



高等学校
电子信息类 规划教材

激光束 传输与变换技术

卢亚雄 杨亚培 陈淑芬

Laser
Transmission
and Transform
Technology



电子科技大学出版社

UESTC PUBLISHING HOUSE

TN24/
L88

441530

激光束传输与变换技术

卢亚雄 杨亚培 陈淑芬

电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书首先建立了光学、电磁学及激光束特性等基础知识,然后详细研究了激光束在轴对称光学系统、轴对称自再现光学系统(光腔)、空心金属与介质波导、平面介质波导以及光纤中的传输与变换规律。书中还包括使用广义 ABCD 定律对非轴对称光学系统、非线性介质、贝塞耳-高斯光束、部分相干光、广义光束、时域光束以及时-空域光束传输与变换问题进行研究的较前沿的内容。旨在帮助读者掌握光束传输与变换的物理概念、基本规律及主要处理方法。

本书可作为有关专业高年级学生及研究生的教材,亦可供科技人员参考。

声 明

本书无四川省版权防盗标识,不得销售;版权所有,违者必究,举报有奖,举报电话:(028) 6636481 6241146 3201496

激光束传输与变换技术

卢亚雄 杨亚培 陈淑芬

出 版: 电子科技大学出版社 (成都建设北路二段四号, 邮编: 610054)
责任编辑: 周 岚
发 行: 新华书店经销
印 刷: 西南冶金地质印刷厂
开 本: 787×1092 1/16 印张 24.5 字数 585 千字
版 次: 1999 年 7 月第一版
印 次: 1999 年 7 月第一次印刷
书 号: ISBN 7—81065—043—2/TN·4
印 数: 1—3000 册
定 价: 26.00 元

出版说明

为做好全国电子信息类专业“九五”教材的规划和出版工作，根据国家教委《关于“九五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》和《普通高等教育“九五”国家级重点教材立项、管理办法》，我们组织各有关高等学校、中等专业学校、出版社，各专业教学指导委员会，在总结前四轮规划教材编审、出版工作的基础上，根据当代电子信息科学技术的发展和面向 21 世纪教学内容和课程体系改革的要求，编制了《1996—2000 年全国电子信息类专业教材编审出版规划》。

本轮规划教材是由个人申报，经各学校、出版社推荐，由各专业教学指导委员会评选，并由我部教材办协商各专指委、出版社后，审核确定的。本轮规划教材的编制，注意了将教学改革力度较大、有创新精神、特色风格的教材和质量较高、教学适用性较好、需要修订的教材以及教学急需、尚无正式教材的选题优先列入规划。在重点规划本科、专科和中专教材的同时，选择了一批对学科发展具有重要意义，反映学科前沿的选修课、研究生课教材列入规划，以适应高层次专门人才培养的需要。

限于我们的水平和经验，这批教材的编审、出版工作还可能存在不少缺点和不足，希望使用教材的学校、教师、同学和广大读者积极提出批评和建议，以不断提高教材的编写、出版质量，共同为电子信息类专业教材建设服务。

电子工业部教材办公室

序

激光束的传输与变换问题，既是激光技术中主要的基础问题，又是与激光应用直接有关的重要课题。通过激光技术理论及实践的发展，对于各种激光束的基本特性及变换规律有了更深入的了解，激光束的传输与变换特性具有其独特的规律。这方面的知识，无论对于从事激光研究的技术人员，还是将激光光束作为光源或能源使用的其他专业技术人员，都是十分需要的。

作为全国高校光电子技术专业教学指导委员会的专家以及本书的主审，我有机会较仔细地审阅了全书的主要内容并提出了建议。全书文字通畅，层次分明，内容丰富，阐述清晰，重点突出。所论述的内容新颖，包括了大量所能收集到的最新论文资料，也包括了主编本人近期的一些科研成果。全书注重物理概念的阐述以及工程技术中常用方法的介绍。我认为，该书既是适合本专业高年级本科生与硕士、博士研究生学习的好教科书，又是一本激光束传输与变换领域内高水平的、适合于科技工作者追踪科技前沿的好参考书。

