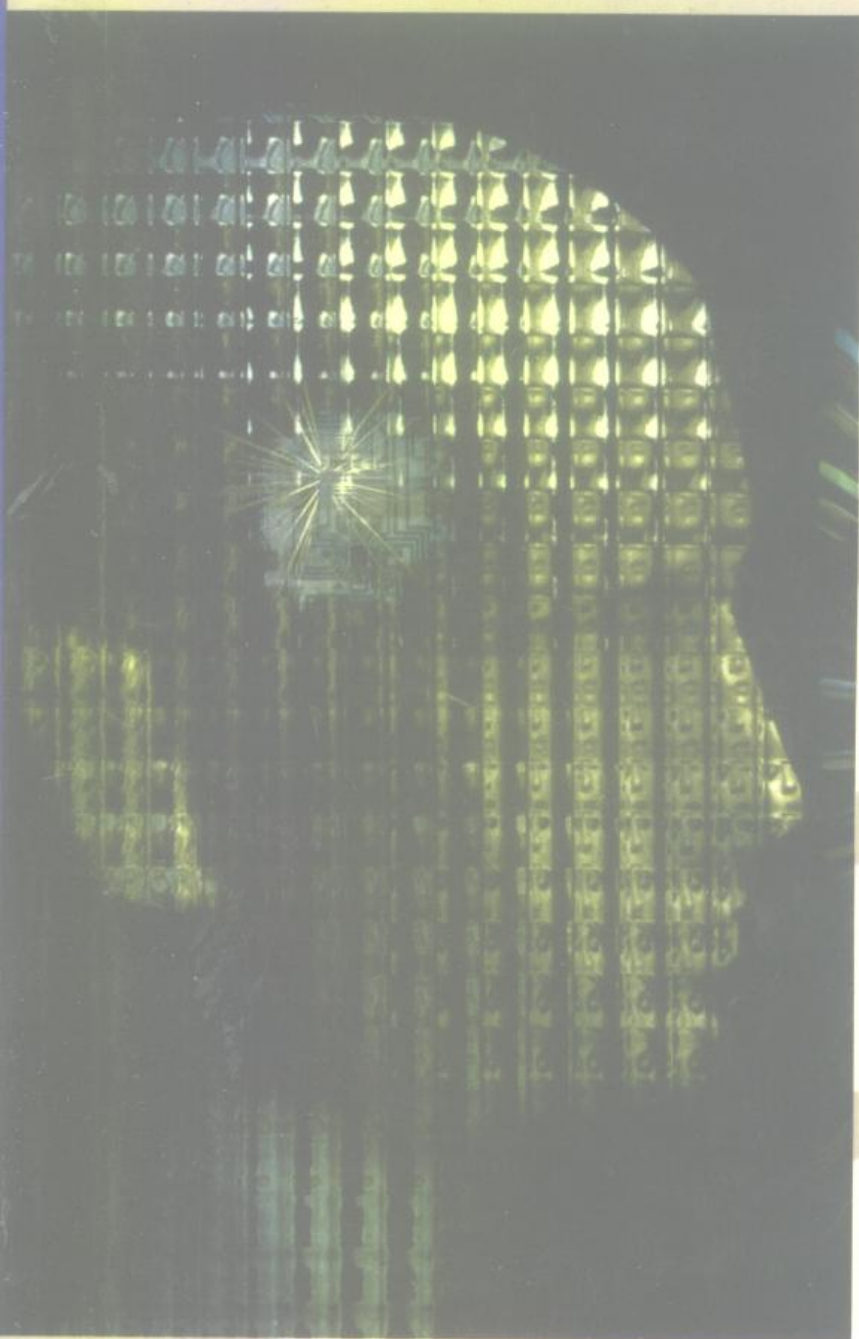


国家自然科学基金资助项目

白方周 张雷 编著

中国科学技术大学出版社

定性仿真导论



TP391.9
B20

414982

国家自然科学基金资助项目

定性仿真导论

白方周 张雷 编著



00414982

中国科学技术大学出版社

1998·合肥

责任编辑：黄 德

封面设计：王瑞荣

图书在版编目(CIP)数据

定性仿真导论/白方周 张雷 编著。

—合肥：中国科学技术大学出版社，1998年10月

ISBN 7-312-00967-0 ，

- I 定性仿真导论
- II 白方周 张雷
- III ①定性 ②仿真 ③应用
- IV TP

中国科学技术大学出版社出版发行

(安徽省合肥市金寨路96号，邮编：230026)

