计算机应用

近似推理

李凡著

国家自然科学基金资助项目

科学出版社

近似推理

李　凡著

（国家自然科学基金资助项目）

科学出版社

1995

(京)新登字092号

内 容 简 介

本书主要论述人工智能中有关近似推理的基本概念、原理和实现方法。

全书共分十一章，首先介绍了命题逻辑、模糊关系的一些基本概念，然后介绍了Zadeh提出的基于可能性理论的近似推理的基本概念和基本原理，以及语言量词在近似推理中的处理方法，最后讨论了几种在传统近似推理的基础上所研究出的新的近似推理方法。

全书取材新颖、由浅入深，可作为计算机科学系、自动控制系和信息工程系等高年级学生、研究生的教材或参考书，也可供从事人工智能和知识工程研究的科技工作者参考。

近 似 推 理

李凡 著

责任编辑 徐一帆

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

中国科学院武汉分院科技印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1995年3月第一版 开本：787×1092 1/32

1995年3月第一次印刷 印张：10

印数：0 001－3 000 字数：220 000

ISBN 7-03-004711-7/TP·440

定价：12.00元

前　　言

我们知道：人类思维的精妙之处就在于它能够处理不确定性，即从一个或一些不精确的前提出发，能够推导出一个精确的结论，或者可能是一个不精确的结论。而要想在机器上再现人类的这种思维推理形式和过程，就需要解决如下两个问题：其一是弄清楚不确定性到底是由哪些原因所引起的？它们可分为哪几种类型？人类思维的载体——语言的不确定性主要是由哪类不确定性所引起的？如何将语言的这种不确定性在机器中形式化？其二是如何在机器中运用这种形式化了的含糊语言来进行推理？我们认为，模糊性是导致语言具有不确定性的主要原因。而含糊语言在机器中如何形式化以及如何采用这种形式化了的含糊语言来进行推理，则是本书所要讨论的主要问题。

人类在其日常的生活中，主要使用三种不同形式的推理方法来求解问题，即从一般性原理出发，引申出较特殊性结论的演绎推理；从一系列个别性的判断出发，引申出一般性结论的归纳推理；以及从两个或两类对象的某些属性相同出发，从而引申出它们在另一个属性上也相同的类比推理。与另外两种推理方法相比较，演绎推理是最基本、而且也是使用得最为频繁的一种推理形式。

本书主要论述含有不确定或含糊命题的演绎推理——近似推理的基本概念、原理和一些实现的方法。全书共分 11 章，首先介绍了命题逻辑和模糊关系的一些基本概念和特性，然后介绍了 Zadeh 提出的基于可能性理论的近似推理的基本概

念和基本原理，以及语言量词在近似推理中的处理方法，最后讨论了几种在传统近似推理的基础上所研究出的新的近似推理方法。

在本书的写作过程中，我力求在数学方法的运用上能够服从于学科体系的内在逻辑要求。因而，书中除少数概念外，并没有专门介绍有关的数学预备知识。尽管如此，读者若具有一些人工智能和模糊数学的基本知识，阅读本书将是不困难的。

本书在取材方面，力求反映近似推理的基本原理和方法，特别是具有实际应用价值的方法以及目前国内外的最新研究成果；当然也包含了本人近年来所取得的一些研究成果、体会和经验。由于本人的知识和写作水平有限，书稿虽几经修改，仍难免有差错，热切地希望诸位学者同仁和读者批评指正，如蒙赐教，则不胜感激！

最后，借本书出版之际，我特别对国家自然科学基金委员会表示诚挚的谢意，没有国家自然科学基金的支持，本书是难以问世的。我在撰写本书的过程中，得到中国科学院院士、中国人工智能学会副理事长、博士导师、华中理工大学校长杨叔子教授的热情支持和鼓励，他在百忙中拨冗审阅了全书，对本书的结构和内容提出了一些极有价值的建设性意见；华中理工大学的冯玉才教授和大连理工大学的迟忠光教授也给了我不少帮助，使本书增色不少，在此一并致以深切的谢意。

