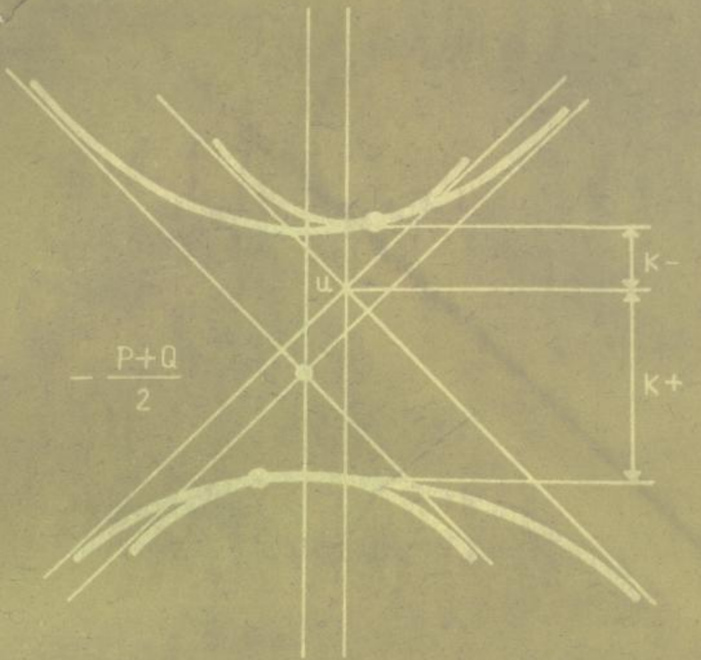

色散关系导论

R.哈格栋著

色散关系导論

R. 哈格栋 著

喀兴林 譯

科学出版社

R. Hagedorn

INTRODUCTION TO FIELD THEORY AND DISPERSION RELATIONS

Akademie-Verlag, Berlin, 1963

內 容 簡 介

本书系根据雷曼（H. Lehmann）和欽末曼(W. Zimmermann)在欧洲原子核研究組織（CERN）的讲演稿整理增补而成。全书以中性标量場为例，与量子場論的哈密頓体系相对照，从基本原理出发建立了这一新的理論体系；詳細地討論了基本原理的內容与有关数学技巧；建立了单色散关系，并对此进行了詳細的証明。书中附有大量附录，对正文中遇到的一些物理問題和数学問題作了系統的补充。

本书篇幅不大，但概念讲解与数学推导均比較詳尽，是色散关系方面的一本較好的入門书。本书可供有志于这一領域的初学者閱讀，并可作为大学有关专业量子場論課程的补充教材。

色 散 关 系 导 論

[德] R. 哈格栋 著

喀 兴 林 譯

*

科学出版社 出版

北京朝阳門內大街 117 号

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店經售

*

1965年 2月第一版　开本：850×1168 1/32

1965年 2月第一次印刷　印张：4 3/4

印数：0001—4,100　字数：121,000

統一书号：13031・2034

本社书号：3121・13—2

定价：[科六] 0.75 元

原　　序

由于教学上的理由，在有些情况下，一本外行写的教科书或講义往往还是很有用的．当目的不是在于对本門研究领域的成果給出全面的叙述，而只是对新来者提供一个导引时，就属于这种情况．在这种条件之下，外行能更好地強調那些初学者一般常遇到的难点，而这些难点常常被专家們所跳过，因为对他們来說，由于长时期的接触，这些难点已成为平凡的事情了．可是，外行就必須把这些难点一个个地攻下来，在他写的书中也就会留下这一战斗的痕迹．

