

时间序列的

分析与应用

安鸿志 陈兆国 杜金观 潘一民 著

科学出版社

时间序列的分析与应用

安鸿志 陈兆国 著
杜金观 潘一民



科学出版社

1986

8610254

内 容 简 介

本书叙述时间序列的分析与处理方法,理论较严谨,方法较新。本书共十章,第一章介绍随机序列的概念和两种估计方法;第二章介绍时间序列类,即具有有理谱的平稳序列及其性质;第三、四、五、六章讨论时间序列分析方法;第七、八、九章介绍应用,包括预报、系统识别和随机漂移控制;第十章介绍极大谱估计。一些较复杂的理论结果放在书末的附录中。

读者对象是工程技术人员和数学工作者。

0t24/6

时间序列的分析与应用

安鸿志 陈兆国 杜金观 潘一民 著
责任编辑 刘嘉善

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1983年7月第一版 开本:850×1168 1/32
1986年2月第二次印刷 印张:11
印数:7,451—9,050 字数:289,000

统一书号:13031·2312

本社书号:3165·13-1

定价:3.10元

35018

前 言

时间序列分析是概率统计学中的一个重要分支。它用概率统计方法分析随时间变化的随机数据序列,包括建立模型、参数估计以及最佳预测和控制等内容。时间序列分析在工业自动化、水文、地质和气象等自然科学领域中,以及军事科学、经济学和某些社会科学领域中都得到了广泛的应用。近年来,随着现代计算技术的普及,时间序列分析中的线性模型方法发展尤其迅速。本书收集了其中较新的和较成熟的内容,并包括了作者的某些完善化工作在內,在方法上和理论上具有一定程度的完整性。

在本书的绪论中,我们引进几个有代表性的实例,着重说明它们的物理背景与实际要求,以及如何提出相应的数学问题。对于不大熟悉概率统计知识的读者,在初读绪论时可粗略一览,待看完全书内容后,再重读绪论,也许会有新的启发。

书中所举的数值例子可分为两类,一类是取自实际问题的真实数据,这种例子为数不多,这主要是因为我们的实践经验不足;另一类数据是通过伪随机数产生的,它们具有典型性,但没有具体的物理意义。

本书的各章内容安排如下:第一章是预备知识,扼要地介绍随机序列特别是平稳序列的概念和两种估计方法。我们假定读者已经具备概率、统计和矩阵代数方面的知识,否则可参阅文献[1,2]。第二章详细地介绍了我们要用到的时间序列类——具有有理谱的平稳序列及其基本性质,它们是以后各章的基础。第三、四、五、六章讨论时间序列分析的方法。第三章的办法简单而粗略。第四章的方法复杂但比较精细,计算量也较大。第五章介绍模型估计的检验方法。第六章讨论一些灵活运用时间序列分析的技巧。第七至第九章,介绍时间序列的应用,包括预报、系统识别

和随机漂移控制等问题。第十章概括地介绍了极大熵谱估计。最后,考虑到部分读者对于理论分析的兴趣与需要,同时也为了使本书在数学内容上尽量完整,我们把较复杂的理论结果和证明写了一个附录,放在书末。

王寿仁教授对撰写此书提出了宝贵意见。顾岚同志为本书的各类数值例子进行了大量的计算、分析工作,并为书稿的整理付出了辛勤的劳动。项静恬同志也在完成此书过程中给予了不少帮助。谨向他们致以衷心的感谢。

