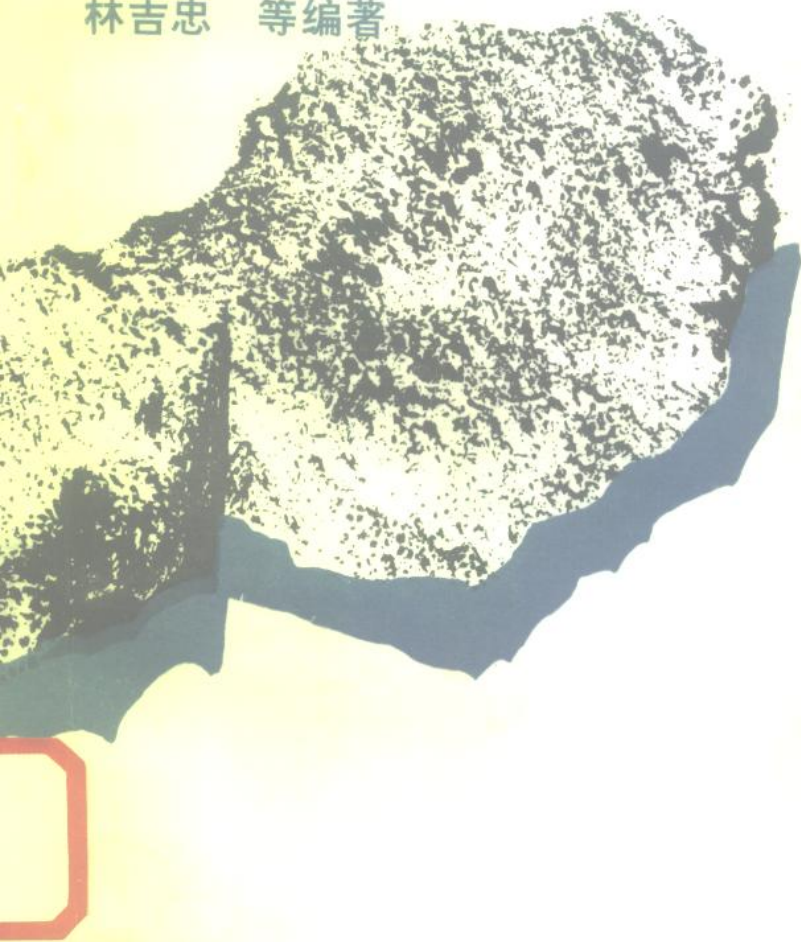


金属的缺陷、载荷与疲劳

林吉忠 等编著



中国铁道出版社

金属的缺陷、载荷与疲劳

林吉忠 刘淑华 宋子濂 编著
郭灵彦 邹定强

中 国 铁 道 出 版 社

1993年·北京

前 言

对金属疲劳性能的研究，已有100多年的历史。国内外学者在这个领域中取得了辉煌的成就，发表了大量的论文和著作；这些珍贵的文献对指导生产、选用材料、改善工艺起到至关重要的作用。本书的编写侧重于载荷类型、表面缺陷对中碳钢疲劳极限的影响，在介绍作者自己研究成果的基础上，较全面地引用了国外近期的文献及研究结果。全书共分八章，除第一章介绍切口和裂纹尖端附近的应力场特点之外，从第二章开始到第六章，分别介绍拉—压、旋转弯曲、扭转、拉压—扭转及弯—扭复合疲劳载荷作用下，不同表面缺陷（纵向、横向、螺旋形及腐蚀坑）对中碳钢疲劳强度的影响。第七章专门介绍球形夹杂物和空穴对疲劳裂纹萌生的影响；并用缺陷的投影面积作为控制参量，计算不规则形状的夹杂物在确定高强钢疲劳强度下限时的作用；并涉及到裂纹尖端夹杂物或第二相粒子、空穴等对裂纹扩展途径的影响。第八章为试验结果综述。

本书编写时，着重理论联系实际，以利于工程应用。特别是对各种表面缺陷及同一种表面缺陷在四种不同加载方式下的疲劳极限进行了对比，从而得出了四种表面缺陷在四种不同类型疲劳载荷作用下的影响程度和容限尺寸。