李　凡

1993 年 9 月于华中理工大学

目　录

第一章 命题逻辑

近似推理是从一组不精确的前提出发，推导出一个可能是不精确的结论。近似推理的理论是建立在模糊逻辑（FL）基础上的，而模糊逻辑（以及其他几乎所有的非标准逻辑）实际上是由经典逻辑的扩展而得到的。所以在讨论模糊逻辑和近似推理的原理之前，先介绍一个命题逻辑的基本原理是有益的。

1.1 命题逻辑中的信息表示

命题逻辑中的基本单元是原子命题，或简称为原子。它是一个陈述句或数据，这种陈述句或数据的真值可以取为“真”或“假”，所以有时我们又称这种逻辑为二值逻辑。下面是一些原子的例子：

John is a man

Mary is 30 years old

Bob likes Mary

Ann is a man

我们用 $A,B,C,\cdots$，这类大写字母来表示原子。如果 A 是一个原子，我们就应给语句 A 赋一个真值，在命题逻辑中，真值只能在集合 {true, false} 中选取，{true, false} 与 $\{T,F\}$ 或 $\{1,0\}$ 都是等价的。

确定一个命题的真值在命题逻辑中是一个重要的问题，在有些情况下这又是一个十分困难的问题，因为有时候我们

无法确定给一个原子到底是赋以 true，还是赋以 false。例如原子““John is tall”，因为“tall”中含有不精确性，所以我们无法确定语句“John is tall”到底是为 true，还是为 false。然而，在命题逻辑中要求我们必须对命题的真值做出选择。

除了原子语句和它应要求一个真值外，命题逻辑的另一内容就是逻辑运算，逻辑算子可以将原子命题结合起来用以表示更复杂的知识，而这个复合命题的真值可以通过构成它的原子命题的真值而计算出来。

在下面的讨论中，我们用 A 表示原子“John is 30”，用 B 表示原子“Mary is smart”。

1. 合取（或 and，$\wedge$）

语句 John is 30 and Mary is smart

可表示为

$$A \wedge B$$

2. 析取（或 or，$\vee$）

语句 John is 30 or Mary is smart

可表示为

$$A \vee B$$

3. 条件（或 if…then，$\rightarrow$）

语句 if John is 30，then Mary is smart

可表示为

$$A \rightarrow B$$

其中，A 称为前件（或前提），B 称为后件（或结论）。

4. 双条件（或 if and only if，$\leftrightarrow$）

语句 John is 30 if and only if Mary is smart

可表示为

$$A \leftrightarrow B$$

5. 否定（或 not，$\bar{\ }$）

语句 John is not 30

可表示为

$$\overline{A}$$

在下面的讨论中，$\overline{A}$ 和 $\neg A$ 是等价的，语句，公式，命题以及合式公式（WFF）也看作是同一个意思。

下面的定义给出了原子可接受的一些组合规则。

定义 命题逻辑中的一个命题（合式公式（WFF），语句，或公式）可由如下的方式来递归地定义：

1. 一个原子是一个命题；
2. 如果 G 是一个命题，那么 $\overline{G}$ 也是一个命题；
3. 如果 G 和 H 是两个命题，那么 $G\wedge H$，$G\vee A$，$G\rightarrow H$ 和 $G\leftrightarrow H$ 也是命题；
4. 所有的命题都是由上面的规则所产生的。

1.2 复合命题的真值

本节将讨论如何从复合命题的组成原子的真值来确定复合命题的真值。

命题逻辑的一个显著特征是它的真值泛函性，它的含义是任意一个复杂公式的真值可以由它的组成原子的真值唯一地确定。

定义 令 G 和 H 是两个命题（它们可以是原子，也可以是复合命题），这两个命题的组合真值可按如下的规则来得到。

1. 合取

G	H	$G\wedge H$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

如果用 1 和 0 来分别表示 T 和 F，那么 $G\wedge H$ 的真值可

由 min[G,H] 得到。

2. 析取

G	H	$G \vee H$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

如果用 1 和 0 分别表示 T 和 F,那么 $G \vee H$ 的真值可由 max[G,H] 得到。

3. 条件

G	H	$G \rightarrow H$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

如果 G 为假,或者 H 为真,或者 G 和 H 同时为真和假,那么 $G \rightarrow H$ 都为真。

4. 双条件

G	H	$G \leftrightarrow H$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

如果 G 和 H 具有同样的真值,则 $G \leftrightarrow H$ 为真。

5. 否定

G	$\neg G$
T	F
F	T

若采用 1 和 0 来表示真值,则 $\neg G = 1 - G$。

例子　考虑公式

$P \wedge (Q \rightarrow P)$　　（当 $P = T, Q = F$ 时）

$T \wedge (F \rightarrow T)$

$T \wedge T$

T

定义 假定 G 是一个命题，令 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为公式 G 中的原子，G 的一个解释就是对 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的真值的赋值。

