

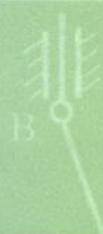
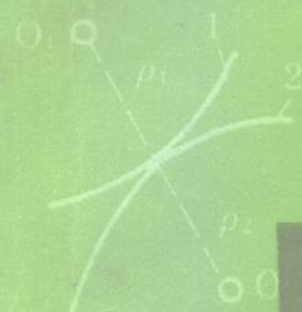
方式

举例

低副代换形式

高副机构

低副代换后的机构



机械原理复习 和解题指导

黄师予 邹慧君 主编

同济大学出版社

TH111-44

346533

D74

机械原理复习和解题指导

董师予 邹慧君 主编



同济大学出版社

内 容 提 要

本书是高等工业院校机械原理课程的辅助教材。按照1987年公布的《高等工业学校机械原理课程教学基本要求（机械类专业适用）》编写而成。全书共十一章，每章分为四个部分：复习提要、解题剖析、例题和习题。共有解题剖析78道、例题65道、习题99道。

通过解题剖析和例题解算，可帮助读者巩固所学的机械原理基本内容，掌握正确的解题思路和解题技能。

本书可供高等工业学校机械类及近机械类专业的学生学习和系统复习机械原理课程时参考，也可供教师备课或工程技术人员解决实际问题时参考。

责任编辑 冯时庆

封面设计 陈益平



新华书店上海发行所发行

同济大学印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：15.25 字数：380千字

1990年6月第1版 1990年6月第1次印刷

印数：1—3000 定价：8.50元

ISBN 7-5608-0525-6/TH·10

前 言

1987年4月国家教委正式公布了《高等工业学校机械原理课程教学基本要求（机械类专业适用）》，其中指明机械原理课程的任务为：“使学生掌握机构学和机械动力学的基本理论、基本知识和基本技能，并初步具有确定机械运动方案、分析和设计机构的能力。”为了达到这目标，除了编出一套教材、课程设计指导书和实验指导书外，还应有机机械原理复习和解题指导方面的辅助教材，以帮助同学系统地复习和巩固所学的基本理论和基本知识，掌握正确的解题思路和解题技能，提高分析和解决实际问题的能力。

本书是在作者总结多年来教学经验的基础上，收集国内外有关资料，参照机械原理课程教学基本要求编写而成的。

全书共分十一章，每章有复习提要、解题剖析、例题和习题四部分。书中共有解题剖析78道、例题65道、习题99道。

在编写过程中，为了满足读者的不同需要，书中除了强调基本概念和解题思路外，还选编了一些与工程实践相结合的题目和具有一定难度的题目，这对报考研究生、青年教师的备课和工程技术人员的分析和解决问题有一定的参考价值。

参加本书编写工作的有：

董师予（第一、二、七、十、十一章）；邹慧君（第三、八章）；张毅（第四章）；沈乃勋（第五、六章）；吕恬生（第九章）。最后由董师予、邹慧君负责主编。全书的插图均由李俊英同志绘制。

本书承中国纺织大学华大年教授审阅，提出了许多宝贵意见，编者在此表示衷心感谢。

由于我们水平有限和编写时间匆促，误漏欠妥之处在所难免，恳切希望广大读者指正。

编者

于上海交通大学1988年8月

目 录

第 一 章	平面机构的结构分析	(1)
第 二 章	平面机构的运动分析	(21)
第 三 章	平面连杆机构	(64)
第 四 章	凸轮机构	(84)
第 五 章	齿轮机构	(112)
第 六 章	轮系	(133)
第 七 章	其它常用机构	(149)
第 八 章	机构的组合和选型	(165)
第 九 章	平面机构的动力分析和机械的摩擦与效率	(176)
第 十 章	机械系统的运转及其速度波动的调节	(201)
第十一章	机械的平衡	(221)

第一章 平面机构的结构分析

一、复习提要

机构是具有确定运动的运动链。所谓运动链就是由若干构件通过运动副联接而成的组合系统。为了研究机构，必须讨论如下几个问题：

- 1) 如何保证机构具有确定运动？
- 2) 构件是怎样通过运动副组成机构的？
- 3) 怎样能简便且正确地用运动简图来表示机构？
- 4) 怎样用低副机构来代替高副机构？

以下叙述的问题也是本章的主要内容。

1. 机构自由度计算

要保持机构的确定运动，必须使机构的原动件（一般原动件与机架组成转动副或移动副）数等于机构的自由度。对于平面机构，其自由度为

$$W = 3n - 2P_l - P_h$$

式中 n ——机构中活动构件数，

P_l ——低副数目，

P_h ——高副数目。

在应用上式计算自由度时，须注意下列事项：

a. 复合铰链 两个以上的构件在同一处以转动副相连，该处就构成复合铰链。因此，若有 m 个构件以复合铰链相连，则其构成的转动副为 $(m-1)$ 个。

b. 局部自由度 机构中某些构件所能产生的运动，并不影响其它构件的运动，则这些构件所能产生的这种局部运动的自由度称为局部自由度。在计算机构自由度时，应将此局部自由度除去。

c. 虚约束 对机构运动实际上不起约束作用的这种约束称为虚约束。它一般发生于 i) 联接构件和被联接构件在联接点处的运动轨迹重合；ii) 两构件组成几处运动方向相同的移动副；iii) 机构运动过程中，两构件上两点之间的距离始终保持不变，若将此两点以构件相联，这就带来了虚约束。对于虚约束，在计算机构自由度时，应将此虚约束去掉。