合肥晓星印刷厂印刷

全国新华书店经销

开本：787×1092/16 印张：16.25 字数：400千

1998年10月第1版 1998年10月第1次印刷

印数：1—3000册

ISBN 7-312-00967-0/TP·198 定价：25.00元

25/10/26

内 容 简 介

定性仿真(Qualitative Simulation)是以非数字手段处理信息输入、建模、行为分析和结果输出等仿真环节,通过定性模型推导系统的定性行为描述。这种仿真能处理多种形式的信息,有推理能力和学习能力,能初步模仿人类思维方式,人机界面更符合人的思维习惯,所得结果更容易理解。对众多仅需要了解系统定性行为的用户,定性仿真提供了一种灵活、快速且廉价的仿真方法。定性仿真大大拓展了仿真技术的应用范围。

本书全面介绍当前几种主要的定性仿真理论和方法,包括较为成熟并实际应用的 QSIM 算法,具有强大生命力的归纳推理定性仿真方法,正在迅速发展的定性与定量相集成的仿真方法以及将并行技术引入到定性仿真领域而刚刚兴起的并行定性仿真技术。全书共分八章,取材新颖,许多章节溶入了作者的研究成果,是目前国内第一本定性仿真的专著。

本书既可作为高等院校自动化专业、人工智能专业和系统仿真专业的高年级学生和研究生教材,也可供从事计算机仿真、控制工程以及定性推理研究的科技人员参考。



前 言

仿真技术是一门新兴的迅速发展的高新技术,由于它具有经济、可靠、安全、灵活、可多次重复使用等优点,已成为许多复杂系统(工程的、非工程的)分析、设计、试验、评估等不可缺少的重要手段。传统的定量仿真,首先是建立精确的数学模型,将对象系统的结构与功能表示成以微分方程为主的一系列数学方程,然后通过解方程组之类的数学变换,导出基于函数解或数值解的系统行为描述。显然,以方程形式建模解决问题的方法存在着诸多难点,例如:如何将模糊的、非精确值的真实世界问题反映为数学方程式;如何用数学符号语言形式表达的结果解释为一般意义上自然的形式等。举一个例子来说,假设我们编写一程序预测在火炉上加热一壶水的过程,绝大多数人都能够根据生活常识容易地理解并回答:水将加热到沸点,产生水蒸汽,壶本身变热且温度等同于燃烧物质。这个根据常识所作的定性推理过程直观、简捷,但若按传统的数字仿真或定量仿真方法编写程序表示这个过程,我们则不得不面对诸多麻烦:需建立微分方程来表示水温和吸收的热量,水量,沸点等系统物理参数间的精确的定量关系,需考虑模型中的哪些变量的影响可以忽略?为什么周围空气温度,壶离火的距离,水的含盐量等没有出现在方程式中?像水量等初始条件应选择哪些??作进一步考虑,我们发现还需要从微分方程中推出系统的三个行为区间:水加热区,沸腾区,无水区。实际上,我们所知道的大都是一些定性信息,如:燃烧物质温度远高于水的沸点,沸点远高于水的初始温度等;作预测,回答问题基本上都是从这些定性信息出发,根据定性信息推出一些定性行为,即思考过程是定性化的。若不考虑行为区间的变迁(转换)过程,构造一个或一组产生合理结果的有效方程比较困难;但又不能事先确定行为区间和变迁过程,因为那正是程序所要产生的,即所编写的程序必须做到:仅知水壶与水的相对数量级,大概的函数关系,函数所牵涉的几个物理量等非精确量信息,推出穿越三个行为区间的过程。若单纯运用定量仿真方法来处理此问题,不仅建模难度大,而且没有必要通过繁琐的运算过程得出精确的定量结果;相反定性仿真方法却能够轻易地解决这个问题。因为定性仿真正是模仿人的定性思考过程去推理问题、解决问题的,引入了诸如归纳推理、因果推理、图示等人类思考问题常用的方法,使得推理过程更加简捷易行,结果清晰明了。