定义 一个命题 G 在一个解释下被看作是真的，当且仅当 (iff) 通过采用前面的规则，在该解释下计算出的 G 值为 T，否则，G 被称作在该解释下为假。

定义 如果公式 G 在解释 I 下为真，则说 I 满足 G；如果公式 G 在解释 I 下为假，则说 I 不满足 G。

当一个解释 I 满足公式 G 时，称 I 为 G 的一个模型。

真值表为计算一个命题在所有可能的解释情况下的真值提供了一个很好的方法。应注意的是，语句 G 若有 n 个原子，则 G 有 2^n 个可能的解释。

下面的例子表示怎样使用真值表来计算在所有可能的解释情况下一个命题的真值。

例子 考虑命题 $G=P\wedge(Q\rightarrow P)$。

P	Q	P	$\wedge$	$(Q$	$\rightarrow$	$P)$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	T	F	T	T
F	T	F	F	T	F	F
F	F	F	F	F	T	F
			↑			

首先计算条件 $Q\rightarrow P$ 的真值，然后再计算它与 P 的真值，“↑”所指的那一列则表示最后得到的真值。

例子 考虑 $R\wedge\neg P\vee(P\wedge Q)$，由于该命题由三个部分组成，故有 $2^3=8$ 种解释。

P	Q	R	$(R$	$\wedge$	$\neg P)$	$\vee$	$(P$	$\wedge$	$Q)$
T	T	T	T	F	F	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F	T	T	T	T
T	F	T	T	F	F	F	T	F	F
T	F	F	F	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	T	T	F	F	T
F	T	F	F	F	T	F	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	F	F	F
F	F	F	F	F	T	F	F	F	F
						↑			

在所有可能的解释情况下，一个命题均为真或者均为假这两种情况在命题逻辑的推理应用中起着重要的作用，为此，它们被赋予了一个特殊的名字。

定义 一个命题是一个重言式，当且仅当在所有解释的情况下它均为真。

定义 一个命题是矛盾的（或不一致的，不可满足的），当且仅当在所有解释的情况下它均为假。

注意，公式 G 是一个重言式，当且仅当 $\neg G$ 是一个矛盾。下面两个命题是重言式和矛盾的例子。

例子 考虑命题 $P \vee \neg P$。

P	P	$\vee$	$\neg P$
T	T	T	F
F	F	T	T
		↑	

由真值表可以看出，该命题是一个重言式。

例子 考虑命题 $P \wedge \neg P$。

P	P	$\wedge$	$\neg P$
T	T	F	F
F	F	F	T
		↑	

由真值表可以看出，该语句是矛盾的。

由上面的例子我们可以看出 $P \wedge \neg P$ 与 $\neg(P \vee \neg P)$ 是等价的。在二值逻辑中，$P \vee \neg P$ 总为真起着重要的作用，它被称作排中律。

下面是另一个重言式的例子。

例子 $(P \wedge Q) \rightarrow Q$。

P	Q	$(P \wedge Q)$	$\rightarrow$	Q
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	T	F
			↑	

1.3 命题的等价

两个命题等价的关系是命题逻辑中的一个重要概念，在一些应用中，这种关系允许用一个语句来代替另一个语句。

定义 两个命题 G 和 H 被看作是等价的，表示为 $H=G$，当且仅当在两个命题的组成部分的每种一致性解释条件下 G 和 H 的真值都是相同的。

例子 命题 $P\wedge Q$ 与 $Q\wedge P$ 等价吗？

P	Q	P	$\wedge$	Q	$=$	Q	$\wedge$	P
T	T	T	T	T		T	T	T
T	F	T	F	F		F	F	T
F	T	F	F	T		T	F	F
F	F	F	F	F		F	F	F
			$\uparrow$				$\uparrow$	