2. 机构运动简图

机构运动简图是用运动副和构件的表示符号组成的简单图形，它要求能反映出机构的运动特性。

绘制的步骤：i) 仔细观察机构的运动，以便判别出固定构件与活动构件；ii) 数出运动构件数目，明确各构件间相对运动的性质以确定运动副种类；iii) 测量各运动副之间的尺寸（如转动副中心之间的距离、转动副中心与移动副中心线之间的距离、移动副中心线之间的夹角等）；iv) 选择适当的长度比例尺在图上定出运动副的相对位置，以运动副及构件的表示符号绘出运动简图。

3. 机构的组成和杆组

由于机构中原动件数目等于机构的自由度数, 因此, 若从机构中将机架及与机架相联的原动件拆下, 则剩下的必是一个自由度为零的从动件组合系统。当然有时我们还可再将它拆成更简单的自由度为零的构件组。这种不可再分的最简单的自由度为零的运动链称为基本杆组。

反过来, 我们也可把任何机构看成是将基本杆组依次联接到一个(或几个)原动件和机架上而组成的, 这就是机构的组成原理。

必须注意, 把每个基本杆组拆下来或装上去, 都必须不影响原机构运动的自由度。也就是说, 从机构中拆下来的是基本杆组, 剩下来的还是机构。

对于仅含低副的机构, 它的最简单基本杆组是由两个构件和三个低副构成。这种基本杆组称为Ⅰ级组, 它有五种不同类型, 如图 1-1。

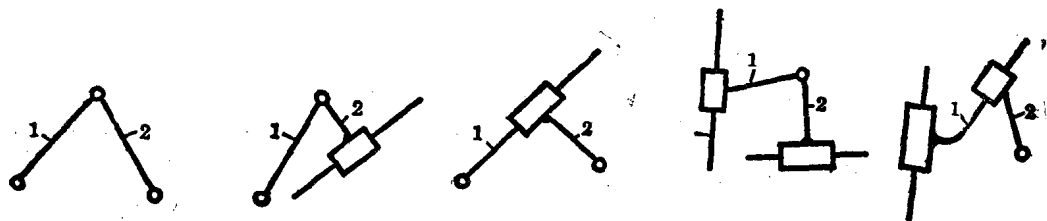


图 1-1

除了Ⅰ级组以外, 还有其它更高级的基本杆组, 如由四个构件六个低副所组成的杆组。对于这种杆组, 若其中包含由三个内副(即杆组各杆间联接的运动副)所组成的封闭三角形时, 这杆组称为Ⅱ级组, 如图 1-2a。当包含由四个内副组成的封闭四边形时, 这杆组称为Ⅲ级组, 如图 1-2b。

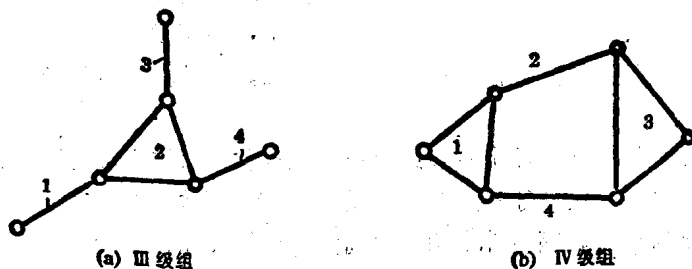


图 1-2

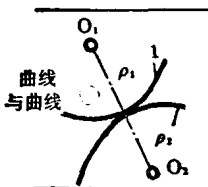
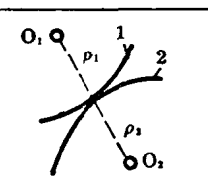
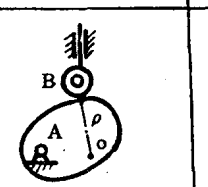
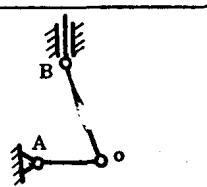
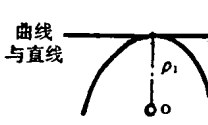
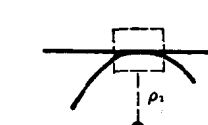
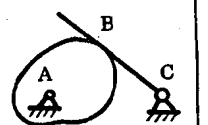
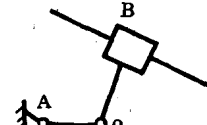
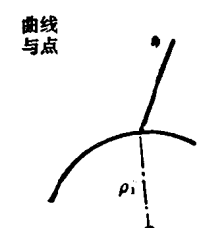
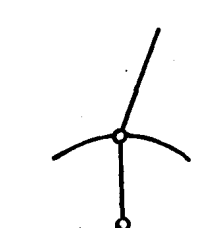
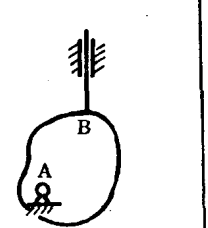
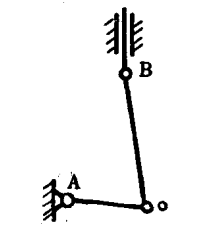
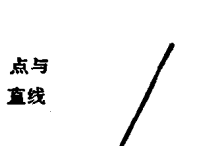
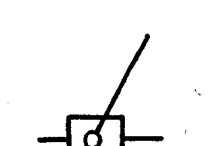
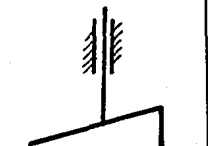
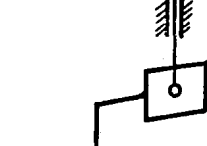
在同一机构中可以包含不同级别的基本杆组, 我们以机构中最高级别的基本杆组级别作为机构的级别。

4. 高副低代

为了便于对含有高副的平面机构进行结构分类和对机构进行运动分析和力分析, 往往根据一定条件将平面机构中的高副用低副组成的运动链来代替, 代替后要求: a) 机构的自由度不变; b) 机构的瞬时运动速度、加速度不变。

现把各种高副低代的形式和方法列表如下:

表 1-1

代换方式		举 例	
高副形式	低副代换形式	高副机构	低副代换后的机构
曲线与曲线 			
曲线与直线 			
曲线与点 			
点与直线 			

二、解 题 剖 析

题 1 试绘制偏心联轴节(图 1-3)的运动简图, 并计算其自由度。

解: a) 认清构件

该机构共有四个构件(标上号码), 如图 1-3。其中构件 4 为机架。

b) 认清各构件间的相对运动

构件 1 与构件 4 作绕 O_1 点的相对转动;

构件 2 与构件 1 作沿水平方向的相对移动;

构件 3 与构件 2 作沿垂直方向的相对移动;

构件 4 与构件 3 作绕 O_3 点的相对转动。

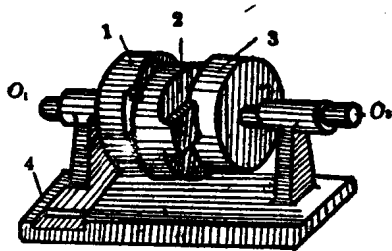


图 1-3

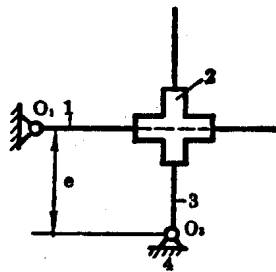


图 1-4

然后，按上述相对运动将各构件用相应的运动副符号联结起来，得图 1-4。必须指出，构件 2 与 1 的相对移动方向与构件 3 和 2 的相对移动方向互成直角，这点在运动简图中必须表示出来。

c) 确定各运动副的位置，并量出它们之间的距离。对于该机构，只需量出 O_1 与 O_2 之间的距离。

d) 取适当的长度比例尺，用运动副和构件的符号作图，图 1-4。

e) 计算机构的自由度

对于该机构， $n=3$ ， $P_l=4$ ， $P_h=0$ ，因此

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

即该机构只需有 1 个原动件（如构件 1），此机构的运动便确定了。

讨论：

1) 若按各构件的相对运动作图时，也可能画出如图 1-5 所示的简图。由此图可见，它们各构件间的相对运动特性完全与偏心联轴节的情况相同，而且其自由度也等于 1，然而，按图 1-5 所示的机构，实际上是不能动的。因为我们所讨论的构件均是刚体，也即各杆长度是不变的。故若按图 1-5 的机构，以构件 1 作原动件时，只有当构件 1 与 3 互成平行时才能保证这两构件间的距离不变，然而这是不能实现的。为此这运动简图不能反映原偏心联轴节的运动特性。由此可见，在作好运动简图后，还需按实际情况观察一下原机构的运动特性。

2) 若按照偏心联轴节各构件间的相对运动，把构件 3 和 1 视为滑块，构件 2 视为成直角的导杆，则其简图如图 1-6 所示。此时，其自由度仍为 1，而且也保持着原偏心联轴节的运动特性。

由上讨论可知，同一机构可以有不同的运动简图，故作出运动简图后，还须检验其运动特性。

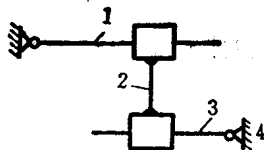


图 1-5

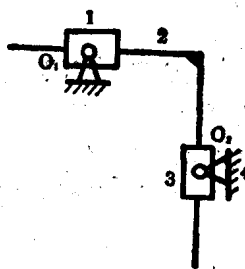


图 1-6

题 2 试绘制简易冲头机构(图 1-7)的运动简图，并计算其自由度。

解：a) 该机构共有四个构件，其中构件4为机架。

b) 认清机构中各构件间的相对运动。

构件3与4作绕A点的相对转动；构件1与4作绕B点的相对转动；构件1与2作绕C点的相对转动；构件2与3作沿AC的相对移动。

c) 如果把构件2作为滑块，构件3作为导杆，则按上述的各杆间相对运动关系作图，得图1-8a。但若把构件2作为导杆，构件3作为滑块，则其运动简图如图1-8b所示。这两简图的形式虽有所不同，只要图中各杆的长度及运动副位置相同，或者说 $\triangle ABC$ 全等，则它们的运动特性是完全相同的。

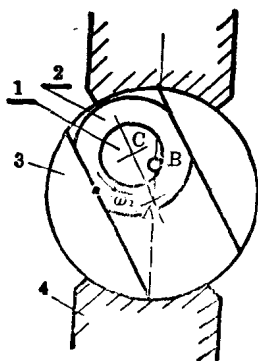


图 1-7

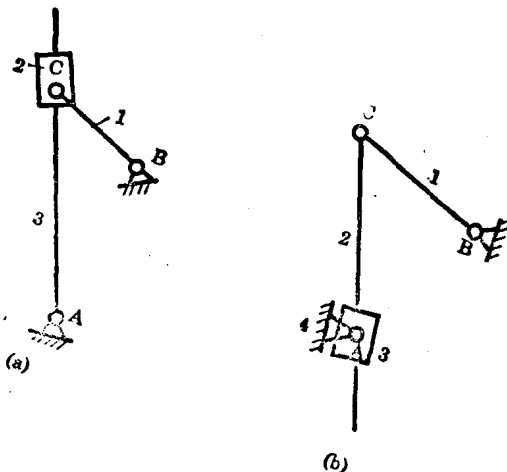


图 1-8

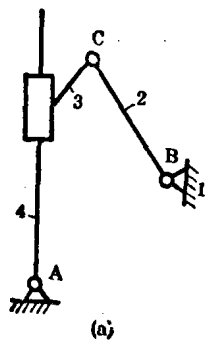
该机构中， $n=3$ ， $P_l=4$ ， $P_h=0$ ，因此机构自由度为