定性仿真相对传统的定量仿真而言,力求非数字化,克服定量仿真的弱点,

用非数字手段处理输入、建模、行为分析和输出等仿真环节,通过定性模型推导系统的定性行为描述。相对而言,定性仿真能处理更多种形式的信息,有推理能力和学习能力,能初步模仿人的思维,人机界面更为友好。定性仿真对定量仿真既有扬弃,也有继承,并不盲目排斥定量方法,而且充实了仿真的理论范畴,增强并改善了仿真的功能,大大拓展了仿真技术的应用范围。定性仿真有着重大的现实意义:

(1)实际系统过于复杂或知识不完备时,无法构造系统的精确定量模型。

(2)许多学科或领域,尚未找到或者根本没有人们习惯的公式形式的精确定量知识。客观对象的大部分知识是其它形式的,如符号、语言或图形,具有模糊性、不确定性等特点,很难进行量化,即使量化了,也不适合特定的研究。定性仿真为处理这些定性知识提供了有效的途径。

(3)受计算机性能和现有算法的限制,对复杂系统,定量方式建模和仿真要花费大量的计算时间和人力,有的甚至是不可能的,而且很难实现对快速动态系统的实时仿真。实际应用中,人们常常只对有关系统本质的定性知识感兴趣,庞杂繁冗的精确定量知识一般是不必要的。定性仿真则可以大幅度精简仿真的各步骤,尤其是建模和行为轨迹推导,并且降低费用。

(4)定性仿真能提供更友好的人机接口,使仿真结果与人们的思维习惯相一致。

(5)定性仿真为人工智能、专家系统、智能控制等领域提供了有效的定性模型评价手段。

1983年 XEROX 实验室的 Seely Brown 和 John de Kleer 发表有关定性仿真的第一篇论文“A qualitative physics based on confluence”,产生了巨大反响,揭开了定性仿真研究的序幕。1984年人工智能杂志第一次出版了关于定性问题的专集。此后定性问题的研究成为人工智能和系统建模与仿真领域的一个热点,许多学者加入到这一研究领域中,产生了大量的研究成果。1991年,人工智能杂志又出版了定性推理的第二本专集,进一步促进了定性推理研究的发展。目前,定性仿真基本上可分为三大理论派别,即模糊仿真方法、基于归纳学习的方法和朴素物理学方法。

由于模糊数学方法可以解决模型信息与测量数据的不确定性,所以在定性理论中一般用来作为一种描述手段。最初,系统的定性值是采用区间模糊数的行为来描述的,英国的 Qiang Shen 进一步将其发展到用凸模糊数来描述定性值,在数据表示上前进了一大步;此后,又有人在此基础上引用概率论,来度量生成的多个行为的可信度。当前的模糊定性理论,在模糊数表示方面都存在一个重大弱点,那就是系统真实值与模糊量空间的映射问题,即如何确定描述系统的模糊量。

基于归纳学习的方法中,最为典型的是 GSPS 理论,即通用问题求解理论。这种方法要求输入尽可能多的行为,然后通过归纳学习的方式,构造系统的定性模型,进行仿真研究。这种方法需要采集大量的数据,并加以处理和维持;而且,由于现实条件的限制,不能保证归纳的完备性。

在理论和应用上发展得最成熟的是朴素物理方法,它兴起于一些人工智能专家对朴素物理系统的定性推理研究。根据建立系统定性模型的方法,又可分为很多派别,比较有影响的有:Seely Brown 和 John de Kleer 提出的基于“流”的概念的理论,K. D. Forbus 的定性过程理论,B. J. Kuipers 基于约束的用定性微分方程描述的定性仿真实理论等。

鉴于定性仿真技术的诸多优点及巨大的实用价值,国外的学者纷纷投入到该领域的研究,各国政府部门及科研机构在研究经费等方面大力扶助,推动了定性研究及其应用的飞速发展。专家们不仅提出了多种建模和仿真实理论,而且纷纷将定性推理和定性仿真的理论、研究成果应用到实际中去,目前一些应用项目已在生产实践中发挥了重要作用。除了人工智能专家,其它领域的专家也对定性仿真产生了浓厚的兴趣,希望利用定性仿真技术在处理不完备知识、“深层”知识以及行为决策方面的独到长处,为本领域课题服务。因此,近些年定性仿真技术与物理、化工、生态学、生物学、社会 and 经济学等学科相互渗透、相互结合、相互推进,在电力、航天、交通、工程机械制造、生化、商业流通等领域发挥着越来越大的作用。应用领域的发展反过来又进一步推动了定性仿真技术理论的更深发展,使得定性仿真技术日渐成熟。

