partial s} dF d\tau \quad (\text{J}). \quad (2-2)$$

在式中放置负号,是因为热量向温度低方向传播,因而在这个方向的温度增量是负数。热量不能沿着等温面传播,因为在这些方向温度没有变化,物体内的热传播,只能由一个等温面朝向另一个温度较低的等温面进行。

在均一的物体内部,热量传播的最短路径显然是沿着等温面的法线方向。下面所示比值的

极限,是研究物体导热时很重要的一个数量:

$$\left| \frac{\Delta t}{\Delta s} \right|_{\Delta s \rightarrow 0} = \frac{\partial t}{\partial s}。$$

此量是沿着单位长度温度升高方向而变化的数量。这个矢量称为温度梯度,并用符号 $\text{grad} t$ 或 ∇t 表示。

利用温度梯度的矢量概念及方程式(2-2),就可以用下式来表示单位时间内流经单位表面积的热量:

$$\mathbf{q} = -\lambda_t \text{grad} t \quad (\text{W/m}^2), \quad (2-3)$$

或

$$\mathbf{q} = -\lambda_t \nabla t. \quad (2-4)$$

$\mathbf{q}$ 称为比热流、热流密度或热流矢量。式(2-3)也可简称为傅立叶导热公式。

矢量 $\mathbf{q}$ 在 X、Y、Z 轴上的投影称为矢量的分量:

$$q_x = q \cos(\mathbf{q}, x),$$

$$q_y = q \cos(\mathbf{q}, y),$$

$$q_z = q \cos(\mathbf{q}, z)。$$

用以上三式可以算出在三维空间上各个方向的热流密度的矢量。

对于等温面法线方向的热流密度,可用下式表示:

$$q_n = -\lambda_t \frac{\partial t}{\partial n}。 \quad (2-5)$$

在热量从一个等温面向另一个等温面传播的路径上,各等温面法线的包络线叫做热流线,热流线显然与等温线相正交。在物体内部,这些线的综合就明显地表示出热传播的景象。图 2-1 表示某内燃机活塞顶部的等温线与热流线。

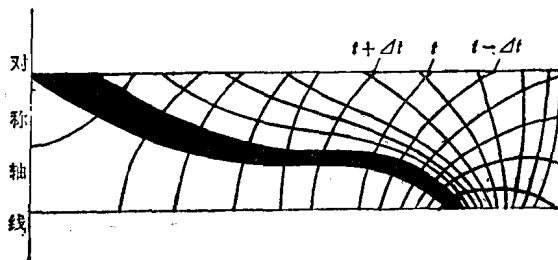


图 2-1 热流线与等温线

从上述讨论中可知,在研究导热过程时,应该将重点放在确定物体的导热系数和求解温度场这两个问题上。

二、导热系数

上述傅立叶导热微分方程式(2-5)中的比例系数,在传热学中称它为导热系数 λ_t ,从式(2-5)知,

$$\lambda_t = \frac{q}{-\frac{\partial t}{\partial n}},$$

它为单位温度降度内所传递的热流密度。它的单位为 $W/(m \cdot K)$ 。

显然,导热系数是表征物体的导热能力,各种不同的物体具有极不相同的导热系数。这可以从物体的构造不同,以及在物体中所进行的热传播过程的机构不同来解释。对于固体材料,导热系数不但与其本身的结构,如密度、孔隙度等有关,而且也与物体的状态,如温度、湿度等有关;对于气体物质,还与压力有关。其中以温度对导热系数的影响为最大。对于各向异性的固体材料,如木材、纤维板、石墨等还同方向有关。

因为热量传导时,物体各部分的温度不一样,所以首先必须知道导热系数的数据依温度而改变的情况。从实验表明,对于绝大多数的材料都得到一条线性的关系,即

$$\lambda_t = \lambda_0(1 + bt), \quad (2-6)$$

式中 λ_0 表示 $0^\circ C$ 时导热系数的数值; b 表示某材料实验所测定的常数。

在实际计算中,导热系数的数值常根据物体温度两极端数值的算术平均值计算,并且将这个数值当作常数处理。这种代替,对于任何形状的物体,在稳定导热时都是合理的,而且也是正确的。