本书的部分实例是由上海天文台和水电部电力研究所提供的,对他们的支持表示感谢。

由于水平所限,难免有错,欢迎批评指正。

符 号 说 明

$\equiv$	定义为或恒等于
$\approx$	渐近等于
$\cong$	近似等于
δ_{kl}	克朗内克 (Kronecker) 符号, 即当 $k = l$ 时, $\delta_{ll} = 1$; 当 $k \neq l$ 时, $\delta_{kl} = 0$
A^T	矩阵 A 的转置
$ A $	方阵 A 的行列式, 有时用 $\det A$ 表示
$\text{tr} A$	方阵 A 的迹
A^{-1}	非奇异方阵的逆
$\ A\ $	矩阵的范数
$A \geq 0$	A 为非负定对称阵
$A > 0$	A 为正定对称阵
$P\{\dots\}$	括弧内所示事件的概率
$p(x \alpha)$	以 α 为参数时 x 的概率密度
$E x$	随机变量 x 的均值
$E_{\alpha} x$	随机变量 x 的分布依赖于 α 时的均值
$E(x y)$	在给定 y 值的条件下, x 的条件期望
$\text{var } x$	随机变量 x 的方差
$\text{cov}(x, y)$	随机变量 x 和 y 的协方差
$x \in \mathcal{A}$	x 在集合 $\mathcal{A}$ 中
$x \notin \mathcal{A}$	x 不在集合 $\mathcal{A}$ 中
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	以 μ 为均值、 σ^2 为方差的正态分布
$\mathcal{N}(\mu, Q)$	以向量 μ 为均值, 以矩阵 Q 为协方差的多维正态分布
$O(N^a)$	与 N^a 同阶的标量、向量或矩阵。如果用 $O(N^a)$ 表示随机标量、向量或矩阵时, 则指它们的诸分量的二阶矩为 N^{2a} 阶的
$o(N^a)$	与 N^a 之比为无穷小的标量、向量或矩阵。如果 $o(N^a)$ 表示相应的随机量时, 其分量的二阶矩为 N^{2a} 的高阶小
$\hat{\beta}$	参数 β 的估计
$\tilde{\beta}$	参数 β 的估计误差 $\hat{\beta} - \beta$

目 录

绪论	1
第一章 随机序列	12
§1. 过程的直观分类	12
§2. 随机序列的数学描述	14
§3. 平稳随机序列	20
§4. 多维随机序列	29
§5. 两种估计及参数估计的优效性概念	31
第二章 线性模型及自相关与偏相关函数	39
§1. 随机线性模型	39
§2. ARMA 序列的自相关与偏相关函数	52
§3. 一类非平稳序列——ARIMA 序列	69
第三章 模型的初步识别与参数的矩估计	73
§1. 样本自相关与样本偏相关函数	74
§2. 模型的初步识别方法	77
§3. 参数的相关矩估计方法	88
§4. 模型识别的多样性与均值的判断	98
第四章 参数的精估计	103
§1. 最小二乘估计	103
§2. 最小平方和估计	107
§3. 精估计的数值解法及其它近似方法	116
§4. 极大似然估计与估计的优效性质	128
第五章 估计模型的检验与改进	136
§1. 估计模型检验的一般叙述	136
§2. 自相关函数检验法	138
§3. 周期图检验法	140
§4. 估计模型的一种改进方法	146

§5. 分段拟合与适时拟合.....	147
第六章 序列的合成、分解及季节性模型.....	151
§1. 序列的合成.....	151
§2. 序列的分解.....	154
§3. 季节性模型.....	159
第七章 随机序列预报.....	170
§1. 预备公式.....	170
§2. 平稳线性最小方差预报及其性质.....	173
§3. 各类序列的预报方法.....	177
§4. 随机序列的适时预报方法.....	193
第八章 线性系统的识别及参数估计.....	201
§1. 离散线性系统.....	201
§2. 样本互相关函数.....	206
§3. 系统的初步识别与估计.....	208
§4. 系统参数的最小二乘估计.....	215
§5. 系统模型的检验.....	221
第九章 随机漂移的控制.....	225
§1. 概述.....	225
§2. 顺馈系统.....	227
§3. 反馈控制.....	236
§4. 顺馈-反馈联合控制.....	243
第十章 极大熵谱估计与 AR 模型.....	247
§1. 以极大熵为准则的谱估计.....	247
§2. 极大熵谱估计的计算方法.....	256
附录.....	265
§1. 自相关与偏相关函数的截尾性质.....	265
§2. 样本自相关函数的渐近性质.....	272
§3. 正态 ARMA 序列的分布密度.....	294
§4. ARMA 序列的信息阵.....	308
§5. 正态 AR 序列参数估计的渐近性质.....	327
参考文献.....	342
后记.....	344