当前国内关于定性推理、定性建模和定性仿真领域的研究工作仍处于起步阶段,尚未见到公开出版的专著。因此,我们决定编撰《定性仿真导论》一书,期望能够活跃国内这一领域的学术气氛,促进定性理论在科研、工程等领域的推广与应用。

本书共分八章:第一章定性建模中的不确定性,第二章定性因果关系,第三章 Kuipers 的定性仿真实理论,第四章归纳推理定性仿真,第五章定性仿真与定量仿真的集成,第六章并行定性仿真,第七章定性仿真中的系统动力学方法,第八章定性仿真的实际应用。

在书稿撰写过程中,作者参阅并引用了许多学者的文献,这里恕不一一向他们致谢。美国德克萨斯大学定性推理研究中心 B. J. Kuipers 教授闻讯中国国内将出版第一部关于定性仿真的专著后非常高兴,他多次通过电子邮件对本书的编写提出宝贵意见,并对我们在促进定性仿真实理论研究方面的工作和进展表示赞赏。在此谨向这位定性仿真研究的倡导者致以诚挚的谢意。丁蔚、鲍忠贵、张文明、刘怀春、涂永忠、方瑾、霍鑫、陈源、王海青、曹勇等同志在资料搜集、有关章节初稿的编写和全书整理方面作了大量工作,作者对于他们卓有成效的

辛勤劳动表示感谢。作者还要感谢中国科技大学科研处对本书出版的大力支持。

本书得到国家自然科学基金委员会的资助。

由于作者水平有限,加之时间仓促等因素,书中欠妥乃至错误之处在所难免,恳请读者指正。

白方周
一九九八年仲夏

目 录

第一章 定性建模中的不确定性	1
1.1 有关概率论和模糊数学的基础	1
1.1.1 概率论	1
1.1.2 模糊数学	3
1.1.3 隶属函数的确定方法	4
1.2 精确量,模糊量的转化	6
1.2.1 精确量转化为模糊数	6
1.2.2 精确数转化为区间数	7
1.2.3 模糊集合与普通集合的转化	9
1.3 模糊度量	10
1.3.1 模糊度量的基本表示	10
1.3.2 信任度度量和真实性度量	11
1.3.3 概率度量	14
1.3.4 可能性度量和必要性度量	15
1.3.5 以概率论为基础的模糊度量方法之间的关系	17
1.3.6 基于模糊集合理论的模糊度量	18
1.4 处理不确定性的方法和原则	20
1.4.1 最大最小不确定性原理	20
1.4.2 最大最小化熵原理	21
1.4.3 一个例子	22
1.5 小结	24
参考文献	25
第二章 定性因果关系	26
2.1 概述	26
2.2 因果次序分析	27
2.2.1 平衡系统中的因果序	28
2.2.2 动态结构中的因果序	34
2.2.3 混合结构中的因果序	36
2.2.4 评价	39
2.3 定性物理中的因果关系	39
2.3.1 定性物理	39
2.3.2 定性推理	39

2.3.3 定性物理中的因果关系	40
2.3.4 因果关系与约束扩散	45
2.3.5 与因果序理论的比较	48
2.4 其它方法介绍	49
2.4.1 一种因果关系模型的定性建立方法	49
2.4.2 故障诊断中的不完全因果模型逻辑方法	54
2.5 小结	58
参考文献	58

第三章 Kuipers 的定性仿真理论	59
3.1 问题的提出	59
3.2 Kuipers 的定性仿真方法	61
3.2.1 Kuipers 的定性仿真理论	62
3.2.2 定性仿真实例	68
3.2.3 QSIM 算法的时间复杂性	76
3.2.4 QSIM 内核实际运行时间分析	77
3.2.5 QSIM 算法的充分性和不完备性	80
3.3 引入高阶导数约束,消除冗余行为	81
3.3.1 导出并应用高阶导数信息	81
3.3.2 行为抽取	88
3.4 交互式定性仿真系统 IQSS	89
3.4.1 IQSS 简介	89
3.4.2 GQSS 对 QSIM 算法的改进	90
3.4.3 系统结构及实现细节	91
3.4.4 实例分析	94
3.5 小结	97
参考文献	97