工程上应用的材料导热系数的具体数值,都是从实验获得的。常用的可以从材料手册上查到,特殊的必须通过实验获得。

在 $15^\circ C$ 时,常用材料的导热系数如下所示:

常用材料	银	铜	铝	钢	不锈钢	水	油	空气
导热系数($W/(m \cdot K)$)	415	380	218	45	19	0.6	0.15	0.026

温度升高时,大多数金属的导热系数都要降低。加入任何杂质,金属的导热系数就会迅速减小。合金的导热系数比纯金属小得多,并且合金的导热系数大多随温度的升高而增加。另外,潮湿材料的导热系数比干材料和水的导热系数都要高得多。

三、导热微分方程式

从傅立叶导热定律出发,要求得通过物体的热流量或热流密度,必须先求出物体中的温度梯度,即必须知道物体中的温度场。

在工程实际问题中,温度变化是较大的,温度变化以微分形式描述较为合适,另外还必须解决不同坐标方向间导热公式的相互联系问题。如采用直角坐标系考察导热问题,则应对物体中分割出来的平行六面微元体作分析,才能得到这种数学描写——导热微分方程式。它是建立在傅立叶导热定律和能量守恒定律基础上的。

在导热问题中,物体内部的温度场为空间坐标和时间坐标的函数,即 $t = f(x, y, z, \tau)$ 。导热微分方程式就是描写它的具体形式。

为了把注意力集中于导热微分方程式的主要特点,减少问题的复杂性,我们把讨论的对象先局限于物性(导热系数 λ 、比热 c 、密度 ρ 等)都是常量的各向同性材料。按照能量守恒定律,如果物体内部没有热源,那末在稳态条件下,导入微元体热量的总和应该等于导出微元体热量的总和,故可写出下列热平衡式:

导入微元体总热量 = 导出微元体总热量

任何方向的热流量总可以分解为 X 、 Y 、 Z 三个坐标轴方向的分热流量。这样可以列出热平衡方程,并应用傅立叶方程,经简化后可得下列方程式:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0 \quad (2-7)$$

这就是对一切稳态、无内热源导热问题普遍适用的导热微分方程式。在微分方程中它是属于齐次椭圆型微分方程，又称拉普拉斯方程或调和方程，即式(2-7)可简写成下式：

$$\nabla^2 t = 0,$$

式中 ∇^2 为拉普拉斯算子，

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

对于不稳态及有内热源的问题，代替上述的热平衡式应该是：

导入微元体总热量 + 微元体内热源的生成热 = 微元体内能的增量 + 导出微元体总热量，

其中微元体内能的增量 = $\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dy dz$ ，又设单位容积内热源的生成热为 $\dot{Q}$ ，则可写出：

微元体内热源的生成热 = $\dot{Q} dx dy dz$ ，于是，从不稳态及有内热源的热平衡式可得

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda_t}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{Q}}{\rho c}. \quad (2-8)$$

式(2-8)称为各向同性均质物体直角坐标系的导热微分方程式。它在微分方程中是属于非齐次抛物线型方程的。式中

$$\frac{\lambda_t}{\rho c} = a$$

称为导温系数或热扩散率。

下面讨论一下 a 的物理意义，以物体受热升温的情况为例来分析。在物体受热升温的不稳态导热过程中，进入物体的热量沿途不断地被吸收而使当地温度升高，此过程持续到物体内部各点温度全部扯平为止。按照扩散率的定义 $a = \frac{\lambda_t}{\rho c}$ 可知，算式分子是物体的导热系数， λ_t 越大，在相同的温度梯度下可以传导更多的热量。其分母 ρc 则是单位体积的物体温度升高 1°C 所需的热量， ρc 越小，温度上升 1°C 所吸收的热量越小，可以剩下更多的热量继续向物体内部传递，表现在温度上就使物体内部各点的温度能够更快地随界面温度的升高而升高。热扩散率 a 是 λ_t 与 $\frac{1}{\rho c}$ 两个因子的结合， a 越大就表示物体内部扯平的能力越大，因此就有热扩散率的名称。这种物理上的意义还可以从另一角度加以说明，即从温度的角度看， a 越大，材料中温度变化传播得越迅速。所以 a 也是材料传播温度变化能力大小的指标，有导温系数之称。