如果本书在断裂分析、防止过早萌生疲劳裂纹和保证安全方面起到一点作用的话，将使我们感到欣慰。

由于水平所限，错误难免，请批评指正。

作者 1991年 北京

目 录

绪 论	1
第一章 切口及裂纹尖端附近的应力场	4
1.1 切口尖端附近的应力场	4
1.2 疲劳切口因子	12
1.3 拉伸与弯曲应力集中	16
1.4 切口的扭转应力集中	21
1.5 等效裂纹的切口	23
1.6 非损伤切口	25
1.7 切口裂纹的应力强度因子	28
参考文献	30
第二章 拉—压疲劳	32
2.1 疲劳寿命的基本方程	33
2.2 中碳钢的疲劳宏观因子及寿命 曲线	37
2.3 表面刻槽对疲劳强度的影响	41
2.4 宏观断口分析	44
2.5 切口尺寸对疲劳极限的影响	47
2.6 疲劳裂纹形状的预测	54
2.7 珠光体微观结构对疲劳的影响	58
参考文献	64

第三章	旋转弯曲疲劳	65
3.1	表面刻槽对旋弯疲劳强度的影响	65
3.2	旋弯疲劳断口特征	69
3.3	微观结构小裂纹的扩展	73
3.4	微裂纹的统计分布	79
3.5	轴向疲劳与弯曲疲劳	88
	参考文献	89
第四章	扭转疲劳	91
4.1	应力分布特点	91
4.2	扭转加载的塑性区	92
4.3	表面孔洞对扭转疲劳强度的影响	96
4.4	各种表面刻槽的影响	102
4.5	平均剪应力对扭转疲劳的影响	102
4.6	低周疲劳短裂纹扩展的特性	112
4.7	剪切应力—扭矩之间关系	117
	参考文献	119
第五章	复合加载疲劳	120
5.1	混合型疲劳裂纹的扩展	120
5.2	多轴疲劳断裂	131
5.3	异相和频率比的影响	148
	参考文献	157
第六章	腐蚀坑对疲劳性能的影响及斜裂 纹的 K 因子	158

6.1	试样的制备及试验步骤	158
6.2	蚀坑对疲劳极限的影响	159
6.3	表面斜裂纹的应力强度因子	163
	参考文献	171
第七章	夹杂物对疲劳裂纹萌生的影响	172
7.1	Goodier公式	173
7.2	空穴附近的应力分布	176
7.3	夹杂物周围的应力分布	180
7.4	有限元计算结果	184
7.5	夹杂物在疲劳裂纹萌生中的作用	185
7.6	夹杂物和缺陷对疲劳强度的影响	188
7.7	夹杂物对裂纹扩展途径的影响	207
	参考文献	217
第八章	试验结果综述	218

绪 论

金属材料和构件的断裂，绝大部分属于疲劳断裂。对疲劳断裂规律的研究已有百年以上的历史，但由于问题的复杂性，至今仍有许多悬而未决的问题吸引国内外众多专家学者悉心钻研。近几十年来，高分子材料和复合材料发展迅速，应用广泛；随之而来的疲劳断裂也屡见不鲜，对这个领域疲劳断裂机理的研究已成为热门课题。可见，不论是金属材料，还是非金属材料的疲劳断裂都是人们十分关心的问题。疲劳领域中任何一项突破性的研究成果，不仅有理论意义而且有重大的工程实用价值。从一个机械零件到一个大的工程项目都涉及到疲劳寿命和疲劳断裂问题。为确保工程质量，在选材、设计和使用过程中都要从疲劳角度考虑其安全性。材料选定之后，主要考虑的是引起金属疲劳断裂的外部因素；除环境介质以外，主要是疲劳加载方式和切口效应，后两部分正是本书介绍的重点。

为了发挥每个实际构件的承载功能和通过力矩传递能量，大部分工程构件都不是等截面的，不可避免地存在几何尺寸的非连续性，任何截面变化都可以等效相应的切口，因此必须研究切口疲劳性能。光滑试样的疲劳强度虽然在验收大宗批量产品上起到宏观质量控制作用，在实际工程设计上，单有这种数据是远远不够的。一个构件上存在切口或类似切口的缺陷常常就是疲劳断裂源，对疲劳裂纹萌生和早期扩展起着重要作用。正因为切口对疲劳是有害的，又是不可