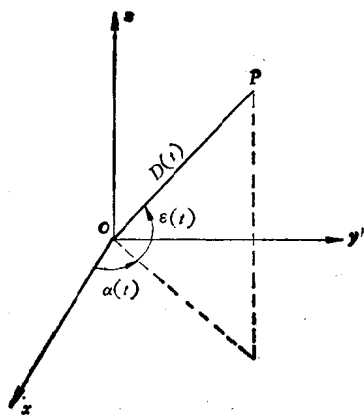
绪 论

在工业、国防和科学技术的很多领域里,被考查的对象在其发展过程中,由于受到各种偶然因素的影响,往往表现出某种随机性,它们常常以一串随时间而变化的数据序列形式被人们记录到.这种序列通称为随机序列或时间序列,分析研究这些序列的数学方法就叫做时间序列分析方法,有时也称为时序分析.时序分析的目的是为了进行预报、滤波或控制等等.在时序分析的基础上,讨论时间序列的预报和随机漂移的控制等方法,是本书所称的时间序列的应用部分.

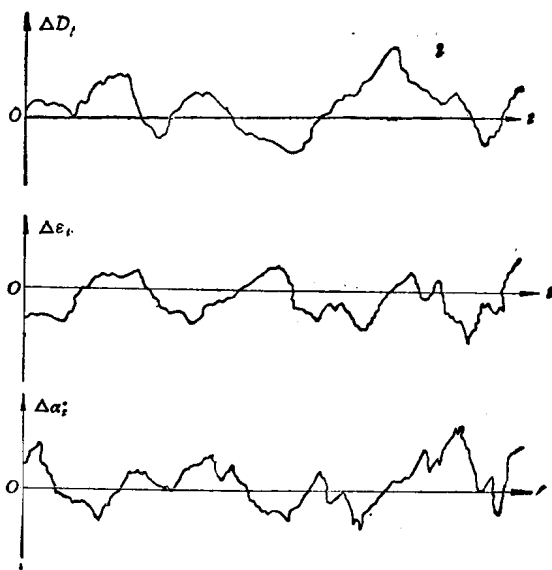
如何从具体的实际问题中提出时序分析问题?对这些问题如何分类?解决各类问题可以使用本书的哪些方法?我们将通过以下七个典型例子加以说明.

例 1. 跟踪雷达误差特性的鉴定问题.一部目标跟踪雷达的质量如何,最终要通过它跟踪目标时的测量误差来衡量.为了鉴定这种雷达,须用雷达跟踪飞行目标(如飞机),记录其飞行轨道数据(见图一),即目标与雷达的瞬时径向距离 $D(t)$, 仰角 $\varepsilon(t)$ 和方位角 $\alpha(t)$. 若取等间隔的采样,就得到三串数据序列 D_k , ε_k 和 $\alpha_k (k=1, 2, \dots)$, 其中 $D_k = D(k\tau)$, $\varepsilon_k = \varepsilon(k\tau)$ 和 $\alpha_k = \alpha(k\tau) (k=1, 2, \dots)$, τ 是采样间隔.与此同时,用更精确的观测设备(比如经纬仪照像设备)观测同一目标,并记录以上三个相应的坐标序列,其结果表示为 D_k^0 , ε_k^0 和 $\alpha_k^0 (k=1, 2, \dots)$. 这些量相对于 D_k , ε_k 和 α_k 而言,可以近似为目标的真实轨道坐标数据.于是序列 $\Delta D_k \equiv D_k - D_k^0$, $\Delta \varepsilon_k \equiv \varepsilon_k - \varepsilon_k^0$ 和 $\Delta \alpha_k \equiv \alpha_k - \alpha_k^0 (k=1, 2, \dots)$ (见图二)就可以看做雷达对此目标跟踪时的测量误差序列.但是,即使在相同飞行条件下,重复试验所获得的误差序列也不会完全相同.那么用什么方法刻划这些误差序列的属

性呢？这就属于时序分析的课题。



图一 用雷达跟踪目标



图二 雷达跟踪飞行目标时的误差

众所周知，这些误差序列的样本均值与样本方差值分别由以下诸式计算：

$$\overline{\Delta D} \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Delta D_k, \quad \overline{\Delta \varepsilon} \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Delta \varepsilon_k, \quad \overline{\Delta \alpha} \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \Delta \alpha_k \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (\overline{\Delta D})_2 &\equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Delta D_k - \overline{\Delta D})^2 \\ (\overline{\Delta \varepsilon})_2 &\equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Delta \varepsilon_k - \overline{\Delta \varepsilon})^2 \\ (\overline{\Delta \alpha})_2 &\equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\Delta \alpha_k - \overline{\Delta \alpha})^2 \end{aligned} \quad (2)$$