第四章 归纳推理定性仿真	99
4.1 归纳推理及其在定性仿真中的地位	99
4.2 系统科学与通用系统理论	99
4.3 GSPS 理论基础	101
4.3.1 GSPS 的基本工作原理	101
4.3.2 系统的认识论等级结构	103
4.3.3 源系统	105
4.3.4 数据系统	113
4.3.5 生成系统	114
4.4 归纳推理法的仿真机制	120
4.4.1 归纳推理定性仿真的基本原理	121

4.4.2 采样与重新编码	122
4.4.3 优化 mask 分析	123
4.4.4 用香农熵计算 mask 的预测能力 Q	125
4.4.5 影响最佳 mask 推导的两个因素	126
4.4.6 预测系统行为;仿真性能的检验	130
4.5 归纳推理法的特点与意义	132
4.5.1 归纳推理法的特点	132
4.5.2 在复杂系统控制中的作用	133
4.5.3 在智能控制中的作用	134
4.5.4 处理不可预见的紧急情况	134
4.6 小结	136
参考文献	137
第五章 定性和定量仿真的集成	138
5.1 问题的提出	138
5.2 定性 - 数字仿真及 Q_2 、 Q_3 仿真器	139
5.2.1 在算术约束中传播定量信息	139
5.2.2 在单调函数中传播定量信息	140
5.2.3 在微分运算中传播定量信息	140
5.2.4 在量空间中传播定量信息	141
5.2.5 约束传播算法	142
5.2.6 Q_3 仿真器和步长精炼法	143
5.2.7 例子;返回式火箭	145
5.3 模糊定性仿真方法	147
5.3.1 模糊定性建模	148
5.3.2 模糊仿真算法	153
5.4 自解释仿真	157
5.4.1 定性定量的集成建模	158
5.4.2 状态的集成	159
5.4.3 自解释仿真器的结构	159
5.4.4 例子	161
5.5 一种定性定量相集成的建模方法	162
5.5.1 集成定性定量的仿真	162
5.5.2 共享变量定性化的细节	164
5.5.3 例子	166
5.6 小结	169
参考文献	169
第六章 并行定性仿真	170

6.1 并行处理技术的引入	170
6.1.1 关于定性仿真的几个误解	170
6.1.2 并行处理技术的引入	172
6.1.3 并行定性仿真研究现状	173
6.2 并行 QSIM 算法	174
6.2.1 并行性分析	174
6.2.2 并行约束满足问题	176
6.2.3 启发式约束过滤和并行约束检查函数的条件执行	180
6.2.4 并行 QSIM 算法的逻辑结构	182
6.2.5 并行 QSIM 算法的加速比	183
6.3 并行 QSIM 算法的实现与评价	184
6.3.1 并行 QSIM 算法的数据结构	184
6.3.2 并行 QSIM 算法的实现方法	187
6.3.3 并行 QSIM 算法的实验评价	189
6.4 小结	193
参考文献	194

第七章 定性仿真中的系统动力学方法	195
7.1 引言	195
7.2 系统动力学的理论基础	196
7.3 系统动力学方法	197
7.3.1 建模	197
7.3.2 仿真	210
7.3.3 结果分析	213
7.4 小结	216
参考文献	217

第八章 定性仿真的实际应用	218
8.1 工程和工业过程	219
8.1.1 蒸馏塔的简化定性模型	220
8.1.2 基于蒸馏塔定性模型的智能控制	224
8.2 电子电路分析和故障诊断	226
8.2.1 故障诊断	226
8.2.2 模拟电路故障诊断系统 DEDALE	226
8.3 社会经济领域的建模仿真	229
8.3.1 简单的市场占有率的定性模型 SHANEX	230
8.3.2 模型的扩展	232
8.3.3 更接近实际的市场占有率预测模型	233
8.4 医药和医疗诊断	238