中国科学院院士、天津大学教授



前 言

本教材按电子工业部的《1996—2000 年全国电子信息类专业教材编审出版规划》，由光电子技术专业教学指导委员会编审、推荐出版。本教材由电子科技大学卢亚雄担任主编，天津大学姚建铨院士担任责任编委。

本教材的参考学时数为 40~60 学时，其主要内容论述了(激)光束在自由空间、光学系统、谐振腔、金属和介质波导，以及光纤中的传输、变换规律及处理方法。前三章分别介绍了光学、电磁场理论以及各种高斯激光束的基本知识。在此基础上第四章运用 $ABCD$ 定律讨论了光学系统对高斯光束的变换规律。第五章中将谐振腔作为特殊的光学系统研究高斯光束的自再现变换，特别是应用几何光学的等效方法求解各种谐振腔的自再现模式。第六章研究了一些较新的内容，也就是说将研究范围从轴对称扩展到非轴对称系统；从高斯分布的球面波光束扩展到非高斯分布非球面波的广义光束；从空域扩展到时域；从相干光扩展到部分相干光；从线性介质空间扩展到非线性介质空间。第七章讨论了光束在金属和介质空心波导的传输特性。作为集成光学与光纤通信的基础，最后两章研究了平板介质波导及光纤中光束传输特性及处理方法。每章未附有主要的参考文献及少量习题。

使用本教材时应注意针对不同对象的需要对讲授内容进行删减。对于因为教材系统性而编入的比较基础的内容，讲授进度可以稍快；对于有能力与有基础的学生，一些内容可安排自学；对于具有相应知识的硕士、博士研究生，可以多选择一些带 * 号反映学科前沿进展的内容。另外，讲授过程中应注意与前后课程内容上的配合与呼应。不仅要兼顾基本概念及重要结论与规律的传授，而且要使学生掌握处理问题的方法。除了用作教材之外，本书还可供有关的专业技术人员参考。

本教材由卢亚雄编写前六章，杨亚培编写最后两章，北京理工大学陈淑芬编写第七章。由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

编 者

1998 年 12 月

目 录

第一章 几何光学基础	(1)
§ 1.1 傍轴光线方程及费马原理	(1)
§ 1.2 光学系统的变换矩阵	(6)
§ 1.3 变换矩阵的性质	(15)
§ 1.4 $ABCD$ 定律 程函 菲涅耳数	(21)
§ 1.5 光学系统的合成	(27)
* § 1.6 光学系统的失调增广矩阵	(32)
参考文献	(38)
习题一	(39)
第二章 电磁场理论基础	(40)
§ 2.1 光波的传播与反射	(40)
§ 2.2 基尔霍夫-惠更斯衍射积分	(47)
参考文献	(51)
习题二	(52)
第三章 高斯光束及其在介质中的传输	(53)
§ 3.1 基横模高斯光束及其性质	(53)
§ 3.2 高阶厄米-高斯光束 光束质量因子	(59)
§ 3.3 类透镜介质中的高斯光束	(64)
§ 3.4 椭圆高斯光束	(69)
§ 3.5 非均匀损耗介质中的高斯光束	(72)
§ 3.6 厄米-高斯光束的衍射损耗	(73)
* § 3.7 线性偏振的贝塞耳-高斯光束	(79)
* § 3.8 方位角方向偏振的贝塞耳-高斯光束	(82)
* § 3.9 偏心高斯光束	(86)
参考文献	(91)
习题三	(92)
第四章 高斯光束的变换	(93)
§ 4.1 $ABCD$ 定律	(93)