它们是描述序列 ΔD_k , $\Delta \varepsilon_k$, $\Delta \alpha_k$ 的重要数字指标。但是，仅用这些指标还不能揭示出序列的更多更深刻的性质，也不能满足现代技术的需要。我们将要介绍的时序分析方法是一种参数化的时域分析方法，它便于在数字计算机上实现。所谓“时域分析”，是指通过数据序列在时间域上的各种平均值进行分析，比如用上述的样本均值、样本方差值以及更有用的样本协方差函数值等。样本协方差函数值也是一种时域上的平均值，以 ΔD_k 序列为例，其定义为

$$\hat{\gamma}_j(\Delta D) \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-j} (\Delta D_k - \overline{\Delta D}) (\Delta D_{k+j} - \overline{\Delta D}) \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

至于“参数化”的含义，是说我们事先把序列的协方差函数

$$(\gamma_j(\Delta D), j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

(其定义见第一章)，假定(或者说近似地)属于某一特殊函数类，即具有有理谱密度的平稳序列的协方差函数类(见第一、二章)，这一函数类中的每个函数被一组参数值唯一决定。而根据附录 §1 可知，协方差函数 $\gamma_j(\Delta D)$ 属于这一函数类的充分必要条件是序列 $w_k \equiv \Delta D_k - E(\Delta D_k)$ 满足以下的随机差分方程

$$w_t - \varphi_1 w_{t-1} - \dots - \varphi_p w_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

(4)

其中 a_t 是均值为零的白噪声序列, 即 $E a_t = 0$, $E a_t a_s = \delta_{t,s} \sigma_a^2$, 而且由(4)式的系数确定的两个代数方程

$$\begin{aligned} 1 - \varphi_1 \omega - \varphi_2 \omega^2 - \cdots - \varphi_p \omega^p &= 0 \\ 1 - \theta_1 \omega - \theta_2 \omega^2 - \cdots - \theta_q \omega^q &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

的根全在单位圆外, 即它们的模都大于 1, 而且两个方程没有公共根. 我们把(4)式称为随机序列 w_t 的随机模型, 或简称模型. 这样一来, 所谓对时间序列 ΔD_k 的分析, 就转化成求定参数值 p, q 和 $\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_p, \theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_q, \sigma_a^2$ 的问题了. 因此称这种时序分析为“参数化的时域分析”. 第三、四两章就是论述这些参数的估计方法的.

根据大量的数据分析结果表明, 在雷达跟踪同一空域的飞行目标时, 其跟踪误差序列的模型可近似表为

$$w_t = \varphi_1 w_{t-1} - \varphi_2 w_{t-2} + a_t$$

无论是 ΔD_k , $\Delta \varepsilon_k$ 还是 $\Delta \alpha_k$, 都可以用上述模型近似描述, 只是各自的参数有所不同. 由这种模型所决定的 w_t 的自协方差函数的形式包括以下的常见形式

$$\gamma_j = \sigma^2 e^{-\beta|j|} \cos \omega j, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \quad (6)$$

通过这种时序分析, 不仅能给出误差序列 ΔD_k , $\Delta \varepsilon_k$, $\Delta \alpha_k$ 的系统偏差量的估计, 以及各自方差的估计, 而且给出了序列的频谱特性的估计(见第一章), 它反映了雷达的跟踪性能. 粗略地说, ω 和 β 的值越小, 雷达对目标机动变化的反应越迟钝. 至于分析这些误差特性的目的, 对于研制雷达者来说, 是为了了解产品的品质和改进方向, 对于使用者来说, 目的之一是为了决定能否接收产品. 还有另外的目的, 将在下一个例子中叙述.

上述分析内容不仅适用于雷达误差鉴定, 对于许多连续工作的精密仪表的随机漂移量, 比如惯性陀螺的随机漂移量等, 同样可以进行类似的时序分析.