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

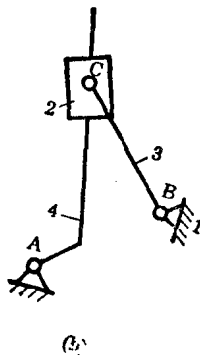
如果我们按照机构中各杆间的相对运动，也可画成如图1-9a、b所示的运动简图。由图可见，它们各杆间的相对运动不变，但由于各运动副之间的位置、构件的尺寸不同，因此其运动特性就与上述分析的有所不同。由此可见，绘制机构运动简图时，不但要表明机构中各构件间的相对运动情况，还必须表明各构件的运动尺寸。

题3 试计算下列机构的自由度。

解：a) 齿轮机构（图1-10）



(a)



(b)

图 1-9

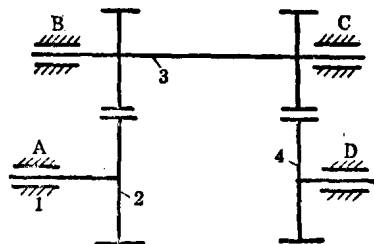


图 1-10

此机构中, 构件3与构件1(机架)在B与C处均形成转动副, 且其轴线又相重合, 因此C处的约束是虚约束(当然也可认为B处的约束是虚约束)。但是, A处的转动副是由构件2与机架1所形成的, 故不成为虚约束。D处的转动副亦然。

因此, 该机构 $n=3$, $P_l=3$, $P_h=2$, 所以

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 \times 2 = 1$$

b) 八杆机构(图1-11)

由于该机构中 $AB \perp CD$, 因此ABCD为平行四边形, 也即B点的运动轨迹与D点的运动轨迹相同, 总是作垂直方向移动(或者说, A点与C点的运动轨迹相同, 总是作水平移动), 故杆8在D点的约束实际上不起作用, 所以可将杆8去掉。这样, 该机构的活动构件数 $n=7$ 。又因A、B、C三处均是复合铰链, 所以 $P_l=10$, $P_h=0$, 故该机构的自由度为

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 7 - 2 \times 10 = 1$$

我们也可以这样来分析: 由于该机构的上半部分与下半部分完全对称, 因此在计算自由度时, 可以去掉其对称部分而成图1-12a。此时 $n=5$, $P_l=7$ (B点为复合铰链), $P_h=0$, 因此,

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 5 - 2 \times 7 = 1$$

如果再对图1-12a的机构作进一步分析, 可以看到, $A'ABB'$ 与 $B'BCC'$ 对称, 因此又可简化成图1-12b所示的机构。此时, $n=3$, $P_l=4$, $P_h=0$, 故

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

由该例可知, 虚约束发生于联接点处的运动轨迹重合或机构中有对称部分之处。在计算机构自由度时, 应去掉该虚约束。但应指出, 实际机构中由于结构的需要, 这种虚约束有时还是必须的。

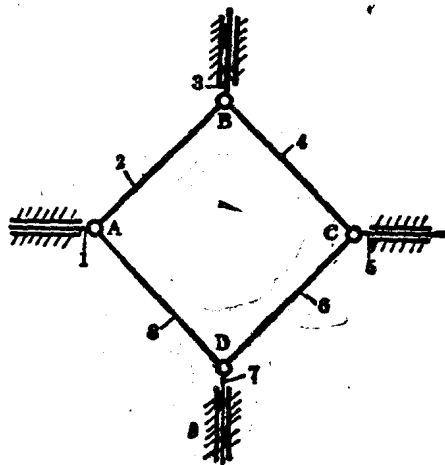


图 1-11

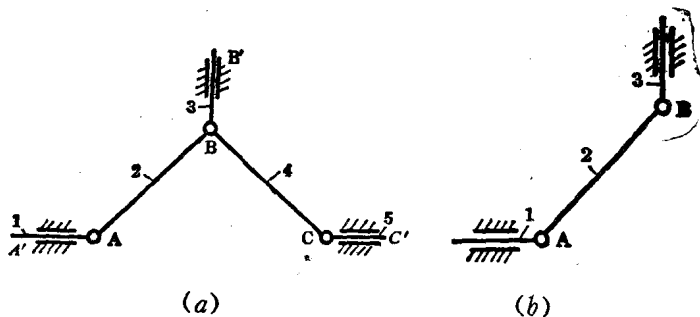


图 1-12

c) 直角定块机构(图1-13a)

我们知道此机构中B处的滚子是局部自由度, 为了去除此局部自由度, 应将滚子刚性联于构件2上。其次因为 $\angle ABC$ 总成直角, 故B点的轨迹是以O为圆心、r为半径的圆, 或

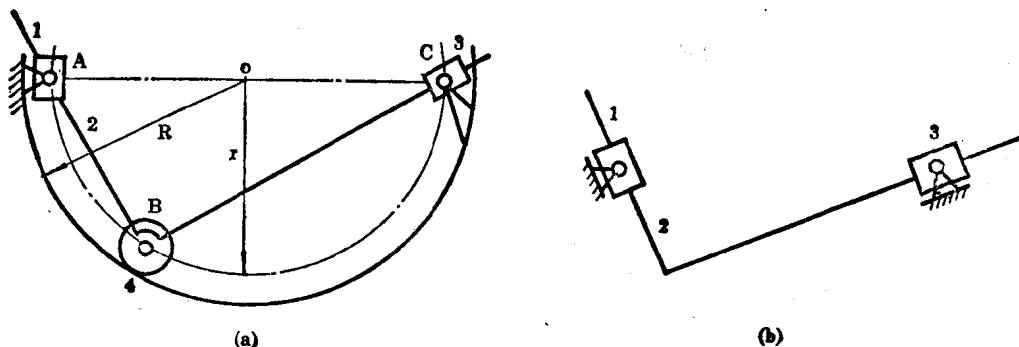


图 1-13

者说，滚子与机架的接触点轨迹是以 o 为圆心、 R 为半径的圆，故滚子与机架所形成的高副实际上不起约束作用，因此，去掉高副虚约束后的机构如图 1-13b 所示。此时，