§ 4.2 高斯光束的成像变换·····	(98)
§ 4.3 薄透镜对高斯光束的变换·····	(102)
§ 4.4 望远镜系统对高斯光束的变换·····	(109)
* § 4.5 椭球面上高斯光束的反射与折射·····	(114)
参考文献·····	(118)
习题四·····	(119)
第五章 高斯光束的自再现变换 (谐振腔的衍射理论与几何光学理论) ·····	(120)
§ 5.1 本征模式的概念·····	(120)
§ 5.2 光腔的衍射理论·····	(124)
§ 5.3 本征模式的几何光学理论 稳定腔·····	(135)
§ 5.4 非稳定腔与临界腔的几何光学理论·····	(140)
§ 5.5 等效像镜法 折叠腔与像散补偿·····	(147)
§ 5.6 等效 G 参数法 多元件直腔与热稳定性·····	(152)
§ 5.7 等效厚透镜法 环形腔·····	(156)
§ 5.8 自再现模式的变量分析方法·····	(161)
§ 5.9 自再现模式求解的其他方法·····	(164)
§ 5.10 相位共轭腔与高斯反射率腔·····	(170)
* § 5.11 谐振腔的失调灵敏度参量·····	(175)
* § 5.12 使用快速傅里叶变换方法计算谐振腔本征模式·····	(180)
参考文献·····	(186)
习题五·····	(187)
第六章 激光束传输与变换的新进展·····	(188)
§ 6.1 非轴对称高斯光束变换的广义 $ABCD$ 定律·····	(188)
§ 6.2 非轴对称光腔的自再现模式的矩阵分析法·····	(197)
* § 6.3 非轴对称腔模式求解的其他方法·····	(202)
* § 6.4 贝塞耳光束·····	(208)
* § 6.5 高斯-谢尔模型光束及其传输·····	(212)
* § 6.6 非高斯轴对称光束的变换·····	(216)
* § 6.7 广义光束的质量因子 M^2 ·····	(225)
* § 6.8 非高斯非轴对称光束的变换·····	(234)
* § 6.9 时域 $ABCD$ 定律·····	(238)
* § 6.10 时-空域衍射理论及 $ABCD$ 定律·····	(245)
* § 6.11 光束在非均匀非线性介质中的传输·····	(251)
* § 6.12 分数阶傅里叶变换及其应用·····	(258)
参考文献·····	(265)
习题六·····	(266)

第七章 激光束在金属波导中的传输	(268)
§ 7.1 空心圆波导中的传输模式及特性	(268)
§ 7.2 空心矩形介质波导中的传输模式	(282)
§ 7.3 圆波导与波导模式的耦合损耗	(286)
参考文献	(293)
第八章 激光束在平面介质波导中的传输	(294)
§ 8.1 平面介质波导中的传输模式	(294)
§ 8.2 三维波导传输模式分析	(303)
§ 8.3 渐变折射率光波导的传输模式	(306)
§ 8.4 波导定向耦合原理	(312)
§ 8.5 电光效应作用下光波在介质波导中的传输	(319)
§ 8.6 声光效应作用下光波在介质波导中的传输	(325)
参考文献	(329)
习题八	(330)
第九章 光波在光纤中的传输	(331)
§ 9.1 阶跃型光纤中的导模	(332)
§ 9.2 弱导光纤的传输模式	(342)
§ 9.3 渐变折射率光纤的传输模式	(346)
§ 9.4 渐变折射率光纤的 WKB 解法	(354)
§ 9.5 光脉冲在光纤中的传输	(360)
§ 9.6 光纤通信和光纤传感	(369)
参考文献	(376)
习题九	(377)

几何光学基础

在本章中,我们首先讨论光线传播的光线方程、费马原理以及折射定理。在引入光学系统的变换矩阵之后,再研究几何光学中的 $ABCD$ 定律、程函(Eikonal)、菲涅耳数以及柯林斯(Collins)衍射积分等问题,从而为今后的学习奠定基础。

§ 1.1 傍轴光线方程及费马原理

一、傍轴近似下的光线方程

众所周知,光波电磁场的传播与变化,满足自由电荷密度与宏观电流密度都为零的麦克斯韦电磁场方程组

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \quad (1.1-1)$$

且电位移矢量 $\mathbf{D}$ 、电场强度 $\mathbf{E}$ 、磁感应强度 $\mathbf{B}$ 及磁场强度 $\mathbf{H}$ 满足

$$\begin{cases} \mathbf{D} = n^2 \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \end{cases} \quad (1.1-2)$$