避免的，迫使人们对切口疲劳的研究不断深化。简单归纳起来，切口对疲劳强度的影响至少要从以下三个方面进行讨论：

(1) 应力、应变集中

不论外载荷是拉伸、压缩，还是扭转或弯曲，是静态或动态，在切口尖端附近的真实应力和应变都要大于名义应力和应变，引起材料的损伤和破坏，逐渐形成疲劳裂纹；中、高强度钢的切口敏感性也较大，由各种缺陷引起疲劳断裂成为最常见的现象了。

(2) 应力和应变梯度

应力和应变集中对静态断裂和疲劳断裂都是重要因素，但是应力集中仅表示某一点或一条线上应力升高的程度，而疲劳裂纹萌生却要求在一定体积范围内的应力均超过临界值才能引起裂纹，因此应力梯度是一个重要参数，必须加以考虑。应力梯度的大小决定切口附近应力变化的快慢；应力集中系数大，而应力梯度又小的情况，材料容易开裂。不但切口表面正前方有应力梯度，而且沿切口表面也存在应力梯度；前者大，后者小，这就能引起裂纹萌生位置沿切口边缘移动，造成疲劳裂纹萌生寿命的波动。

(3) 尺寸效应

应力梯度与尺寸效应密切相关，对于均匀材料，没有应力梯度也就不存在尺寸效应。例如承受轴向载荷的光滑试样，横截面上的应力处处相等，不存在应力梯度，疲劳强度与试样尺寸无关。但对轴向加载的切口试样，由于存在应力梯度，就伴随着尺寸效应。对于弯曲加载和扭转加载，不论光滑试样或切口试样都存在应力梯度，因而这两种加载方式都有明显的尺寸效应，试样越大，应力梯度越小，尺寸效应

消失，疲劳强度下降。概括地说，不论加载方式如何，尺寸效应与切口效应共存，应力梯度与尺寸效应是一对孪生关系。因而对切口疲劳，必须同时考虑切口的应力集中、应力梯度及尺寸效应的联合作用对疲劳强度的影响。单一地考虑某一因素，而忽略其他两个因素的作用都是不全面的，甚至会得出错误的结论。

除切口之外，加载方式对疲劳强度的影响也是一个重要方面。同一种金属材料在不同的加载方式下，有不同的疲劳强度；常见的疲劳加载方式有拉—压、弯曲、扭转及复合加载等。由于裂纹的萌生及扩展与加载方式有关，更确切地说与不同加载方式的屈服强度有关；一般说来，屈服强度低的加载方式，疲劳强度也低。屈服表示永久变形的开始，而疲劳损伤与塑性变形有关，所以扭转疲劳强度最低，其次是拉—压疲劳，弯曲疲劳的强度最高；对于复合加载疲劳，情况就更加复杂，要视具体情况而定。鉴于切口和加载方式对疲劳强度均有较大的影响，本书就重点介绍这二个方面的联合作用对量大面广的中碳钢疲劳强度的影响；并在最后一章专门介绍夹杂物对裂纹萌生和扩展途径的作用，这意味着夹杂或空穴可以看成是广义切口的一种形式；因为对强度和硬度较大的中、高碳钢，夹杂物引起疲劳断裂是一个不容忽视的问题，研究这方面的问题是很有意义的。

第一章 切口及裂纹尖端附近的应力场

通常把切口也称为缺口。所谓切口就是能引起应力、应变集中的非连续性的局部区域。广义地说，几何上的非连续性或显微组织上的非连续性均可看成切口，特别对承受疲劳载荷的材料更是如此。没有切口的构件是非常罕见的，因此研究切口对疲劳强度的影响是十分必要的。

1.1 切口尖端附近的应力场

研究切口对疲劳强度的影响，必须从切口引起的应力场变化着手，但这个问题很复杂，特别在塑性变形情况下，更难以得出简单明瞭的切口附近三维应力场的分布。目前，利用弹性理论和有限元方法，已求出平面条件下各种切口在不同加载方式下其尖端附近的弹性应力分布。

1.1.1 尖、深切口附近的应力分布

切口有尖锐和深浅之分，我们从危害最大的尖、深切口开始讨论其应力分布的特点。文献〔1〕利用应力强度因子给出三种不同加载方式下切口尖端的应力分量。

1. 第 I 类加载(张开型)

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} \right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (1-1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

2. 第Ⅱ类加载(滑开型)

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[\sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1-2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} \right]$$

3. 第Ⅲ类加载(撕开型)

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (1-3)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2}$$