在无内热源情况下，即 $\dot{Q} = 0$ ，不稳态导热微分方程式具有以下形式，这时微分方程属于齐次抛物线型微分方程，即

$$\nabla^2 t = \frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau}. \quad (2-9)$$

上述这些微分方程式都是用直角坐标系写出的。在许多工程问题上，零件的几何形状具有圆柱形、圆筒形或圆锥形等。此外在某些工程上零件的几何形状具有球状形。则此时用直角坐标系写出微分方程式就不太方便，故分别采用圆柱坐标系和球坐标系来写出微分方程式。它们可以用与上述同样的方法，分别取出微元体，并用能量守恒定律及傅立叶导热方程求出。

此外，也可以采用坐标变换的办法。在圆柱坐标系与直角坐标系之间有以下关系：

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad z = z,$$

式中, θ 为坐标在 $x-y$ 平面上的投影线与 X 轴的夹角; r 为圆柱半径坐标。

球坐标系与直角坐标系的坐标变换有以下关系:

$$x = r \cos \varphi \cos \theta, \quad y = r \sin \varphi \cos \theta, \quad z = r \sin \varphi \sin \theta,$$

式中, θ 为坐标在 $x-y$ 平面上的投影线与 X 轴的夹角; φ 为坐标与球中心连线与 Z 轴的夹角; r 为球半径坐标。

用不同坐标系表示的热流密度和导热微分方程式分别见表 2-1 和 2-2。

表 2-1 不同坐标系中各向的热流密度表示式

直角坐标系	$q_x = -\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x}$	$q_y = -\lambda_y \frac{\partial t}{\partial y}$	$q_z = -\lambda_z \frac{\partial t}{\partial z}$
圆柱坐标系	$q_r = -\lambda_r \frac{\partial t}{\partial r}$	$q_\theta = -\lambda_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial \theta}$	$q_z = -\lambda_z \frac{\partial t}{\partial z}$
球坐标系	$q_r = -\lambda_r \frac{\partial t}{\partial r}$	$q_\theta = -\lambda_\theta \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial t}{\partial \theta}$	$q_\varphi = -\lambda_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial \varphi}$

表 2-2 不同坐标系中的导热微分方程式 ($\dot{Q} = 0, \lambda_i = \text{常数}$)

直角坐标系	$\frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$
圆柱坐标系	$\frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$
球坐标系	$\frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2}$

四、单值性条件

在研究一个具体的工程导热问题时, 首先必须把这一实际问题根据它的几何条件进行简化, 然后构成一个物理模型。例如, 我们要对某内燃机的活塞进行温度场的计算, 就先要把复杂形状的活塞简化成轴对称形状物体(通常作为二维问题处理), 然后根据材料的种类、导热的状况、温度的估计数值, 定出物性条件, 即导热系数 λ , 比热 c , 密度 ρ 的具体数值。

建立了物理模型以后, 根据模型的具体情况, 写出相应的数学方程式, 即导热微分方程式。从导热微分方程式可通过数学方法获得方程式的通解。然而, 就解答实际工程问题而言, 不仅要求得这种通解, 而且要求得既满足导热微分方程式, 又满足根据问题给出的一些附加条件的特解。这些使微分方程式获得特解, 即唯一解的附加条件在数学上称为定解条件。一般地说, 不稳态导热问题的定解条件有两个方面: 给出初始时刻温度分布的条件, 称为初始条件; 给出物体边界上的温度或换热情况的条件, 称为边界条件。导热微分方程式只有连同初始条件和边界条件才能够完整地描述一个具体问题, 并求得该问题的解答。在问题求得解答以后, 还必须针对实际问题, 以及建立模型时所作的假设等进行讨论。这样才是一个求解导热问题的完整过程。

在上述单值性条件中以边界条件最为复杂, 因此必须进一步加以讨论, 边界条件是说明物体表面和周围介质之间的热交换情况的, 常见导热问题的边界条件可归纳为以下三类:

1. 第一类边界条件

给定物体表面温度 t_w 的分布及其随时间的变化规律, $t_w = f(\tau)$ 。例如, t_w 作周期性简谐变化, 则 $t_w = \cos(\omega \tau)$ 。最简单的情况, 物体表面温度均匀且保持不变, 则 $t_w = \text{定值}$ 。

第一类边界条件的图解表示如图 2-2(a) 所示。如壁面温度 t_w 不变, 物体内部的温度也不变(稳定过程), 则近壁处的温度梯度 $\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w$ 也不变, 通过壁面的热流密度 $q_w = -\lambda_t \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w$ 也恒定不变。如果物体内部的温度在变化(不稳定过程), 则近壁处的温度梯度也不断变化, 在图 2-2(a) 中表示为 $\operatorname{tg} \varphi = -\frac{\partial t}{\partial n}$, 于是通过壁面的热流密度 q_w 也不断发生变化。

第一类边界条件的具体例子有: 可以直接测定物体的表面温度随时间的变化, 或者物体处在恒温介质中急剧冷却(或加热)时, 如果表面换热系数非常非常大, 则可以认为表面温度等于介质的温度。前者如建筑物、炉墙、换热设备及管道保温层等的表面温度随时间的变化都可以设法测定。后者如工件淬火、锅炉的水冷壁管内壁面温度等等。

2. 第二类边界条件

给定物体表面上的热流密度随时间的变化规律 $q_w = f(\tau)$ 。这类边界条件的最简单的情形是物体表面的热流密度均匀而且保持不变, q_w 为定值。

第二类边界条件的图解表示如图 2-2(b) 所示。由于 $q_w = -\lambda_t \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w$ 所以 q_w 为定值时, 必然是 $\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w$ 为定值(假定 $\lambda_t = \text{常数}$), 于是即使在 t_w 发生变化时, 代表 $\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w$ 的 $\operatorname{tg} \varphi$ 应保持不变。

属于这类边界条件的例子如: 已知热流量的稳定工况的各种换热设备的壁面; 工件在工业炉内的不稳定加热, 当炉温稳定而且远大于工件温度时, 加给工件的辐射热流量是可以认为稳定不变的。

3. 第三类边界条件

给定周围介质的温度 t_f , 以及介质对物体表面的换热规律。如果此换热规律用放热系数 α 表示, 并为已知, 则第三类边界条件的数学表示式为 $q_w = \alpha[t_w(\tau) - t_f]$, 由于壁面热流密度 $q_w = -\lambda_t \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w$ 。所以可以写成

$$\alpha[t_w(\tau) - t_f] = -\lambda_t \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w \quad (2-10)$$

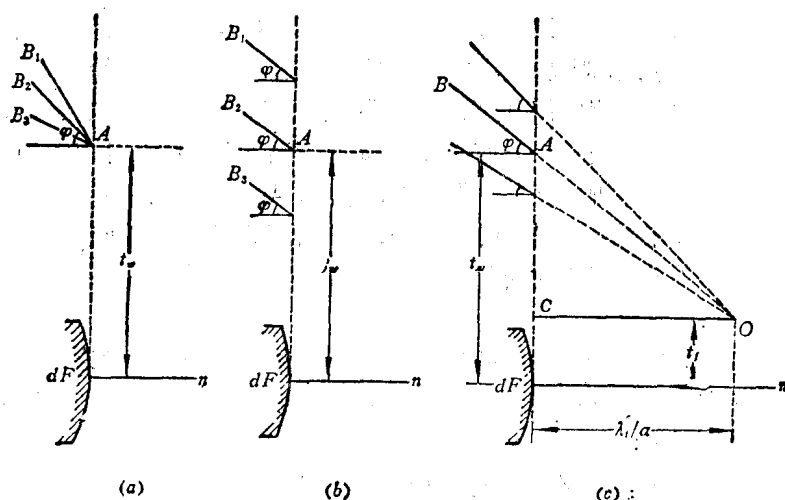


图 2-2 边界条件图解