式中 ϵ_0 为真空介电常数, ϵ_r 为介质的相对介电常数, n 为折射率。在一般情况下, n 为空间位置坐标及波长的函数。考虑到光学介质一般是非磁的,式(1.1-2)中直接使用了真空磁导率 μ_0 。

当研究对象的几何尺寸远远大于光波波长 λ , 或者相对而言 $\lambda \rightarrow 0$ 的条件下,光波的衍射效应可以忽略。在该几何光学近似下,可以用一条表示光波传播轨迹及方向的几何线(光线)来代表光,从而研究光线的传播规律。实践证明,使用几何光学方法可以获得与实际符合得很好的结果。因此,虽然几何光学有一定的近似性,但它仍然是研究光传播问题的有力工具。

现在我们在 $\lambda \rightarrow 0$ 的条件下从麦克斯韦方程组推导几何光学中光线传播所服从的程函方程。为此,求式(1.1-1)第一个方程的旋度,得到

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} + n^2 \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1-3)$$

根据 D 的散度为零,有

$$n^2(\nabla \cdot \mathbf{E}) + \mathbf{E} \cdot (\nabla n^2) = 0$$

由于是非均匀介质,所以 $\nabla n^2 \neq 0$,将上式代入式(1.1-3),则

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\nabla n^2}{n^2} \right) = n^2 \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.1-4)$$

我们可以使用波阵面来表示光波的传播特性,所以,假设电场强度 $\mathbf{E}$ 的解具有以下形式:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(x, y, z) \exp\{i[\omega t - k_0 S(x, y, z)]\} \quad (1.1-5)$$

式中 $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 2\pi/\lambda_0$ (λ_0 为真空中光波波长)为真空中的波数。显然

$$S(x, y, z) = \text{常数} \quad (1.1-6)$$

的空间曲面,就是光波传播的等相位面。将式(1.1-5)代入波动方程式(1.1-4)中,由于 $\lambda_0 \rightarrow 0$ 时 $k_0 \rightarrow \infty$,我们仅保留波动方程中 k_0^2 项,从而得到

$$[\nabla S(x, y, z)]^2 = n^2 \quad (1.1-7)$$

这就是几何光学中的程函方程,它描述了光线沿传播路径上的几何相移 $k_0 S(x, y, z)$ 的变化规律。

等相位面的法线方向就是光波的传播方向。因此,光波传播方向上的单位矢量 $\mathbf{s}$ 可以写为

$$\mathbf{s} = \frac{\nabla S(x, y, z)}{n} \quad (1.1-8)$$

另一方面,若用从光线上的固定点到光线上某点的矢量 ρ 表示该点光线的状态,而用 l 表示沿光线轨迹计算的长度,则 $\mathbf{s}$ 又可以表示为

$$\mathbf{s} = \frac{d\rho}{dl} \quad (1.1-9)$$

根据上两式,有

$$\nabla S(x, y, z) = n \frac{d\rho}{dl} \quad (1.1-10)$$

对式(1.1-7)求梯度,得到

$$\nabla S(x, y, z) [\nabla \nabla S(x, y, z)] = n \nabla n$$

将式(1.1-10)代入,考虑到

$$\frac{d}{dl} = \sum_i \frac{di}{dl} \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{d\rho}{dl} \cdot \nabla \quad (i = x, y, z)$$

得到

$$\frac{d}{dl} [\nabla S(x, y, z)] = \nabla n$$

再次利用式(1.1-10),最后求出

$$\frac{d}{dl} \left(n \frac{d\rho}{dl} \right) = \nabla n \quad (1.1-11)$$

该式就是几何光学中光线所满足的光线方程。

虽然式(1.1-11)仅仅是关于 ρ 的二阶微分方程,但其求解仍然比较困难。在实际情况中,光线总是沿着光学系统的光轴附近向前传播,传播方向与光轴的夹角 θ 很小,使得

$$\begin{cases} \sin\theta \approx \tan\theta \approx 0 \\ \cos\theta \approx 1 \end{cases} \quad (1.1-12)$$