8.4.1 肾脏模型	238
8.4.2 对环境变化的正常反应	240
8.4.3 对治疗方法的仿真	242
8.5 小结	244
参考文献	244

第一章 定性建模中的不确定性

本章是本书的基础理论部分,主要讲述不确定性的描述、度量及处理方法。定性仿真的主要特色在于:它不像数值仿真那样必须有精确的数学模型,能够应用和处理不精确、不确定、不完全、不确切等这些不确定性的知识,并能够根据这样的知识产生所需要的结果。这里,不确定性是一个多维的概念,它可以指由于缺乏精确、详尽的指定或者限制而表现出不精确特性的量或者过程,也包括条件不充足的随机性、外延不明确的模糊性和条件不明确的冲突等。现给出几个典型的自然语言中不确定性的例子,像描述频率的“经常”、“很少”、“一般会”,以及描述动作的“升高”、“降低”等没有精确的数学量值的量,甚至包括人类的抽象思维方式和其它模糊的过程。这些描述量是定性仿真无法回避的东西,也是定性仿真研究的基本对象和处理问题的基本方法。本章的结构为:第一节是有关概率论和模糊数学的基础,第二节是精确量和模糊量的转化,第三节是模糊量的度量,第四节是处理模糊量的方法和原则。这些知识也是人工智能中定性推理所要研究的课题。

1.1 有关概率论和模糊数学的基础

为了便于读者理解本书的内容,这里扼要介绍一些概率论和模糊数学的有关概念。

1.1.1 概率论

概率论和模糊数学研究的内容虽然都是不确定性,但有着本质的区别。概率论是以随机事件为研究和处理对象,它是从随机现象中研究广义的因果理论,因而所研究的事物有其明确的含义。但是由于发生的条件不充分,使得条件与事物的出现与否不能表现出决定性的因果关系,从而在事件的出现与否方面表现出了不确定性。由于这种不确定性是以随机形式表现出来的,故称其为随机不确定性。

社会需求是科技发展的动力,对于概率论和模糊数学的发展尤其如此。概率论正是应社会的需要而诞生的,并且在发展中形成了自己特有的概念和研究问题的方式。传统数学对确定量和现实世界的理想模型的描述可以说是游刃有余,然而遇见具有随机和模糊性质的量时,它便束手无策了。例如,在理想状态下相互作用的几个质点的运动,可以用几个变量的微分方程描述出来;然而,对著名的“布朗”运动,用列写微分方程的方法来描述做布朗运动的微粒的运动状态,在理论上是不可取的,在实践上也是不可能的。这是因为做布朗运动的微粒的约束因素太多,单是与其相互作用的分子的数目就无法计量,更不用说每个分子对其作用的情况和其它因素。还有另外一种情况,象掷骰子,因为掷骰子的人不同、所用力度不同、骰子在人手中的状态不同和周围环境的不同等,要确定骰子在某次掷出后出现某面向上是不可能的。这类问题还有很多,例如飞出去的炮弹偏离预计弹着点的方向和距离;掷

一枚硬币时出现正面或反面的情况;每天接到朋友电话的次数等等。这些事物的量在取值上都具有随机性,故称其为随机变量。在概率论中,随机变量是以随机事件的形式定义的,随机事件是指在随机实验中可能发生也可能不发生的结果,简记为事件。

对于随机变化的量,虽然在具体的某次实验中的取值是随机的,但从一个较大的范围来讲,这些值是有规律的。例如投掷硬币时,如果投掷次数逐渐增加,硬币正反面出现的频率都会接近 0.5。也就是说这些随机变量虽然具有随机性,但还是遵循统计规律的,这种统计规律是概率论研究问题的理论基础。有了这个基础,就可定义概率论的基石——概率了。概率指事件发生频率的稳定值。对事件概率的研究总是在一定概率空间上进行的。在概率理论中,概率空间是定义成一个三元组 (Ω, Γ, P) ,这里 Ω 指样本空间,是概率事件的取值范围, Γ 指事件域, P 是概率。

给定概率空间 (Ω, Γ, P) 后,意味着我们在讨论一给定的实验。这样,事件 A 的概率 $P(A)$ 就是在一组固定条件 S 下的(实验)概率。如果除了不言而喻的条件 S 外,没有其它条件,则称 $P(A)$ 为独立事件 A 的无条件概率;但如果除了不言而喻的条件 S 外,已知事件 B 发生,并且事件 B 对事件 A 的发生有一定的影响,则事件 A 概率的发生条件就变为在通常条件下且已知 B 已发生,这时的概率称为条件概率,记为 $P(A|B)$,并且有:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