这就是我写出这本小书的两点理由之一．

本书在很大程度上是以雷曼（H. Lehmann）和欽末曼（W. Zimmermann）1959年9月在欧洲原子核研究組織(CERN)的講演为基础的．很多同事要求得到一本书面的講义，同时我又曾作了笔記，这就构成了本书出版的第二个理由（这一笔記原来在1961年曾作为一篇报告发表于日內瓦欧洲原子核研究組織的正式报告集中(CERN　61—6)，經該組織及原作者同意重印成本书）．因而本书似乎应該称为“講义”，并由原講課人署名．我們之所以沒有这样作，是因为現在这本“导論”已由于我的增补(增补主要集中在附录中)而使它的篇幅比原講义增加了一倍以上．由于这些增补，使得整个內容发生了相当的变化（見上），以致不能再称之为“講义”．我感謝雷曼博士(由于上述理由，他建議用我的名字署名)和欽末曼博士允許本书以現在的形式发表，并且在准备本书的过程中同我进行了多次討論和提出了很多建議．当然，本书的任何缺点和表达欠佳之处都由我負完全責任．

本书的目的是使对場論已具有一些知識的讀者了解某些导致色散关系的較新近的发展．讀者最好已讀过一些教科书，例如文

采尔的“量子場論”(G. Wentzel: Quantum Theory of Fielols)，焦赫与罗里希的“光子和电子的理論”(Jauch and Rohrlich: Theory of Photons and Electrons)或者史威伯的“相对論性量子場論”(Schweber: Introduction to Relativistic Quantum Field Theory)。

与“曼德斯坦(Mandelstam)表示”有关的最近的內容沒有收入本书．但是，讀完本书之后，开始閱讀有关原始論文应无大困难．由于讀者在原始論文中都会找到更十分丰富的参考文献表，本书除了少数省掉了冗长計算的几处給出了可以查到細节的参考文献以外，沒有給出参考文献表．

为了簡单起見，在本书中只討論了实标量場．时空度規取为 $x^2 = x_0^2 - \mathbf{x}^2$.

相对論性記号的細节可在附录 9 (143 頁) 中找到．为了避免与平移算符 T 相混，我們用 $\mathscr{T}$ 代表时序乘积(从而用 $\mathscr{R}$ 代表推迟乘积)。

目　　录

附　　录

第一章　哈密頓体系

較老的場論都用哈密頓体系．这种体系在原則上应該能够描写粒子的相互作用，但是导致某些困难．取与核子場相互作用的贋标量介子为例：

$$\left.\begin{aligned}
&(-i\gamma_\mu\partial_\mu + M_0)\psi_0 = ig_0A_0\gamma_5\psi_0,\\
&(\Box + m_0^2)A_0 = -\frac{ig_0}{2}[\bar{\psi}_0, \gamma_5\psi_0] - \lambda_0A_0^3,\\
&\text{式中}\\
&\Box \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}\\
&(\lambda_0A_0^3\ \text{項是由于重正化的需要而引入的})\text{，再加上对易关系：}\\
&[A_0(\mathbf{x}, t), \dot{A}_0(\mathbf{x}', t)] = i\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'),\\
&\{\psi_{0\alpha}(\mathbf{x}, t), \bar{\psi}_{0\beta}(\mathbf{x}', t)\} = \gamma^4_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'),
\end{aligned}\right\}\qquad \text{(I)}$$

在这里 M_0, m_0, g_0, λ_0 还不是質量和耦合常数的物理值．

那末，这样的理論怎样能够描写粒子的相互作用呢？

存在一个能量动量算符 P_μ（它是場算符的一个泛函）滿足例如

$$\frac{\partial A_0}{\partial x_\mu} = i[P_\mu, A_0],$$

如果 P_μ 有意义的話，在 $P^2 = P_\mu P^\mu$ 的本征值中就应該有一个最小的，可以取其为零（真空），而其次高一点的一个本征值应为 m^2，即介子的物理質量的平方．这一点仅对于自由粒子有意义，因为否則 $k_0^2 - k^2 = m^2$ 将不成立．另一方面，我們知道，自由粒子（用 ψ_{in} 与 A_{in} 表示）的运动方程为

$$\left.\begin{aligned}
&(-i\partial_\mu\gamma_\mu + M)\psi_{in} = 0,\\
&(\Box + m^2)A_{in} = 0,\\
&(\text{再加上两个对易关系}).
\end{aligned}\right\}\qquad \text{(II)}$$