在该傍轴光线近似下,若光轴用 z 表示,有

$$dl \approx dz$$

式(1.1-11)可简化为

$$\frac{d}{dz} \left(n \frac{d\rho}{dz} \right) = \nabla n \quad (1.1-13)$$

这就是傍轴光线近似下的光线方程。

式(1.1-11)与式(1.1-13)具有完全相同的意义,它们是几何光学中光线传播规律的描述。根据这些方程,可以计算出光线在介质中传播的轨迹,从而研究几何光学中光线的传播规律。

二、光线的边界条件——斯涅耳定律

光线的边界条件是光线在光学介质界面(即折射率变化的界面)处所应满足的规律。虽然它是众所周知的,但我们从光线方程式(1.1-11)出发进行推导。利用线积分原理有

$$\oint \nabla S \cdot d\mathbf{P} = 0$$

式中 $d\mathbf{P}$ 是沿该闭合曲线的矢量元。将式(1.1-10)代入,则

$$\oint n \frac{d\rho}{dl} \cdot d\mathbf{P} = 0 \quad (1.1-14)$$

要注意区别的是, dl 是沿光线传播轨迹曲线的长度元。若闭合曲线 P 上的任意两点为 P_1 及 P_2 , 则

$$\int_{P_1}^{P_2} n \frac{d\rho}{dl} \cdot d\mathbf{P}_+ = \int_{P_1}^{P_2} n \frac{d\rho}{dl} \cdot d\mathbf{P}_- \quad (1.1-15)$$

$d\mathbf{P}_+$ 与 $d\mathbf{P}_-$ 矢量元的方向相反。式(1.1-15)表明,点 P_1 与 P_2 之间积分 $\int n \frac{d\rho}{dl} \cdot d\mathbf{P}$ 的结果,与积分的路径无关。

如果假设 P_1 为一物点,而 P_2 点为其相应的像点,从该物点发出的两条不同的光线,必将在其像点处会聚,在式(1.1-15)的积分中,分别取上述两条不同的光线的曲线为积分路径,则 $d\rho/dl$ 与 $d\mathbf{P}$ 的方向相同,有

$$\int_{P_1}^{P_2} n d\mathbf{P}_+ = \int_{P_1}^{P_2} n d\mathbf{P}_- \quad (1.1-16)$$

这一结果表明,将一个物点与对应像点连接起来的所有光线的光程是相等的。

现在假设光线穿过图 1-1 所示折射率不同的介质界面,所取积分路径为闭合曲线 P , 该闭合曲线在介质 1 及介质 2 中的两段平行于界面,长度为 t , 而跨过界面的那两段的长度趋于零,并与界面垂直。利用式(1.1-14),有

$$n_1 \left(\frac{d\rho}{dl} \right)_1 \cdot t = n_2 \left(\frac{d\rho}{dl} \right)_2 \cdot t$$