$$n=3, P_l=4, P_h=0, \text{ 故}$$

$$W=3n-2P_l-P_h=3 \times 3-2 \times 4=1$$

d) 直线运动机构 (图 1-14)。已知内啮合齿轮 4 的齿数 Z_4 等于行星轮 2 齿数 Z_2 的两倍 (即 $Z_4=2Z_2$)，也即 $r_4=2r_2$ ，又构件 3 与行星轮 2 铰接在其节圆 2 的 C 点上。试确定该机构的自由度。

分析此机构可知，当构件 1 固定轴线 o 转动时，由于轮齿的互相啮合，迫使行星轮 2 沿固定内齿轮 4 的节圆作纯滚动。现以 o 为坐标原点，以 oC 为 y 轴作出直角坐标，如图所示。由解析几何可知，当一滚圆在固定基圆 (即内齿轮节圆) 内作纯滚动时，滚圆上任一点 C 的运动轨迹为一内摆线，其参数方程为

$$\left. \begin{aligned} x &= (r_4 - r_2) \sin\left(\frac{r_2}{r_4}\theta\right) - r_2 \sin\left(\theta - \frac{r_2}{r_4}\theta\right) \\ y &= (r_4 - r_2) \cos\left(\frac{r_2}{r_4}\theta\right) + r_2 \cos\left(\theta - \frac{r_2}{r_4}\theta\right) \end{aligned} \right\}$$

现以 $r_4=2r_2$ 代入，则滚圆上 C 点的轨迹为

$$\left. \begin{aligned} x &= r_2 \sin \frac{\theta}{2} - r_2 \sin \frac{\theta}{2} = 0 \\ y &= r_2 \cos \frac{\theta}{2} + r_2 \cos \frac{\theta}{2} = 2r_2 \cos \frac{\theta}{2} \end{aligned} \right\}$$

此乃是坐标轴 oy 的方程式。这说明 C 点的运动轨迹为过 o 点的直线 oy ，或者说，机构中构件 3 与行星轮 2 的联接点 C 的运动轨迹与内啮合齿轮中行星轮上 C 点的轨迹重合，因此，构件 3 与行星轮 2 所组成的约束是虚约束。为此，去掉构件 3 后，该机构 $n=2$ ， $P_l=2$ ， $P_h=1$ ，故

$$W=3n-2P_l-P_h=3 \times 2-2 \times 2-1=1$$

此例中的虚约束也是由运动轨迹重合而引起的，但由于难于识别，故要应用数学方法加以说明。

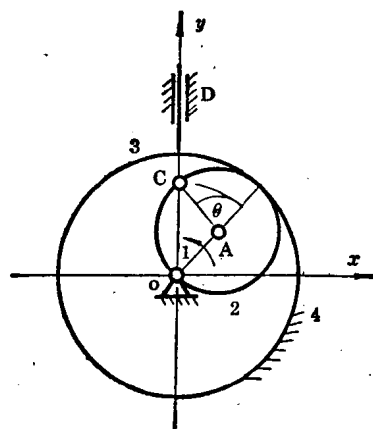


图 1-14

c) 水平锻造机夹紧机构 (图 1-15)。

该机构在正常载荷下, 弹簧实际上是不受力的, 因此它无变形, 这样, 构件 4、5、6、7、8、9 之间无相对运动, 我们可把它们看作一个构件, 而标以 4'。此时, 该机构的活动构件为 1、2、3、4'、10, 而 $P_l = 7$, $P_h = 0$, 故

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 5 - 2 \times 7 = 1$$

但当过载时, 滑块 10 停止不动, 而弹簧发生变形。因此, 此时机构中的活动构件为 1、2、3、4、5、6、7、8、9, 而 $P_l = 13$, $P_h = 0$, 故此时机构的自由度为:

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 9 - 2 \times 13 = 1$$

此例说明, 若机构中各构件间无相对运动者, 则应把它们看作是同一构件来计算机构自由度。

f) 均含移动副的机构 (图 1-16)

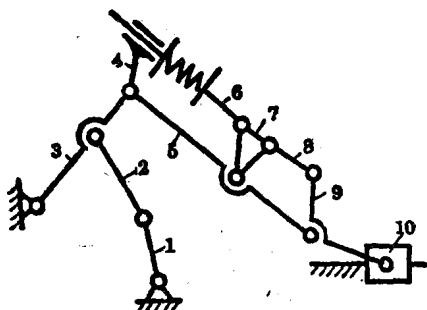


图 1-15

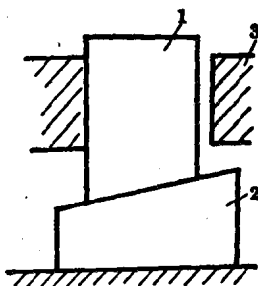


图 1-16

由于此机构中各构件均只作移动, 因此, 这些构件它们本身只能有 2 个自由度, 形成的运动副也只能带来 1 个约束。故这种机构的自由度为:

$$W = 2n - P'_l$$

式中 n 为活动构件数; P'_l 为移动副数。

计算图 1-16 所示机构的自由度。由图可得 $n = 2$, $P'_l = 3$

故

$$W = 2n - P'_l = 2 \times 2 - 1 \times 3 = 1$$

此例说明对于各构件间均作相对移动的机构, 在应用机构自由度公式时必须加以注意。

题 4 计算下列各机构的自由度并确定其机构级别。

解: a) 八杆机构 (图 1-17)