以上各式的符号见图1-1⁽¹⁾。

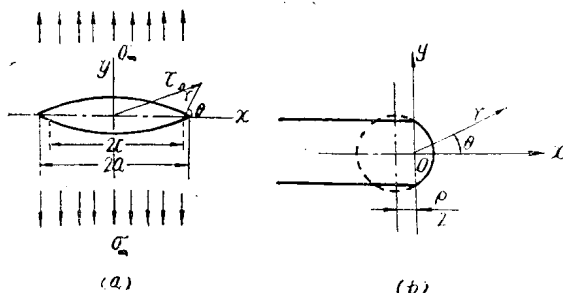


图 1-1

(a)经典椭圆切口；(b)缺口根部各参量示意图。

由图1-1可见，坐标原点是在离切口尖端 $\rho/2$ 的地方，所以 $r \geq \rho/2$ (ρ 是切口根部半径)。公式(1-1)或(1-2)等号右边不能无限增大，不存在奇异项。

为了将尖、深切口的应力分量与裂纹附近的应力分量进行对照，特作如下讨论。

当切口半径 $\rho \rightarrow 0$ 时，以上各式相应的变成裂纹尖端附近的应力分量，也就是说长裂纹尖端附近的弹性应力场是尖、深切口其尖端半径 $\rho \rightarrow 0$ 的极限；只要深切口的 $\rho < \frac{1}{10}a$ (a 是切口深度)，切口尖端的应力强度因子就等于裂纹尖端的应力强度因子，这是尖切口与裂纹相似的地方。鉴于切口在疲劳研究中的重要性，下面将分别讨论在不同加载方式下，切口和裂纹尖端附近各应力分量的异同，在讨论过程中始终记住两者坐标原点不同是必要的。

为简单起见，只讨论 $\theta = 0$ 方向上的各应力分量。

首先讨论尖切口情况：在 $\theta = 0, r = x = \frac{\rho}{2}$ 时，

第 I 类加载条件下， $\sigma_{yy} = 2K_I / \sqrt{\pi\rho}$ ， $\sigma_{xx} = \tau_{xy} = 0$

第 II 类加载条件下, $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \tau_{xy} = 0$

第 III 类加载条件下, $\tau_{yz} = K_{III} / \sqrt{\pi\rho}$, $\tau_{xz} = 0$

在裂纹的情况下: $\theta = 0$ 时

第 I 类加载条件下, $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = K_I / \sqrt{2\pi x}$, $\tau_{xy} = 0$

第 II 类加载条件下, $\tau_{xy} = K_{II} / \sqrt{2\pi x}$, $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0$

第 III 类加载条件下, $\tau_{yz} = K_{III} / \sqrt{2\pi x}$, $\tau_{xz} = 0$

可见, 在裂纹尖端正前方, I 类加载条件下, 只有双轴应力(在平面应力时), 且 $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, 任一斜面上均不存在剪应力, 材料只能发生正断, 而不会出现剪切断。而在尖切口顶端只有 $\sigma_{yy} \neq 0$, 呈单轴应力状态; 当 $r > \rho/2$ 时, σ_{xx} 也不等于零, 即离开尖端后, σ_{xx} 逐渐增大, 在 $r = 1.5\rho$, σ_{xx} 有最大值 ($\sigma_{xx} = 0.385 K_I / \sqrt{\pi\rho}$), 也就是切口尖端正前方, 其距离等于一个 ρ 的地方 σ_{xx} 有最大值, 此处的 $\sigma_{yy} = 0.77 K_I / \sqrt{\pi\rho} = 2\sigma_{xx}$ 。当 $r > 1.5\rho$ 之后, σ_{xx} 开始下降。由此不难看出, 尖切口正前方虽然呈双轴应力状态, 但与裂纹尖端正前方相比, σ_{xx} 的应力值小得多。裂纹尖端附近的应力与位移分量见图 1-2^[2]。