因此，要使有相互作用的場方程有意义，方程(I)与方程(II)之間必然有联系．这一联系是通过重正化建立的，即

当 $t \to \pm\infty$ 时，在 $A_0(x)$ 与 $A_{\substack{\text{in}\\\text{out}}}(x)$ 之間以及 $\psi_0(x)$ 与 $\psi_{\substack{\text{in}\\\text{out}}}(x)$ 之間有一个关系．

为了找出这个关系，令

$$m^2 = m_0^2 + \delta m^2,$$
$$M = M_0 + \delta M,$$

并認为 m^2 与 M 是已知的，其余的 m_0, M_0, δm^2 与 δM 是待定的(实际上是无穷大)参量．

进一步令

$$\psi = Z_2^{-\frac{1}{2}}\psi_0,\ A = Z_3^{-\frac{1}{2}}A_0,$$
$$g = Z_1^{-1}Z_2Z_3^{1/2}g_0,\ \lambda = Z_4^{-1}Z_3^2\lambda_0,$$

并将(I)式用这些新变量改写，得

$$\left.\begin{aligned}&(-i\partial_\mu\gamma_\mu + M)\psi = -igZ_1Z_2^{-1}\gamma_5A\psi + \delta M\psi,\\&(\Box + m^2)A = -\frac{i}{2}gZ_1^{-1}Z_3^{-1}[\bar{\psi},\ \gamma_5\psi] + \delta m^2A - \lambda Z_4Z_3^{-1}A^3.\end{aligned}\right\}\quad(\mathrm{I}')$$

現在我們可以把微扰論用到这一方程上，并得出算符 A 与 ψ 对 g 与 λ 的所有冪都具有有限的矩陣元，并且当 $t \to \pm\infty$ 时，它們分別趋于 $A_{\substack{\text{in}\\\text{out}}}$ 与 $\psi_{\substack{\text{in}\\\text{out}}}$ 的矩陣元．

这說明只要把微扰論采用作为一个可能的工具，方程(I)或者(I′)是可以描写介子-核子相互作用的．

但是，微扰論的收斂性还沒有得到証明，而实际上是很靠不住的．甚至連解的存在也还沒有得到証明(这是完全另一件事，因为解不一定必須是 g 同 λ 的解析函数)．而更使这一不幸加重的是：在強相互作用的情况下，微扰論从来沒有能得出任何与实驗事实一致的結果(与量子电动力学相反，在量子电动力学中，尽管解的收斂性和存在也一点不知道，它却是一个具有高度精确性的实用工具)．

因此，我們必須去試着寻找新的体系，希望它与可以測量的量

更为接近，并且使用一种与相互作用的場算符相比有較大存在可能性的数学对象．然而，我們将会发現，相互作用的場算符这一概念并不能完全除掉，我們仍然不得不面对着一些还不知道是否存在的量．問題在于，我們不是从这些量出发，而是从一些普遍承認的原理出发．那末，如果发現由此导出或建立的东西是不存在的話，作为出发点的那些原理一定是錯的．

第二章 場論的新体系

§1. S 矩陣理論

我們将首先建立一个純 S 矩陣体系．其基础概念是：当 $t \to +\infty$ 及 $t \to -\infty$ 时，相互作用着的粒子相距极远，可以把它們当作自由粒子(尽管仍是物理粒子)来处理．它們带有观测到的質量、电荷等等，并且服从其中只有观测到的量出現的自由場方程．$t = \pm\infty$ 时的状态是可以在实驗上准备出来的物理状态．例如，在散射实驗中，这些状态相当于碰撞以前很久和以后很久的情况．因为这些状态根据定义是物理状态，毫无疑义，在 $t = -\infty$ 与 $t = +\infty$ 之間存在着一个么正变换 S，它的矩陣元将能够描写一切可以从实际实驗中抽出的物理知識．