1) 由图可知, 滚子绕 B 点的转动组成局部自由度; 同时, F 处是个复合铰链, 故该机构 $n = 7$, $P_l = 9$, $P_h = 2$, 其自由度为

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 7 - 2 \times 9 - 1 \times 2 = 1$$

即此机构只需一个原动件, 现以构件 1 作为原动件。

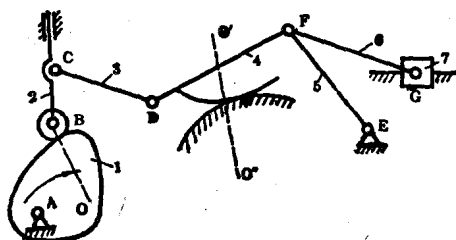


图 1-17

2) 为了确定机构的级别, 必须进行高副低代, 代换后的运动简图如图 1-18a 所示, 此时, $n = 9$, $P_l = 13$ (其中 F 点处为复合铰链), 故机构的自由度为

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 9 - 2 \times 13 = 1$$

3) 按代换后的机构进行拆杆组。根据拆杆组的原则,总是从远离原动件开始,并先以Ⅰ级杆组进行试拆;同时还应满足拆下的是杆组,余下的仍是机构的条件。为此,先拆下构件8、9组成的杆组,如图1-18b。接着再对余下的机构进行拆杆组,如图1-18c,依次类推。最后得出图1-18d。

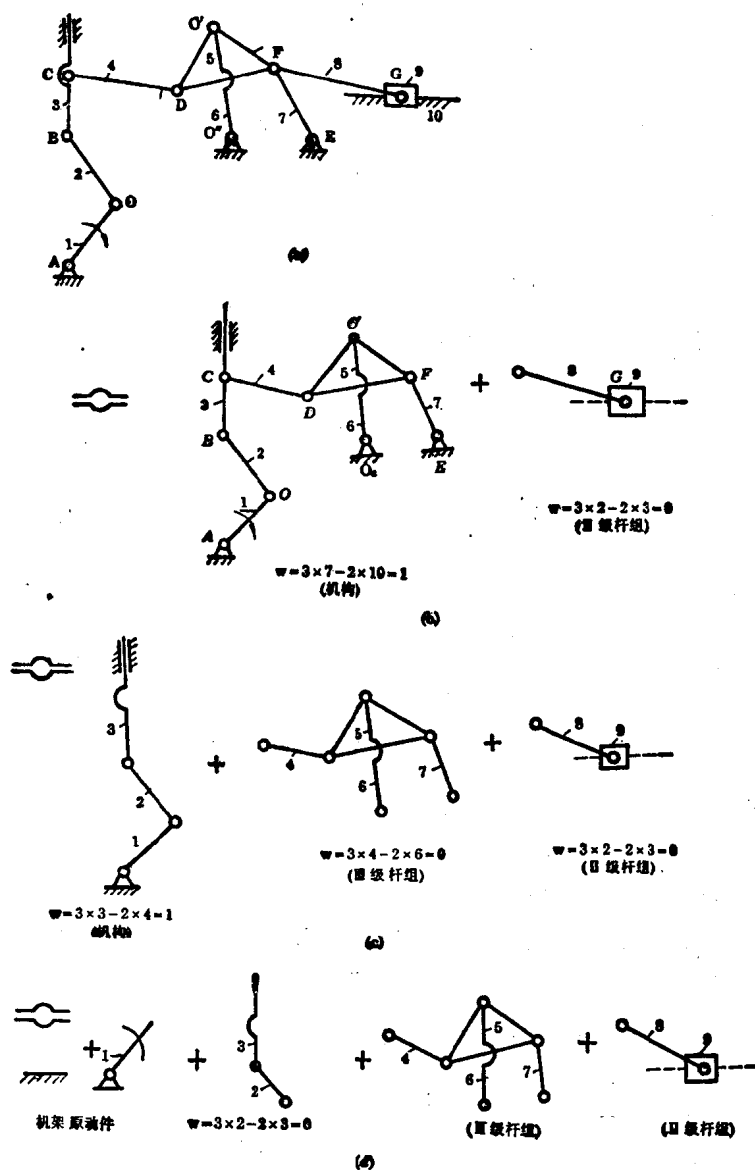


图 1-18

4) 最后以机构中最高级别的基本杆组作为机构级别。所以,由图1-18d可知,此机构属于Ⅱ级机构。

b. 双缸曲柄滑块机构

1) 由于此机构既无虚约束又无局部自由度,故其自由度为

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 7 - 2 \times 10 = 1$$

即此机构只需 1 个原动件就能保证机构运动确定。

2) 拆杆组时, 必须先指定机构中的某一构件作为原动件。现若以构件 4 为原动件, 根据拆杆组原则, 可以拆出三个 II 级杆组, 如图 1-20 所示。此时, 该机构为 II 级机构。