可见条件概率可以转化为非条件概率的形式求解。但如果事件 A 、 B 是独立的,也就是说事件 B 的发生对事件 A 发生与否没有任何影响时,仍然有 $P(A|B) = P(A)$,则称作概率的独立性,并且还有 $P(AB) = P(A)P(B)$ 。

概率论中,对随机变量概率的研究一般是通过概率分布函数进行的。概率分布函数是指能完整地描述随机变量概率值分布的函数,若设 X 为概率空间 (Ω, Γ, P) 的随机变量,则概率分布函数 $F(x)$ 被定义成:

$$F(x) = P(X < x), \quad -\infty < x < \infty$$

由于 $0 \leq F(x) \leq 1$, 所以通过 $F(x)$ 可以计算出随机变量 X 在任一取值范围的概率。

概率分布函数虽然能完整地描述出随机变量的概率性质,然而它往往不能够明显而集中地反映出随机变量的某些特点。例如,我们通常在说灯泡的使用寿命时,并不需要知道灯泡某一使用寿命的概率值,而需要知道的是灯泡的平均使用寿命和一般使用寿命偏离平均使用寿命的情况。一般来说,平均使用寿命愈长,一般使用寿命偏离平均使用寿命的值愈小,灯泡的质量就愈好。概率论中,对这类平均性质、偏离情况(个性差别)和线性相关程度等是通过数学期望、方差和相关系数来描述的。

在概率论中描述随机变量平均状况的数学期望 $E(X)$ 是这样定义的:设 X 为离散型随机变量,其概率分布为:

$$P(X = x_k) = p_k; \quad k = 1, 2, \dots$$

则记

$$E(X) = \sum_k x_k p_k$$

可见数学期望是以概率加权平均值的形式定义的。如果随机变量不是离散的,其数学期望也可以类似定义。

描述变量取值集中程度的方差定义为：

$$\text{Var}(X) = E(X - E(X))^2$$

上式表明随机变量 X 的方差是用来描述随机变量取值偏离其数学期望的程度；而协方差 $\text{Cov}(X, Y)$ 是用来描述二维随机变量 X, Y 的相关程度，它被定义为：

$$\text{Cov}(X, Y) = E(X - E(X))E(Y - E(Y))$$

鉴于概率论的研究已相当成熟，读者对这部分知识比较熟悉，故更多的内容就不再赘述。如有必要，读者可查阅有关书籍。

1.1.2 模糊数学

与概率论不同，模糊数学是研究和处理模糊现象的，它所研究对象的概念没有明确的外延，即一个非集合元素向一个集合元素的过渡不是突变的，而是渐近的。也可以说，一个集合与其补集没有明确的界限。并且，这种界限越模糊，该集合的模糊程度也就越高。举个例子说，像“青年人”集合与“中年人”集合的划分就没有一个明确的界限。这样，一个元素属于一个集合与否，并不严格遵守排中率，并不是严格的“非此即彼”，也可以是“亦此亦彼”。所以，一个元素可以既属于集合 A 同时也属于集合 B （假设集合 A 不等于集合 B ），甚至也可同时属于集合 $\bar{A}$ ，只不过是对于不同集合的隶属程度不同而已。这种由外延模糊所导致的不确定性称为模糊性，也常被人们称为可能性。

这里先作为例子给出一个模糊集合。取 X 为某一定义域上的全集，该全集上的模糊子集就可定义为：

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid \mu_A(x) \in [0, 1], x \in X\}$$

这里， $\mu_A(x)$ 称为 x 对于模糊子集 A 的隶属度， μ_A 称为模糊子集 A 的隶属函数。如果把 X 看作“人”的集合， A 便可以看作是“青年人”或者是“中年人”这样的模糊子集。可以看出，模糊集合与经典集合的一个显著区别是：在模糊集合中 $\mu_A(x) \in [0, 1]$ ，而不像在经典集合中它仅取 $\{0, 1\}$ 。上面这种表示方法被称作序偶法，当然也可以采用向量法、图形法等各种手段来描述一个模糊集合，这完全可以视方便而定。本章综合使用了多种表示方法。