現在，我們从下列原理出发来建立这样的理論：

(a) S 矩陣存在，
(b) 量子理論正确，
(c) 理論是洛倫兹不变的(非齐次洛倫兹羣)，
(d) 初态与末态由自由場方程描写． (A)

再加上三个技术性的条件：

(a) 使用海森堡表象，
(b) 假設束縛态不存在，
(c) 为了簡单，假設只有一种自身相互作用的标量粒子．

由(A)得出，存在两套算符 $A_{\rm in}$ 和 $A_{\rm out}$ 滿足(我們一切公式都只对 $A_{\rm in}$ 写出，对 $A_{\rm out}$ 也有同样的公式成立)：

$$(\Box + m^2)A_{\rm in}(x) = 0, \tag{1}$$

$$[A_{\rm in}(\mathbf{x}, t),\ \dot{A}_{\rm in}(\mathbf{x}', t)] = i\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'),$$

将 $A_{\rm in}(x)$ 在动量空間展开，并利用(1)的第一式得出(积分中的 δ

函数允許現在的 $\widetilde{A}_{\rm in}(k)$ 是 k 的任意适当的函数，不受克莱因-高登方程的限制)：

$$A_{\rm in}(x)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}}\int d^4k e^{-ikx}\,\delta(k^2-m^2)\widetilde{A}_{\rm in}(k), \tag{2}$$

式中 $\widetilde{A}_{\rm in}(k)$ 可以分为正頻部分和負頻部分（吸收算符和产生算符）：

$$\widetilde{A}_{\rm in}(k)=\theta(k_0)a_{\rm in}(\mathbf{k})+\theta(-k_0)a^*_{\rm in}(-\mathbf{k}) \tag{3}$$

[見（A2, 23′）式].

这些算符的存在是作为基本假定的，因为它們描写可以观測到的事物，即自由粒子．但要注意，这些粒子不是在微扰論意义下的裸粒子，在(1)式中的質量是物理質量．

現在，S 矩陣用射入态(in 态)和射出态(out 态)定义如下：

$$\begin{gathered}\Phi^{k_1\cdots k_n}_{\substack{\rm in\\ \rm out}}=a^*_{\substack{\rm in\\ \rm out}\,k_1}\cdots a^*_{\substack{\rm in\\ \rm out}\,k_n}\Phi_0,\\ S_{k_1\cdots k_n|p_1\cdots p_m}=\langle\Phi^{k_1\cdots k_n}_{\rm out}\mid\Phi^{p_1\cdots p_m}_{\rm in}\rangle,\end{gathered} \tag{4}$$

由此得出

$$\Phi_{\rm in}=S\Phi_{\rm out},$$

$$A_{\rm out}=S^*A_{\rm in}S.$$

（在与微扰論一起使用的旧的 S 矩陣理論中，我們定义的矩陣元为

$$S_{fi}=\langle 末态|S|初态\rangle,$$

而这似乎定义出一个与上述不同的 S 矩陣．事实并非如此．应当注意到在旧理論中用的是相互作用表象，而我們这里只使用海森堡表象．在两种情况下的 S 矩陣当然是一样的．見第 19 頁及其后各頁）．

描写的完全性是以假設两个集合

$$\{\Phi^{k_1\cdots k_n}_{\rm in}\}$$

和

$$\{\Phi^{k_1\cdots k_n}_{\rm out}\}$$

都构成同一个希尔伯特空間的完全基底来达到的．完全性是一个

基本假設，它是由于无相互作用的粒子的一切状态显然都可以用这样的希尔伯特矢量来描写这一經驗事实而来．这当然就含有对每一种考虑到的粒子可以分别引入一种場的意思．这里并不区别基本粒子和复合粒子，因而束縛态必須用新的場算符来描写（可是这些新的場算符可以用参加束縛态各粒子的場算符来构成）．