若以构件 2 为原动件, 也可拆出三个 II 级杆组, 如图 1-21, 此时该机构也属于 II 级机构。

但若以构件 8 作为原动件, 则拆下来的是一个 III 级杆组和一个 II 级杆组, 因此, 该机构为 III 级机构, 如图 1-22。

由上分析可知, 即使同一机构, 当选用的原动件不同时, 所得的机构级别也可能不同。但不论以何杆作为原动件, 拆杆组时都仍需满足拆杆组的原则。

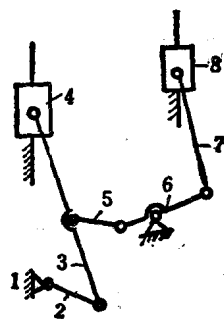


图 1-19

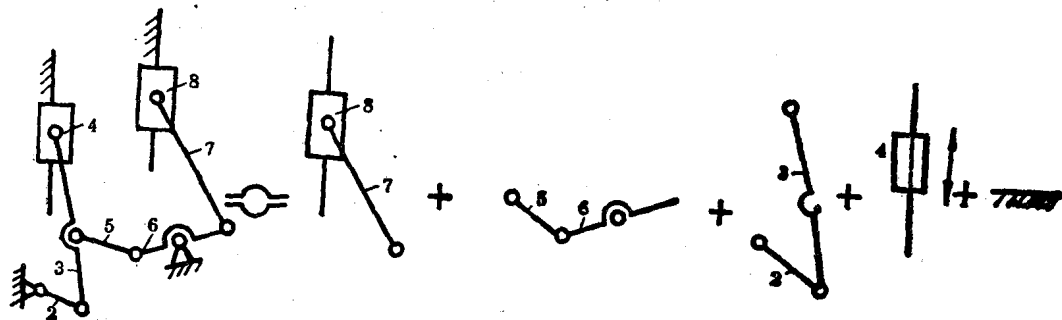


图 1-20

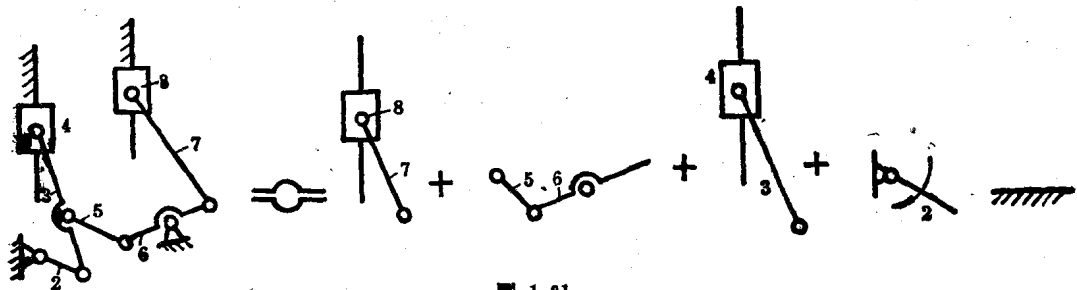


图 1-21

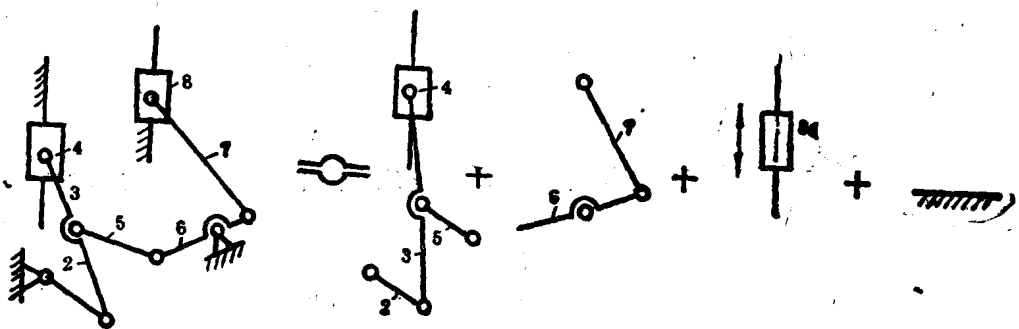


图 1-22

题 5 图 1-23 为牛头刨床的设计方案草图。其设计思路为：动力由曲柄 1 输入，通过滑块 2 使摆动导杆 3 作往复摆动，并带动滑枕 4 作往复移动，以达到刨削目的。试问图示的构件组合是否能达到此目的？如果不能，该如何修改？