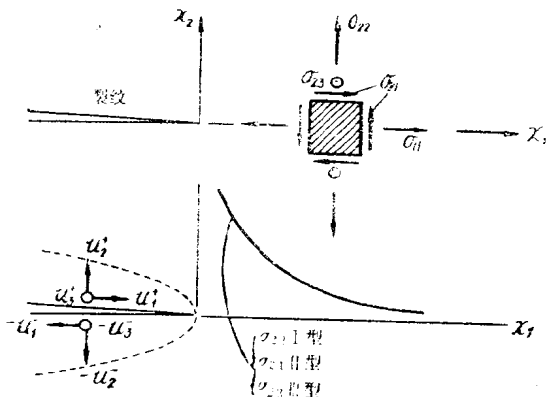


图 1-2 裂尖的应力和位移分量

尖切口顶点($\theta = 0^\circ$, $r = \rho/2$)的 $\tau_{\max} = K_I / \sqrt{\pi\rho}$, $\sigma_{\max} = 2K_I / \sqrt{\pi\rho}$, 疲劳裂纹就常常萌生在切口顶端。除此之外, 裂纹是否能在切口表面上任一点产生呢? 这是不可能的。因为在 I 型加载时, 根据公式(1-1)求出的主应力及切应力分别为⁽⁷⁾

$$\begin{aligned}\sigma_{1,2} &= \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos\frac{\theta}{2} \pm \left(\frac{\sin^2\theta}{4} + \frac{\rho^2}{4r^2}\right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ \tau &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{\sin^2\theta}{4} + \frac{\rho^2}{4r^2}\right)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

若 $\theta = \pm 30^\circ$, $2r = 1.071\rho$; $\theta = \pm 45^\circ$, $2r = 1.163\rho$;

$\theta = \pm 80^\circ$, $2r = 1.424\rho$; $\theta = \pm 110^\circ$, $2r = 2.108\rho$;

将这些数据分别代入以上二式, 求出的 σ_1 、 τ 随 θ 角增大而减小, 只有在切口顶点($\theta = 0^\circ$, $2r = \rho$), σ_1 、 τ 才有最大值。所以裂纹只能在尖切口顶点萌生。

在 II 类加载条件下, 裂纹延长线上($\theta = 0$)各应力分量为 $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0$, $\tau_{xy} = K_{II} / \sqrt{2\pi r} \left[1 - \frac{\rho}{2r}\right]$ 。在尖缺口根部顶点, $2r = \rho$, $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \tau_{xy} = 0$ 。因此, 裂纹不能在缺口根部产生。当 $2r > \rho$ 之后

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[1 - \frac{\rho}{2r}\right], \quad r = x. \quad (1-4)$$

尖切口与裂纹比较, 可以看出, 在 $\theta = 0$ 方向上, II 型裂纹尖端的 $\tau_{xy} = K_{II} / \sqrt{2\pi r}$, 随 $r = x$ 的增大, τ_{xy} 降低, 裂纹尖端的 τ_{xy} 最大, 裂纹的扩展是从尖端开始的; 但是尖切口的顶端 $\tau_{xy} = 0$ 远小于裂纹尖端的 τ_{xy} , 若在 $\theta = 0$ 方向上萌生裂

纹，也只有离开切口尖端某一距离之后，或者在切口的自由表面 $\theta=0$ 的地方。这表明Ⅱ型加载条件下，尖切口顶端不易萌生裂纹。有关高强钢Ⅱ型切口的裂纹萌生见文献〔7〕。

在Ⅲ类加载条件下，裂纹与尖切口顶端的应力分布是相同的，只剩下两对切应力

$$\tau_{\theta z} = \frac{K_{\text{III}}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2}, \quad \tau_{rz} = -\frac{K_{\text{III}}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2}$$

因此，在Ⅲ类加载时，裂纹与尖切口可以同等看待，使分析工作大为简化。根据应力强度公式求出

$$\sigma_i = \sqrt{3} \frac{K_{\text{III}}}{\sqrt{2\pi r}} = \sigma_s$$

所以塑性区半径为

$$r_p = \frac{3K_{\text{III}}^2}{2\pi\sigma_s^2} = \frac{1}{2} \frac{K_{\text{III}}^2}{\sigma_s^2} \quad (1-5)$$