我們将不引入場的相互作用，即如象旧理論那样，用假定場方程已知的方式引入場的相互作用．我們宁愿把一切都用我們眞实已知的量（自由場与 S 矩陣）来表示．

現在我們需要算符的完全系統这一概念．

可以証明下列三个条件是等价的：

(I) 一个算符集合 $\{A(x)\}$ 是完全的，当且僅当每一个算符 B 都可以用集合 $\{A(x)\}$ 中的算符的多項式来逼近．用式子表示，即

$$B=\sum_{n=0}^{\infty}\int b_n(x_1\cdots x_n)A(x_1)\cdots A(x_n)d^4x_1\cdots d^4x_n.$$

(II) 一个算符集合 $\{A(x)\}$ 是完全的，如果除了单位算符之外，不存在算符 C 与集合中一切算符 $A(x)$ 都对易．

(III) 一个算符集合 $\{A(x)\}$ 是完全的，如果能夠用

$$\sum_{n=0}^{\infty}\int b_n(x_1\cdots x_n)A(x_1)\cdots A(x_n)d^4x_1\cdots d^4x_n$$

作用到任意給定的狀态 Φ 上将这个状态变换成为任意給定的狀态 Φ'．

这三个条件的証明不是自明的，这里我們略去它們的証明．但是，这一点看来是清楚的，即如果用一个算符集合 $\{A(x)\}$ 能够足以从一个矢量出发“建立”起整个希尔伯特空間的話，那末由这一集合也能构成一切算符——这也就是(III)的內容．

現在，如果 $\{\Phi_{\rm in}^{k_1\cdots k_n}\}$ 是完全的話，(III) 显然是滿足的．因为这时任意給定的状态 Φ 都能表为这些状态的迭加．用下面的方法就可以把它变换成任意給定的状态 Φ'：首先用消灭算符 $a_{k\,\rm in}$ 的一个适当組合作用到 Φ 上使它变换为 Φ_0（眞空），然后再用产生算符 $a^*_{k\,\rm in}$ 的另一組合作用到 Φ_0 上以使它成为 Φ'．

如果集合 $\{a_{k\,\mathrm{in}}\}$ 是完全的話，集合 $\{A_{\mathrm{in}}(x)\}$ 也是完全的. 所以任何算符——特别是 S 算符——都能写成算符 $A_{\substack{\mathrm{in}\\ \mathrm{out}}}(x)$ 的展开(幂級数):

$$S=1+\sum_{n=4}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n!}\int d^4x_1\cdots d^4x_n\tau'_n(x_1\cdots x_n):A_{\mathrm{in}}(x_1)\cdots A_{\mathrm{in}}(x_n):.^{1)}\quad(5)$$

現在假設 S 算符已給定，我們能否求出函数 τ'_n?

答案是否定的，我們換到动量空間便能看出这一点. 令

$$A_{\mathrm{in}}(x)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}}\int d^4k\delta(k^2-m^2)\tilde{A}_{\mathrm{in}}(k)\,e^{-ikx},\quad(2)$$

$$\tau'_n(x_1\cdots x_n)=$$

$$=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{3n}{2}}\int d^4k_1\cdots d^4k_n\delta(\Sigma k_i)\tilde{\tau}'_n(k_1\cdots k_n)\,e^{-i\sum\limits_{a=1}^{n}k_a x_a},\quad(6)$$

代入到(5)式中的积分中去，并利用下式

$$\int d^4x\,e^{i(k-k')x}=(2\pi)^4\delta(k-k'),$$

得結果为

$$S=1+\sum\frac{(-i)^n}{n!}\int d^4k_1\cdots d^4k_n\tilde{\tau}'_n(k_1,\cdots,k_n)\delta(\Sigma k_i)\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{n}\delta(k_i^2-m^2):\tilde{A}_{\mathrm{in}}(k_1)\cdots\tilde{A}_{\mathrm{in}}(k_n):.\quad(7)$$