由两个箭头所指的两列真值可以看出，它们是等价的。

等价的概念有如下的用途，即在任何命题中，我们可以用一个等价公式来代替该命题中的任意一个子公式，这样得到的新命题与原命题是等价的。

例子 考虑命题$(P\wedge Q)\rightarrow R$。

由于 $(Q\wedge P)=(P\wedge Q)$

所以 $(Q\wedge P)\rightarrow R=(P\wedge Q)\rightarrow R$

两个命题的等价可以在逻辑运算的框架中证实。

定理 $G=H$，当且仅当 $G\leftrightarrow H$ 是重言式的。

证明 1. 充分性：假定 $G=H$，在这一假设条件下，仅仅可能的解释是这样一些解释，在这些解释中 G 和 H 有相同的真值，因此

G	H	G	$\leftrightarrow$	H
T	T	T	T	T
F	F	F	T	F

所以，当 $G=H$ 时，$G\leftrightarrow H$ 是重言式。

2. 必要性：假定$G\leftrightarrow H$是一个重言式，即它总有真值T。假定G有真值T，则由于$G\leftrightarrow H$必须为真，H必须有真值T。假定G有真值F，由于$G\leftrightarrow H$必须为真，所以H必须有真值F。

两个命题的等价关系形成了一个数学等价关系的经典示例。如：

1. $P=P$（自反的）
2. $P=Q$蕴含$Q=P$（对称的）
3. $P=Q,Q=R$，则$P=R$（传递的）

因此，在二值逻辑中所有命题的一个集合可以分为包含全部集合的不相交子集的族，使得集合中的全部元素都是等价的，这些集合称为等价类。

须注意的是，如果G是一个重言式，则$G=\text{TRUE}$，这里TRUE是一个特殊的命题，它仅能取真值T；也就是说，如果G是一个重言式，则G的可能解释仅为T，所以

G	G	$=$	TRUE
T	T	T	T

类似地，如果G是一个矛盾，则$G=\text{FALSE}$，FALSE也是一个特殊的命题，它仅能取真值F；由于G是一个矛盾，G的可能解释仅是F，因此

G	G	$=$	FALSE
F	F	T	F

下面的定理是由我们的定义得出的。

定理 如果G和H是两个重言式，则

$$G=H$$

如果G和H是两个矛盾，则

$$G=H$$

如果G是一个重言式，且H是一个矛盾，则

$$G=\overline{H} \qquad \overline{G}=H$$

要证明两个命题G和H是等价的，可以采用如下的两种方法，其一是采用真值表来证明$G\leftrightarrow H$是重言式，采用这种方法时，必须证明$G\leftrightarrow H$在G和H所有解释情况下均为真，这实际上是要求G和H有相同的真值表。第二种方法是允许使用已经证明的等价式，以及如果我们用一个等价的子公式来代替命题中的子公式，则得到一个与原命题等价的命题。例如，由G开始，用一些等价的子公式来代替G中的子公式，我们可以得到一个等价命题串

$$G=G_1=G_2=\cdots=G_n$$

继续这种代换直到得到H为止。

下面是第一种方法的一些例子。

例子　证明$P\wedge Q=Q\wedge P$。

P	Q	$(P\wedge Q)$	$\leftrightarrow$	$(Q\wedge P)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	F
F	F	F	T	F
			$\uparrow$	

例子　证明$\neg(\neg P)=P$。

P	$(\neg$	$(\neg$	$P))$	$\leftrightarrow$	P
T	T	F	T	T	T
F	F	T	F	T	F
				$\uparrow$	

例子　证明$\neg(P\wedge Q)=(\neg P\vee\neg Q)$。

P	Q	$(\neg$	$(P\wedge Q))$	$\leftrightarrow$	$(\neg P$	$\vee$	$\neg Q)$
T	T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T	F
F	F	T	F	T	T	T	T
				$\uparrow$			

例子　证明$P\to Q=\neg P\vee Q$。