下面给出一个具体的年龄划分的模糊集合的例子。以图形表示为：

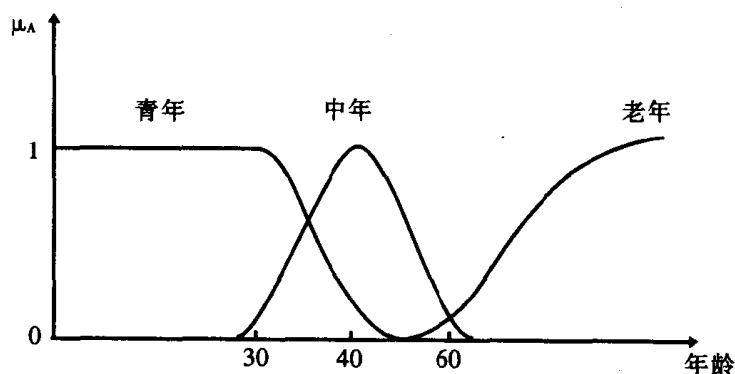


图 1.1.1 年龄的模糊划分

上图中隶属度的值是依据一般社会观念大致确定的。隶属函数是一个模糊集合中最具

有决定性作用的成分,从下面两条性质可以看出它的重要性之所在:

1. 在全集 X 中,若对任意 $x \in X$ 都有 $\mu_A(x) = 1$, 称 A 为全集,记为 $A = X$; 反之,若对任意 $x \in X$ 都有 $\mu_A(x) = 0$, 称 A 为空集,记为 $A = \Phi$ 。

2. 对任意 $A, B \in \rho(X)$, 如有 $x \in X$ 都有 $\mu_A(x) \geq \mu_B(x)$, 称 A 包含 B , 记为 $A \supseteq B$; 若任意 $x \in X$ 都有 $\mu_A(x) = \mu_B(x)$, 称 A 等于 B , 记为 $A = B$ 。

这里 $\rho(X)$ 指 X 的幂集,以下若无特殊指定均指幂集,不再重复说明。可见,模糊集合之间的运算完全是由隶属函数决定的(本节最后将给出隶属函数的通常确定方法),并且是逐点隶属度值的运算。下面给出模糊集合运算的几条法则。

先定义几个运算符: $\vee$: 取大; $\wedge$: 取小; $+, -$: 算术和, 算术差

几条运算法则:

并运算: $A \cup B \Rightarrow \mu_{A \cup B} = \max(\mu_A \vee \mu_B)$

交运算: $A \cap B \Rightarrow \mu_{A \cap B} = \min(\mu_A \wedge \mu_B)$

补运算: $\bar{A} \Rightarrow \mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A$

代数积: $A \cdot B \Rightarrow \mu_{A \cdot B} = \mu_A \cdot \mu_B$

代数和: $A + B \Rightarrow \mu_{(A+B)} = \mu_A + \mu_B - \mu_A \cdot \mu_B = 1 - (1 - \mu_A)(1 - \mu_B)$

可以证明,这些运算遵循:

(1) 幂等律: $A \cup A = A, A \cap A = A$

(2) 交换律: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

(3) 结合律: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(4) 吸收律: $(A \cap B) \cup B = B, (A \cup B) \cap B = B$

(5) 分配律: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(6) 零一律: $A \cup X = X, A \cap X = A$

$A \cup \Phi = A, A \cap \Phi = \Phi$

(7) 否定之否定律: $\bar{\bar{A}} = A$

(8) De-Morgan 律: $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$

$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$

但它对补余律一般并不成立。例如:

取 $A = \frac{1}{a} + \frac{0.8}{b} + \frac{0.4}{c} + \frac{0.2}{d} + \frac{0}{e}$,

则 $\bar{A} = \frac{0}{a} + \frac{0.2}{b} + \frac{0.6}{c} + \frac{0.8}{d} + \frac{1}{e}$

$\mu_{(A \cup \bar{A})}(b) = \mu_A(b) \vee \mu_{\bar{A}}(b) = 0.8 \vee 0.2 = 0.8 \neq 1$

以上八条法则读者可以自己证明。

1.1.3 隶属函数的确定方法

隶属函数的建立一般没有固定的方法,但要求隶属函数必须能够反映出所要反映的客观事物的规律,所以它因具体情况的不同而不同。这里给出几种常见的确定法,读者可以参