由于平移不变性，我們采用了(6)式作为 τ' 的式子，理由如下: 如果 S 是平移不变量，即如果

$$e^{+iP_\mu a_\mu}Se^{-iP_\mu a_\mu}=S,$$

則由(5)得

$$S=e^{iPa}Se^{-iPa}=1+\sum\frac{(-i)^n}{n!}\int d^4x_1\cdots d^4x_n\,\tau'_n(x_1,\cdots,x_n)\times$$

$$\times:e^{iPa}A_{\mathrm{in}}(x_1)\cdots A_{\mathrm{in}}(x_n)e^{-iPa}:.$$

但是，由

$$\frac{\partial A_{\mathrm{in}}}{\partial x_\mu}=i[P_\mu,A_{\mathrm{in}}]$$

1) $:A_1\cdots A_n:$ 表示場算符的維克乘积，参見附录 1. ——譯者注

得出

$$e^{iPa}A_{\text{in}}(x)e^{-iPa}=A_{\text{in}}(x+a),$$

因而

$$S=1+\sum\frac{(-i)^n}{n!}\int d^4x_1\cdots d^4x_n\tau'_n(x_1,\cdots,x_n)\times$$
$$\times A_{\text{in}}(x_1+a)\cdots A_{\text{in}}(x_n+a):.$$

作变换 $x_i+a\to x_i$, 則回复到原来的形式(5)式,只是其中

$$\tau'_n(x_1,\cdots,x_n)$$

为

$$\tau'_n(x_1-a,x_2-a,\cdots,x_n-a)$$

所代替。因此, τ'_n 本身必須是平移不变量, 即它只能是許多四矢量$(x_1,\cdots,x_n)$之差的函数. 在(6)式中将 x_i 换为 x_i+a 时,指数变成

$$e^{-i\Sigma k_a x_a-ia\Sigma k_a}$$

(6)式中的 $\delta(\Sigma k_a)$正是使 $a\Sigma k_a=0$, 从而保証了平移不变性.

現在我們看到, $\tau'_n(x_1,\cdots,x_n)$ 不能簡单地只由 S 来单值地确定. 因为由(7)式得出,这些函数 $\tilde{\tau}'_n(k_1,\cdots,k_n)$ 只在能量壳上有定义, 而在能量壳上又只对满足 $\Sigma k_a=0$ 的那些 $k_1,\cdots,k_n$ 值有定义. 在这一区域之外, 我們可以任意改变它們而不致对 S 带来影响. 这就意味着存在函数

$$\tau'_n(x_1,\cdots,x_n)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{5n}{2}}\int\delta(\Sigma k)\tilde{\tau}'_n(k_1,\cdots,k_n)\times$$
$$\times e^{-i\Sigma kx}d^4k_1\cdots d^4k_n$$

的一个无穷維流形,它从属于 $\tilde{\tau}'_n$ 在能量壳外的一切外插的无穷維流形——所有这些外插都导致相同的 S 算符.

我們已經把 S 算符用 A_{in} 場表出 (我們也可以用 A_{out} 場这样作),这些算符(S 以及集合 $\{A_{\text{in}}(x)\}$) 都假設为可观測到的量. 有无穷多个函数 $\tau'_n(x_1,\cdots,x_n)$ 描写相互作用, 可是它們不能由 S 单值地确定.

§ 2. 由一个給定的 S 矩陣构成內插場算符

現在的問題是上节建立起来的这样一个体系是否充分. 看来还不充分,有下面几点理由:

——到目前为止,我們还沒有把因果性原理公式化,并引入到純 S 矩陣理論結构中来;

——我們相信場量的局部可对易性是同因果性等效的, 它称为"微观因果性", 并且是到目前为止唯一已知的建立因果性的手段;

——因此,我們不得不去建立(相互作用着的)場算符,以便能夠把(微观)因果性原理加入到我們的体系中来.