解： 首先根据图示设计方案草图计算其自由度，

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 4 - 2 \times 6 = 0$$

即表示若按此设计方案是不能动的。为此必须作些修改以达到设计思想的目的。一般改进的措施有：

- 1) 在机构的适当位置上添加一个低副和一个活动构件；
- 2) 在机构的适当位置上用一个小副来替换其低副。

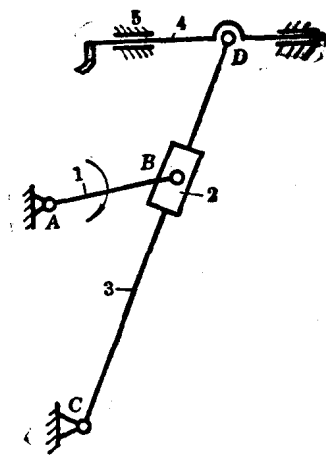


图 1-23

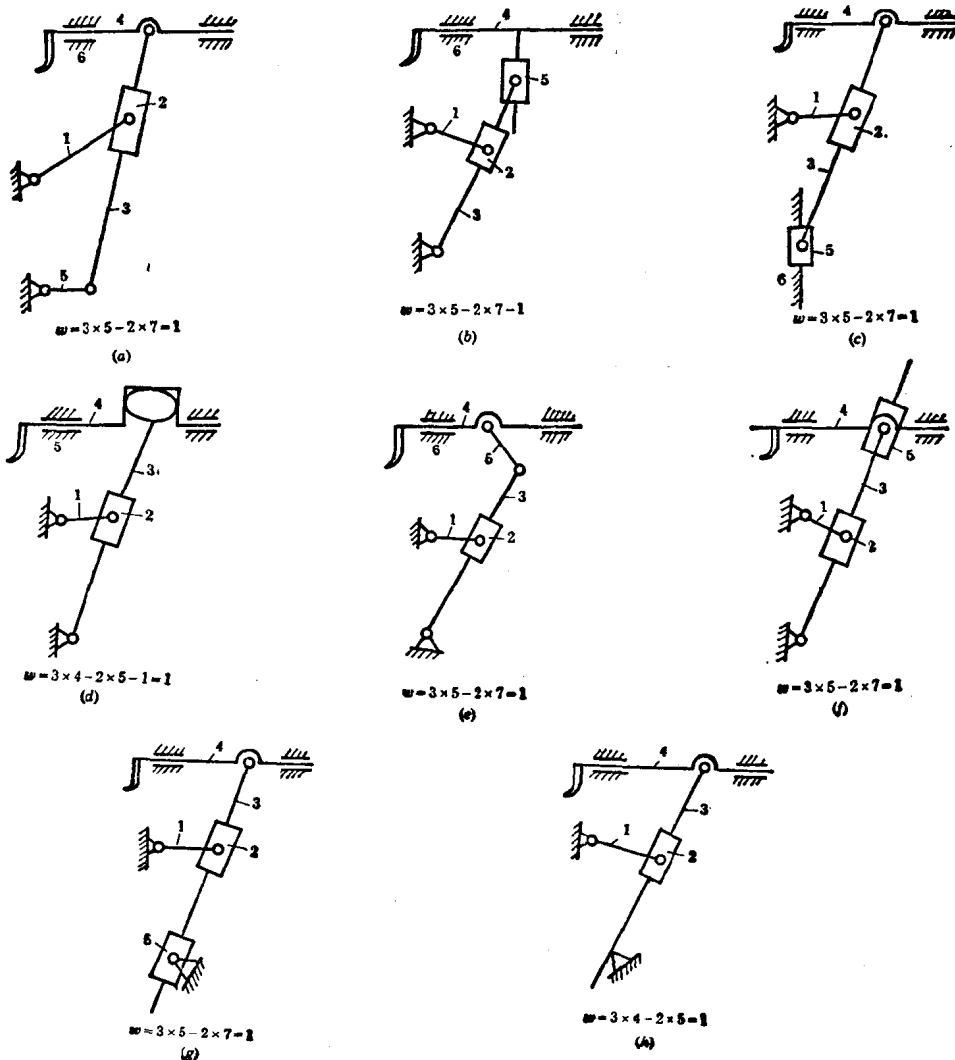


图 1-24

按照上述修改原则，现有八种方案，如图 1-24。

三、例 题

例 1 计算图 1-25 所示汽车差动齿轮机构的自由度。

解：由于齿轮 3、4、5、6 中，轮 4 与 6 是对称的。因此，在计算该机构自由度时可去掉齿轮 6 所带来的虚约束。这样，机构中共有 5 个活动构件、5 个低副（构件 2、3 与机架在 A 处形成重叠副）和 3 个高副。因此

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 5 - 2 \times 5 - 1 \times 3 = 2$$

即此机构需要 2 个原动件才能保证机构运动确定。

例 2 计算图 1-26 所示差动轮系的自由度，并确定该机构级别。

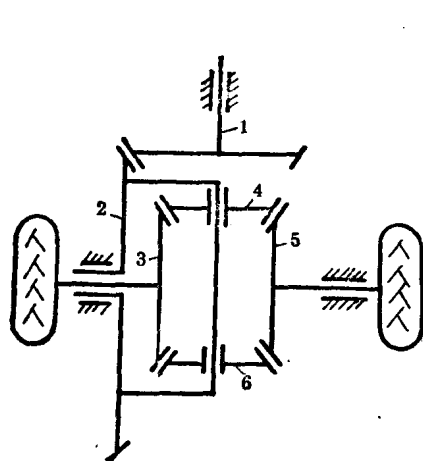


图 1-25

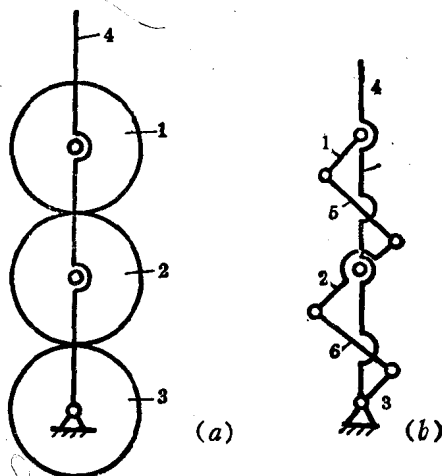


图 1-26

解：a) 该机构中， $n = 4$ ， $P_l = 4$ ， $P_h = 2$ ，所以

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 4 - 2 \times 4 - 1 \times 2 = 2$$

即需要有两个原动件才能保证该机构运动确定。

b) 要确定该机构级别，必须先进行高副低代。代换后的机构如图 1-26b 所示。其 $n = 6$ ， $P_l = 8$ ，所以

$$W = 3n - 2P_l - P_h = 3 \times 6 - 2 \times 8 = 2$$

为了拆杆组，必须指定原动件。由于该机构有二个自由度，故须指定二个原动件。现以构件 6 和 1 为原动件进行拆杆组，得出图 1-27，故此机构为 I 级机构。

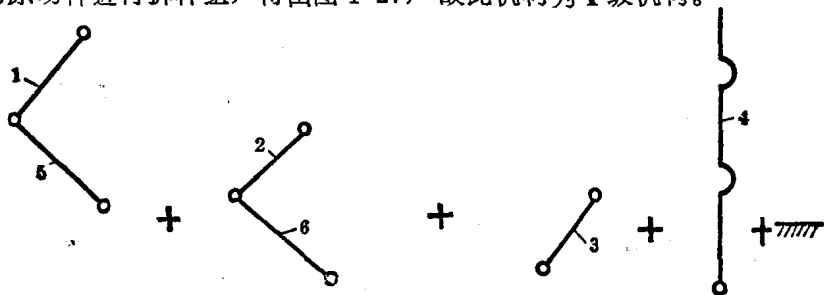


图 1-27