由于 t 足够短,我们将 $d\rho/dl$ 在 t 的长度内看成为常量。这一结果实际上就是斯涅耳(Snell)定律

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \quad (1.1-17)$$

α_1 与 α_2 分别为在介质 1 及介质 2 中光线与界面法线之间的夹角。

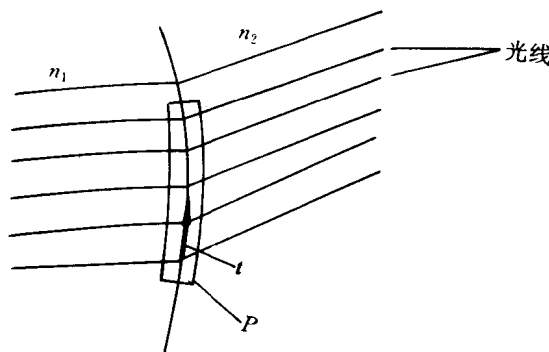


图 1-1 介质界面的边界条件

三、费马原理

研究光的传播问题,就是要回答光从任意介质中一点 P_1 沿怎样的路径传播至另一介质中的一点 P_2 。费马原理指出,光沿着光程为极值的轨迹传播。

需要指出的是,费马原理为光线传播所规定的光程为极小,不是指一个绝对极小值,该原理只要求该极小值比紧邻区域中的任何光路程都短。另外,在极少数情况下,费马原理规定的光程极小,实际上是 Luneberg 所指出的那样应取光程极大。

费马原理的数学表达式为

$$\int_{P_1}^{P_2} n dl = \text{极小值} \quad (1.1-18)$$

按照传播时间的概念,也可以写为

$$\int_{P_1}^{P_2} dr = \text{极小值}$$

根据该表达式,当光线从 P_1 点传播至 P_2 点时,光线必须沿 P_1 至 P_2 间光程最短的路径传播,或者说,以最短的传播时间从 P_1 点到达 P_2 点。当 P_1 及 P_2 为均匀介质中的两点时,按照这一原理光线应沿直线传播。当 P_1 及 P_2 分别为介质界面处入射光线与反射光线上的一点时,可以证明,入射角等于反射角所规定的光程为最短。而当 P_1 与 P_2 分别为入射光线与折射光线上的一点时,可以证明,按折射定律(1.1-17)所规定的路径,满足费马原理。

式(1.1-18)的解可由变分法求得。为此令

$$dl = (dx^2 + dy^2 + dz^2)^{1/2} = (1 + \dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{1/2} dz \quad (1.1-19)$$

式中 $\dot{x} = dx/dz$, $\dot{y} = dy/dz$ 。费马原理写为

$$\int_{P_1}^{P_2} L(x, y, \dot{x}, \dot{y}, z) dz = \text{极小值} \quad (1.1-20)$$

式中

$$L(x, y, \dot{x}, \dot{y}, z) = n(x, y, z) \sqrt{1 + \dot{x}^2 + \dot{y}^2} \quad (1.1-21)$$

变分问题的欧拉方程为

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{d}{dz} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (1.1-22)$$

将式(1.1-21)代入,得到

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} \frac{n\dot{x}}{(1+\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{1/2}} = (1+\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{1/2} \frac{\partial n}{\partial x} \\ \frac{d}{dz} \frac{n\dot{y}}{(1+\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{1/2}} = (1+\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{1/2} \frac{\partial n}{\partial y} \end{cases}$$

利用式(1.1-19),可将结果写为

$$\begin{cases} \frac{d}{dl} \left(n \frac{dx}{dl} \right) = \frac{\partial n}{\partial x} \\ \frac{d}{dl} \left(n \frac{dy}{dl} \right) = \frac{\partial n}{\partial y} \end{cases} \quad (1.1-23)$$

可以看出,式(1.1-23)是光线方程式(1.1-11)在 x, y 方向上的分量形式。可以证明,从式(1.1-23)出发,可以获得光线方程在 z 方向的分量表达式。因此,式(1.1-23)的两个方程已经能够充分确定光线的传播轨迹。

综上所述,费马原理是光学基本定律的推论,也可以说光学基本定律是费马原理的必然结果。

四、光线传播的矩阵表达式

根据傍轴近似下的光线方程式(1.1-13),在考虑线性变换的条件下,可以用矩阵形式来表示光线的传播规律,或者说用矩阵形式来描述光学系统对光线的变换作用。研究任意一个垂直于 z 轴的横平面($z=z_1$)上的光线参数,光线与该横平面交点的坐标 (x_1, y_1) ,以及交点处光线的切线方向,表示了该处光波的位置及其传播方向。将 $z=z_1$ 处光线参数写为 4×1 的列矩阵的形式