例 2. 用滤波方法解决测轨问题. 在设计高射炮指挥仪或导弹制导时, 都会遇到适时测轨问题. 近年来常用 Kalman 滤波^[20]方

法解决这类问题,而且通常是采用较简便的二阶多项式模型方程。这里我们仅叙述轨道的一个坐标分量 x_k 的滤波方程,其它坐标完全类似。设目标的瞬时速度为 $\dot{x}_k$, 加速度为 $\ddot{x}_k$, 取三维状态矢量为 $\mathbf{x}_k = (x_k, \dot{x}_k, \ddot{x}_k)^T$, $\mathbf{x}_k$ 的变化规律有时被近似地描述为

$$\mathbf{x}_k = \begin{pmatrix} 1 & \tau & \frac{1}{2}\tau^2 \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}_{k-1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u_k \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中 τ 是采样间隔(有时在(7)式中的三阶方阵的第三行第三列的元素 1 用 β 代替)。雷达对坐标分量的量测结果可表为

$$y_k = (1, 0, 0)\mathbf{x}_k + v_k \quad (8)$$

其中 u_k 和 v_k 是彼此独立的随机序列, u_k 称为系统噪声, v_k 为雷达的量测误差。为了利用 (7), (8) 式和 Kalman 滤波方法适时估计状态矢量 $\mathbf{x}_k$, 须要知道 u_k 和 v_k 各自的协方差函数或随机模型。其中对 v_k 的分析, 完全属于例 1 的时序分析问题。由此可见, 测定跟踪雷达的误差序列的模型参数, 对使用者来说还有另一种用处, 就是提供滤波方法中的部分参数值。当然还不只限于为滤波提供参数, 也为控制设计等提供参数。

下面着重介绍如何测定 u_k 的随机模型。为此, 也可以利用例 1 的飞行试验中所获得的数据资料 D_k^0 , ε_k^0 和 α_k^0 , 或者转换成直角坐标分量 x_k , y_k 和 z_k , 我们仅以坐标 x_k 为例说明相应的系统噪声 u_k 的分析方法。如例 1 那样, D_k^0 , ε_k^0 和 α_k^0 被当做真实轨道数据, 那么 x_k 也是真实轨道数据。由 (7) 式可知

$$x_k = x_{k-1} + \tau \dot{x}_{k-1} + \frac{1}{2}\tau^2 \ddot{x}_{k-1}$$

$$\dot{x}_k = \dot{x}_{k-1} + \tau \ddot{x}_{k-1}$$

$$\ddot{x}_k = \ddot{x}_{k-1} + u_k$$

其中 $k = 1, 2, \dots$, 由此不难看出, 即使 u_k 可以近似地看做平稳序列, x_k 也不是平稳的。事实上, x_k 是飞行目标的坐标量, 它的变化一般不会是平稳的。因此分析数据 x_k 不能和分析 v_k 的方

法完全相同。这时我们希望通过非平稳序列 x_k 的数据建立 u_k 的平稳模型，所以先要找出 x_k 和 u_k 的关系式。利用上面三个式子，分别计算 x_k 的二次和三次差分：

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 x_k &= (x_k - x_{k-1}) - (x_{k-1} - x_{k-2}) \\
 &= \tau \dot{x}_{k-1} + \frac{1}{2} \tau^2 \ddot{x}_{k-1} - \tau \dot{x}_{k-2} - \frac{1}{2} \tau^2 \ddot{x}_{k-2} \\
 &= \tau (\dot{x}_{k-1} - \dot{x}_{k-2}) + \frac{1}{2} \tau^2 u_{k-1} \\
 &= \tau^2 \ddot{x}_{k-1} + \frac{1}{2} \tau^2 u_{k-1} \\
 \nabla^3 x_k &= \tau^2 \ddot{x}_{k-1} + \frac{1}{2} \tau^2 u_{k-1} - \tau^2 \ddot{x}_{k-2} - \frac{1}{2} \tau^2 u_{k-2} \\
 &= \frac{3}{2} \tau^2 u_{k-1} - \frac{1}{2} \tau^2 u_{k-2} \quad (9)
 \end{aligned}$$