这样的內插場算符是否存在还是一个沒有解决的問題. 我們将形式地构成它們如下:

(a) 我們把 A_{out} 表为 A_{in} 的函数;

(b) 我們推广这一表式来定义內插場 A.

(a) S 算符由下式定义:

$$A_{\text{out}}(x) = S^* A_{\text{in}}(x) S.$$

在这一式子的右方我們加上

$$A_{\text{in}}(x) - S^* S A_{\text{in}}(x) (=0),$$

得到

$$A_{\text{out}} = A_{\text{in}} + S^*[A_{\text{in}}, S].$$

我們必須計算 $[A_{\text{in}}, S]$. 这一計算在附录 1 中完成,其結果为(关于函数 $\Delta(z-\xi)$见附录 3)

$$[A_{\text{in}}(z), S] = \int d^4\xi \Delta(z-\xi) \sum \frac{(-i)^n}{n!} \times$$

$$\times \int d^4x_1 \cdots d^4x_n \tau'_{n+1}(\xi, x_1, \cdots, x_n) : A_{\text{in}}(x_1) \cdots A_{\text{in}}(x_n) :,$$

或者簡写为

$$[A_{\text{in}}(z), S] = \int d^4\xi \Delta(z-\xi) i \frac{\delta S}{\delta A_{\text{in}}(\xi)}. \tag{8}$$

因而

$$A_{\mathrm{out}}(z) = A_{\mathrm{in}}(z) + \int d^4\xi \Delta(z-\xi) iS^* \frac{\delta S}{\delta A_{\mathrm{in}}(\xi)}. \tag{9}$$

必須注意，表式 $\delta S/\delta A_{\mathrm{in}}(\xi)$ 并沒有完全定义好，但是，它同 Δ 函数一起在积分号下时是有意义的。

現在我們引入定义

$$j(\xi) \equiv -iS^* \frac{\delta S}{\delta A_{\mathrm{in}}(\xi)}, \tag{10}$$

从而得到

$$A_{\mathrm{out}}(x) = A_{\mathrm{in}}(x) - \int d^4\xi \Delta(x-\xi) j(\xi). \tag{11}$$

$j(\xi)$ 也不是唯一地确定的，因为其中包含有 $\delta S/\delta A_{\mathrm{in}}(\xi)$，而由(8)式上面的那个公式可以看出，后者是沒有确定的，因为与 S 本身相反，它取决于 $\tau'_{n+1}(\xi, x_1, \cdots, x_n)$ 在能量壳外面如何外插。

尽管如此，(11)式中的积分还是完全确定的，因为由于积分中的 Δ 函数(見附录 3)

$$\Delta(x-\xi) = \frac{-i}{(2\pi)^3}\int e^{-ik(x-\xi)}\delta(k^2-m^2)\varepsilon(k)d^4k,$$

$$\varepsilon(k) = \begin{cases} 1 & \text{当 } k_0 > 0, \\ -1 & \text{当 } k_0 < 0, \end{cases}$$

在(11)式的积分中又引入一个 $\delta(k^2-m^2)$，因而使得积分仍然与 τ' 函数的外插无关。这样，我們完成了第一步(a)。

(b) 現在我們引入內插場 $A(x)$：

$$A(x) = A_{\mathrm{in}}(x) + \int d^4\xi \Delta_R(x-\xi) j(\xi), \tag{12}$$

$$\Delta_R(x) = -\theta(x_0)\Delta(x);$$

$$\theta(x_0) = \begin{cases} 1, & \text{当 } x_0 > 0, \\ 0, & \text{当 } x_0 < 0. \end{cases}$$

我們必須証明两件事：

(α) 漸近条件成立；

(β) 这一定义与旧的哈密頓場論有联系。

(α) 因为 Δ_R 的存在，当 $x_0 \to -\infty$ 时积分为零，我們有