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \phi_1 \\ \psi_1 \end{pmatrix}$$

式中 ϕ_1, ψ_1 为该点光线切向方向与 x, y 轴的方向余弦。同样,在 $z=z_2$ 的横平面上,光线的状态可以用相同形式的列矩阵表示,仅将下角标改写为2。几何光学理论已经证明,适当选择光轴后,由 $z=z_1$ 和 $z=z_2$ 之间的光学元件或介质组成的光学系统,对傍轴光线的变换是线性的。这种线性变换作用可以写为矩阵关系式

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ \phi_2 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \phi_1 \\ \psi_1 \end{pmatrix} \quad (1.1-24)$$

$\mathbf{M}$ 是一个 4×4 矩阵,通常称为光学系统的变换矩阵。而所考虑的两个横平面,称为参考平面(RP),或者称为光学系统的人射面与出射面。显然,参考平面选取得不同,光学系统也不同,该系统对光线的变换作用不同,代表该变换作用的变换矩阵 $\mathbf{M}$ 也不同。

实际上的光学系统大多是轴对称的。若选择光学系统的公共对称轴为 z 轴,那么在任何包含 z 轴的平面内,光学系统对光线施加的变换作用是完全相同的。因此,光线的参数可以只用两个参数表示,光学系统的变换作用则用一个 2×2 矩阵 $\mathbf{T}$ 代表。式(1.1-24)简化为

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \quad (1.1-25)$$

式中, A, B, C, D 是变换矩阵 $\mathbf{T}$ 的元素, r 是光线离开轴线 z 的垂直距离。在傍轴光线近似下, 与 x 或者 y 轴夹角的方向余弦, 就等于光线与 z 轴夹角 θ 的正弦值。当 θ 很小时, 该正弦值可用 θ 角的弧度值表示。因此, θ 是用弧度表示的光线传播方向与 z 轴的夹角。

众所周知, 在平面直角坐标系下, 曲线在某一点的微分, 代表了曲线在该点的斜率。因此, 傍轴近似下, 对式(1.1-25)中的 θ 角, 有

$$\frac{dr}{dz} = \tan \theta \approx \theta \quad (1.1-26)$$

对于傍轴光线的两个参数 r 与 θ , 有必要规定其取值的正负。符号的规定如图 1-2 所示, θ 只取锐角值, 当从 z 轴的方向逆时针旋转 θ 角而得到光线传播方向时, $\theta > 0$, 反之为负; 当光线落在 z 轴上方时 r 为正, 反之为负。

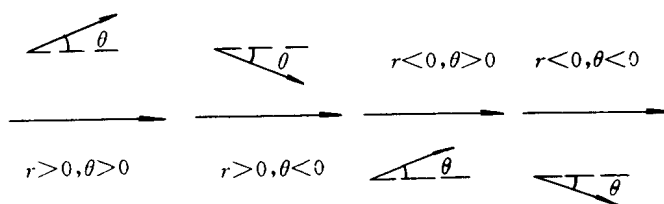


图 1-2 r 与 θ 符号的规定

后面主要讨论的是共轴的轴对称系统。在这样的光学系统中, 其各个轴对称元件的轴线是重合的, 选择该公共轴线作为 z 轴, 光线的追迹方程具有最简单的形式。

§ 1.2 光学系统的变换矩阵

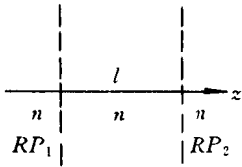
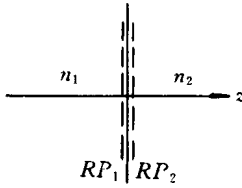
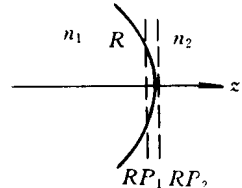
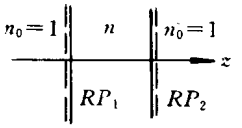
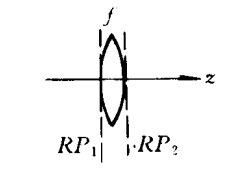
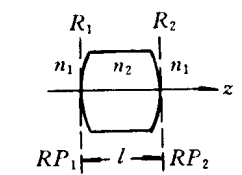
一、光学系统的变换矩阵