由此可见， $\nabla^3 x_k$ 可以近似地看做平稳序列。若将数据进行三次差分后，再按照例 1 的方法进行时序分析，并给出其模型参数的估计，然后利用 $\nabla^3 x_k$ 与 u_k 的关系式 (9) 便可以得到 u_k 的估计模型。假定用 ω_k 代表 $\nabla^3 x_k$ ，其模型定为 (4) 式的形状，那么将 (9) 式代入 (4) 式可得

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{3}{2} \tau^2 u_{t-1} - \frac{1}{2} \tau^2 u_{t-2} \right) = \varphi_1 \left(\frac{3}{2} \tau^2 u_{t-2} - \frac{1}{2} \tau^2 u_{t-3} \right) - \dots \\
 &\quad - \varphi_p \left(\frac{3}{2} \tau^2 u_{t-p-1} - \frac{1}{2} \tau^2 u_{t-p-2} \right) \\
 &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}
 \end{aligned}$$

令

$$\frac{2}{3\tau^2} a_t = b_{t-1}$$

则上述模型化为

$$\begin{aligned}
 u_t &= \left(\varphi_1 + \frac{1}{3} \right) u_{t-1} - \left(\varphi_2 - \frac{1}{3} \varphi_1 \right) u_{t-2} - \dots \\
 &\quad - \left(\varphi_p - \frac{1}{3} \varphi_{p-1} \right) u_{t-p} + \frac{1}{3} \varphi_p u_{t-p-1}
 \end{aligned}$$

$$= b_i - \theta_1 b_{i-1} - \dots - \theta_q b_{i-q}$$

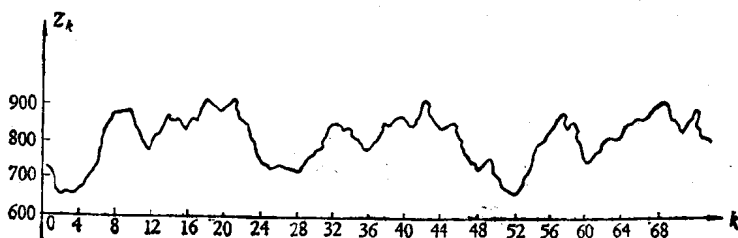
这就是 u_i 的随机模型。若由上式的系数所确定的相应于(5)式的前一代数方程以 1 为根，则应考虑 x_i 四阶差分（详见第二章）。通过这一例子的叙述，我们得到的另一启发是，时序分析方法可以推广应用于像 x_k 这样的非平稳序列，即 x_k 的若干次差分后的序列属于我们所讨论的平稳序列。

在应用滤波和控制的领域中，几乎都会遇到上述类似的问题。近十几年来的时序分析方法随着现代滤波和控制的广泛应用而得到了新的发展。本书所介绍的方法就是最近应用较多的方法。

例 3. 随机震动模拟问题。很多精密装置在运输过程中因受震动而影响其寿命或质量。为要了解某种装置因受这种震动所造成的损耗情况，常常需要进行大量的试验。当然，可以把该装置放在火车或其他运输工具上，通过长时间运行后考查其损耗程度。科学的方法是在室内设计一种震动台，将此装置放在台上，使台体模拟运输中的震动，以代替运输试验。使震动台模拟运输震动的方法有很多种，过去常用多次谐波震动来模拟，但这种方法与真实情况相差较大。现在多采用随机震动方法，也就是使震动台按照噪声发生器产生的随机序列进行震动。于是自然提出这样的问题：用怎样的随机序列值驱动震动台，才能更逼真地模拟运输震动？解决这类问题便可用时序分析方法。其大致步骤如下，先将震动敏感元件和记录设备安放在运输工具上，使其在某个路段上行驶并记录下震动变化量，再通过离散采样而得到一串时间序列值。如例 1 所述，可以对此序列值进行时序分析，确定它的模型，然后用噪声发生器(或用计算机)产生出同类型的随机序列，使震动台按照这样的序列值进行震动。这样模拟的效果显然更接近真实情况。

在以上三类应用中，进行时序分析工作之后，如何完成进一步的任务，如最佳滤波器和模拟装置的设计等等，这些都不属于本书的范围。下面的几个例子中提出的问题归于另外几种类型的时序分析的应用，包括预报、识别、控制或检测等。这些都在本书所讨论的范围之内。

例 4. 电力负荷预报. 以 z_k 表示第 k 小时内某城市平均用电负荷量, 开始时刻取 $k = 1$, 以后 k 递增下去. 序列 $z_k (k = 1, 2, \dots)$ 便是具有一定随机性的时间序列(见图三).