这个公式说明，裂纹或尖切口顶端附近的塑性区与方向无关，是以 r_p 为半径的圆，见图1-3。

滑开型与撕开型的裂纹面位移都在裂纹平面内，不同的是位移方向；滑开型的位移与裂纹前沿垂直，撕开型的位移与裂纹前沿平行。

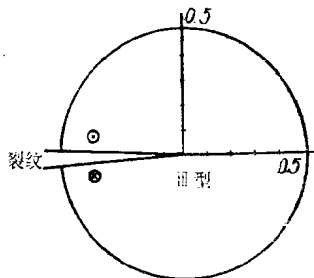


图 1-3 Ⅲ型裂纹尖端塑性区

在裂纹延长线上，Ⅲ型裂纹正前方($\theta=0$)只有 $\tau_{yz}=0$ ，裂纹在应力 τ_{yz} 作用下向前扩展。

1.1.2 切口尖端应力场的特征参数

切口的应力集中系数取决切口体的几何形状、加载方式

和切口本身局部几何形状；而切口尖端的应力分布主要取决于尖端半径 ρ ，所以切口根部附近的应力分布可以用二个参数—— K_t 和 ρ 来描述^[3]。对于不同形状的切口，其应力场分布主要取决于这两个参数，因此可推导出计算切口前方区域内应力分量的万能表达式。文献〔3〕分别给出尖、钝切口附近的应力分量：

拉伸加载下的钝切口 ($K_t \leq 4.5$)

$$\sigma_x = K_t S_t \left[0.278 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{0.5} - 0.262 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{1.5} + 0.093 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{2.5} - 0.0116 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{3.5} \right] \quad (1-6a)$$

式中 S_t 是切口尖端的名义应力， x 是离切口尖端的距离。 σ_x 分量的精度主要取决于切带宽度 d ，受应力集中系数 K_t 的影响较小，上式要满足 $d \geq 3\rho$ 条件才能有较高的精度。

$$\sigma_y = K_t S_t \left[1 - 2.33 \left(\frac{x}{\rho} \right) + 2.59 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{1.5} - 0.907 \left(\frac{x}{\rho} \right)^2 + 0.037 \left(\frac{x}{\rho} \right)^3 \right] \quad (1-6b)$$

σ_y 的精度主要取决于 K_t ，与切带宽度关系不大。

对 $K_t > 4.5$ 的尖切口， σ_x 与 σ_y 分别为

$$\sigma_x = K_t S_t \left[0.278 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{0.5} - 0.168 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{1.5} + 0.041 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{2.5} - 0.0032 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{3.5} \right] \quad (1-7a)$$

$$\sigma_y = K_t S_t \left[1 - 0.235 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{0.5} - 1.33 \left(\frac{x}{\rho} \right) + 1.28 \left(\frac{x}{\rho} \right)^{1.5} - 0.337 \left(\frac{x}{\rho} \right)^2 \right] \quad (1-7b)$$

在弯曲加载或弯曲与拉伸组合加载时，必须考虑名义应

力梯度的影响。例如对钝切口，公式(1-6)等号的右边分别要乘以因子 $\left(1 - \frac{x}{\kappa}\right)$ ，参数 κ 是切口尖端到中性轴的距离。

当弯矩的作用很小时， $\kappa \rightarrow \infty$ ，则因子 $\left(1 - \frac{x}{\kappa}\right) \rightarrow 1$ ，即接近纯拉伸情况。公式(1-6)及(1-7)用多项式表达，对各种切口应用起来都比较方便。

1.1.3 小结

1. 切口附近的应力分布都是相似的，并主要取决于两个参数——应力集中系数 K_t 和切口尖端半径 ρ ，这就有可能推导出计算切口正前方区域内的各应力分量的普遍表达式。本节介绍的公式(1-6)及(1-7)对中心切口、单边或双边切口都适用，这自然包括圆形、椭圆形、V形及环形切口等。从这些公式进一步可以看出，在切口尖端 σ_{yy} 有最大值， σ_{xx} 三 0，在离开尖端某一距离上， σ_{xx} 出现最大值；在尖端附近 σ_{yy} 远大于 σ_{xx} ，随着试样厚度的增加，达到平面应变状态时，切口附近会出现三轴应力，即 $\sigma_{11} > \sigma_{33} > \sigma_{22}$ 。若加载方式由拉伸变成弯曲时，就需要三个参数来表征切口附近的应力分量，除 K_t 、 ρ 之外，还有参数 κ 。

2. 用不同方法确定 K_t

(1) Creager 和 Paris^[4] 分析了狭长切口前方的应力分布，得出纵向应力 σ_{yy} 为

$$\sigma_{yy} = \sigma + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} \right]$$

σ 是远程外加应力， $K_I = F\sigma\sqrt{\pi a}$ ；在 $r = \frac{\rho}{2}$ ， $\theta = 0$ 时，