几何光学中常见的光学系统, 往往是由各种均匀介质、非均匀介质、透镜、反射镜、折射率突变的界面以及它们的组合而构成的。当光线入射到光学系统的一个参考面 RP_1 , 又从另一参考面 RP_2 出射时, 光线的参数发生了变化。光学系统对光线的变换作用是由其变换矩阵所代表的。在所讨论的共轴的轴对称系统情况下, 光学系统的变换矩阵是 2×2 矩阵。常见的光学系统的变换矩阵如表 1-1 所示。

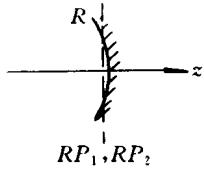
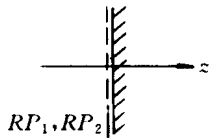
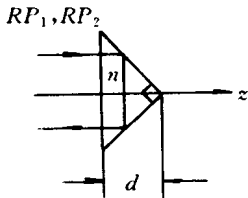
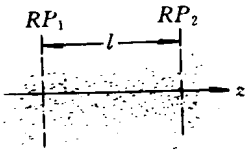
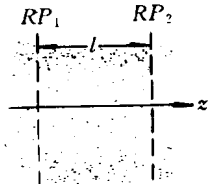
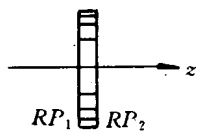
在该表所给出的变换矩阵中, 一部分变换矩阵是对折射光线而言, 另一部分变换矩阵是对反射光线而言, 分别称为折射矩阵和反射矩阵。

表中还涉及到球面的反射镜或者介质分界面, 必须规定球面曲率半径 R 的符号。本书中规定, 当球面的凹面朝向与 z 轴方向相同时 $R < 0$, 而当凹面朝向与 z 轴取向相反时 $R > 0$ 。类似地规定, 会聚透镜的焦距 $f > 0$, 发散透镜的焦距 $f < 0$ 。这些规定是初学者应该注意的。

表 1-1 变换矩阵表

1	均匀介质		$\begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	透射矩阵
2	折射率突变的平面		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$	透射矩阵
3	折射率突变的球面		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$	透射矩阵
4	平行平板介质		$\begin{pmatrix} 1 & \frac{l}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	透射矩阵
5	薄透镜		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$	透射矩阵
6	厚透镜		$\begin{pmatrix} 1 - \frac{h_2}{f} & \frac{ln_1}{n_2} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{h_1}{f} \end{pmatrix}$ $h_1, h_2 \text{ 及 } f \text{ 见式(1.2-17)}$	透射矩阵

续表 1-1

7	球面 反射镜		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}$	反射矩阵
8	平面 反射镜		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	反射矩阵
9	锥形 反射镜		$\begin{pmatrix} -1 & -\frac{2d}{n} \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	反射矩阵
10	正透 镜介质		$\begin{pmatrix} \cos \beta l & \frac{1}{\beta} \sin \beta l \\ -\beta \sin \beta l & \cos \beta l \end{pmatrix}$ $n = n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 r^2 \right), \beta > 0$	透射矩阵
11	负透 镜介质		$\begin{pmatrix} \operatorname{ch} \beta l & \frac{1}{\beta} \operatorname{sh} \beta l \\ \beta \operatorname{sh} \beta l & \operatorname{ch} \beta l \end{pmatrix}$ $n = n_0 \left(1 + \frac{1}{2} \beta^2 r^2 \right), \beta > 0$	透射矩阵
12	高斯光阑		$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{i\lambda}{\pi\sigma^2} & 1 \end{pmatrix}$ $t(r) = t_0 e^{-r^2/\sigma^2}$	透射矩阵