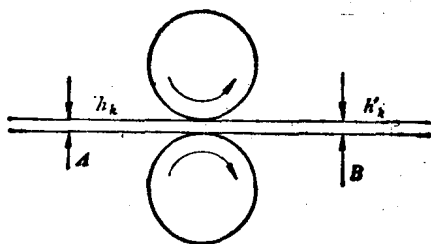
图三 某地各小时平均用电负荷曲线

为了合理分配供电, 须要根据现在和过去时刻用电情况, 估计未来时刻用电的多少. 比如现在时刻为第 n 小时, 那么, 就要利用数值 $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ 预报 $z_{n+1}, z_{n+2}, \dots$ 等值. 这就是电力负荷预报问题. 从直观上看, 每天同一小时(如上午八点)的用电量似乎是差不多的, 也就是说, 序列 z_k 近似为周期变化, 其周期长度为 24. 因此, 可以用三角函数回归的方法进行预报. 对这类可称为“季节性模型”的时间序列, 本书将采用另一种方法处理, 即用类似于处理例 2 中 x_k 的办法, 对 z_k 的一种特殊的差分序列进行时序分析, 确定它的随机模型(详见第六章), 然后用最小方差估计(见第一章和第七章)进行预报. 这样效果比较好.

解决各种预报问题, 是时间序列最广泛的一类应用. 比如在气象、水文、天文、交通及海洋研究等部门都可应用, 还有人进行过预报病虫害的尝试.

例 5. 轧钢过程的系统识别问题. 在轧钢工艺中, 钢板通过轧辊后, 被轧制成更薄的钢板(见图四). 控制轧制厚度是通过调整辊缝实现的. 所谓辊缝, 是指上下两个轧辊之间的空转时的距离. 由于固定两个轧辊的相对位置的设备有一定的弹性, 所以在钢板输送到轧辊时, 一方面轧辊滚动带动钢板前进, 同时由于挤压而使

真实辊缝变大,因而轧制后的钢板厚度也就比辊缝略大些。在输入钢板的厚度和硬度为理想均匀情况下,可以按照轧制后的厚度要求,计算出合适的辊缝,并将它固定下来。这就是单机架的简单轧制过程。由于实际的钢板厚度和硬度是在某一均值上下起伏变化的,所以在固定辊缝轧制时,轧辊的相对位置总在变化,由此轧出的钢板的厚度也在不断变化。为了提高轧制精度,近代采用自动化调节辊缝的技术。为此,如图四所示,在 A, B 两处安装测厚



图四 单机架轧钢示意图

装置,根据输入和输出的钢板的厚度 h_k 和 h'_k ,适时地确定辊缝的调节控制量 x_k 以使 h'_k 取得尽量小的起伏值。这时我们就要用到系统和系统识别的概念(见第八章)。通常是把轧制过程当做有输入输出的定常线性系统:设 h_k 的起伏量是 $z_k = h_k - h$, h'_k 的起伏量是 $y_k = h'_k - h'$,当辊缝固定时(即取调节量 $x_k = 0$), z_k 与 y_k 满足系统方程

$$\begin{aligned} y_t &= \zeta_1 y_{t-1} + \zeta_2 y_{t-2} + \cdots + \zeta_r y_{t-r} \\ &= \omega_0 z_{t-b} + \omega_1 z_{t-b-1} + \cdots + \omega_s z_{t-b-s} \end{aligned} \quad (10)$$

并且假定 z_t 或它的某次差分是有有理谱的平稳序列。这样,就可以采用时序分析的技巧,根据实测数据值 $(h_1, h'_1)(h_2, h'_2) \cdots (h_N, h'_N)$ 来估计(10)式中的各个参数。详细讨论见第八章。在有了模型(10)式以后,如何分析轧钢的自动控制调节问题,将在下例中阐述。与本例相类似的实际问题在工业自动化方面是很多的。

例 6. 轧钢自动化的最佳控制问题。 继续考虑例 5 的轧钢自动化设计问题,为要设计自动调节辊缝的方案,不仅要识别系统