

长度计量测试丛书

圆柱齿轮测量

唐启昌 编著



中国计量出版社

长度计量测试丛书

第十五分册

圆柱齿轮测量

唐启昌 编著

长度计量测试丛书编委会审订

中国计量出版社

内 容 提 要

本书是《长度计量测试丛书》第十五分册。主要介绍渐开线圆柱齿轮各参数的测量方法、测量数据处理、测量仪器以及精度分析。

本书共分六章，主要内容包括：渐开线圆柱齿轮的啮合原理及精度；齿厚和公法线长度的测量；齿形和基节的测量；周节及齿圈径向跳动的测量；齿向、接触线及波度的测量；单啮、双啮及整体误差的测量。

本书是在新的齿轮标准 JB 179—83 颁布实施以后编写成书的。本书采用符合 ISO 国际齿轮标准的定义和代号。可供中等以上文化程度计量测试人员、工程技术人员、科研工作者以及大专院校有关专业师生参考。

长度计量测试丛书第十五分册

圆 柱 齿 轮 测 量

唐启昌 编著

长度计量测试丛书编委会审订

责任编辑 朱桂兰

中国计量出版社出版

(北京和平门内大街11区7号)

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经营

—

开本 787×1092 1/32 印张 11.75

字数 265 千字 印数 1—15 000

1987 年 5 月第一版 1987 年 5 月第一次印刷

统一书号 15210·715

定价 3.50 元

前 言

长度计量测试丛书是根据计量出版社关于按学科分类组编丛书的总体计划，由中国计量测试学会几何量专业委员会配合计量出版社组织编写的。

党的十二大提出：到本世纪末力争使全国工农业的年总产值翻两番。为实现此宏伟目标，必须发展机械工业，因为机械工业是国民经济的装备部，应该适当超前。而标准化和计量测试仪器与技术测量是机械工业发展的基础和先决条件，因此必须更超前于机械工业。在计量测试学科领域中，长度的计量测试是重要的一个方面。随着机械产品愈益向精密方向发展，介绍长度计量测试方面的知识、科研成果及经验，以便为机械工业未来的发展打好基础、积蓄力量、创造条件，实为当务之急。这就是组织这套丛书的目的。

翻两番，振兴经济，必须依靠科学技术的进步。科学技术需要大量学有专长的专业人材去掌握。目前我国计量测试领域内很多职工缺乏必要的科学知识和操作技能，熟练工人和科学技术人员严重不足。为适应未来经济发展的需要，现在必须立即着手培养计量专业的人才，提高现有计量测试人员的科学技术水平。近年来更有大批青年新同志参加工作，他们是发展计量测试科学技术的重要力量，迫切需要系统地学习一些计量基础知识，以便结合工作实践更快地提高技术水平，促进计量科学技术的进步。这套丛书主要是针对这部分人员编写的。当然也可作为计量测试短训班的教材或参考资料，并可供大专院校师生及有关工程技术人员和科研工作

者参考。

丛书比较全面地将长度计量测试领域中所涉及的基础理论、基本知识和实用技术等进行了深入浅出的阐述，重点放在计量测试技术的实际运用方面，同时也简要地对有关技术的发展动向作些介绍。

整套丛书共有二十个分册，每一分册独立论述一个专题。为照顾系统性和便于读者学习，有些内容在不同的分册中有些重复，但侧重点各不相同，这样就把丛书的系统性和分册的独立性统一起来，读者可根据自己的需要选择学习。

本丛书在组编过程中，得到计量出版社的全面支持，还得到有关计量部门、大专院校、科研机构、工矿企业和广大计量工作者的支持和关心，我们在此深表谢意。

限于我们的经验和水平，这套丛书可能存在不少缺点和错误，我们衷心欢迎广大读者给予批评指正。

长度计量测试丛书编委会

一九八三年元月十六日

长度计量测试丛书编委会

主 编： 梁晋文

副主编： 许金钊 徐孝恩

编 委： (按姓氏笔划排列)

王轶铮 许金钊 朱桂兰

刘瑞清 何 贡 陈林才

李继楨 李隆铸 庾以溱

林洪桦 费业泰 徐孝恩

黄生耀 黄福芸 梁晋文

目 录

第一章 渐开线圆柱齿轮的啮合原理及精度	(1)
一、渐开线圆柱齿轮的啮合原理及几何参数	(1)
(一) 渐开线及其特点	(1)
(二) 渐开线圆柱直齿轮的几何参数	(4)
(三) 渐开线圆柱斜齿轮的主要参数	(9)
(四) 渐开线圆柱齿轮正确啮合的条件	(14)
(五) 齿轮与齿条的啮合	(17)
(六) 变位齿轮的啮合	(19)
(七) 渐开线圆柱齿轮几何尺寸的计算公式	(22)
二、渐开线圆柱齿轮传动的精度和公差标准	(27)
(一) 齿轮传动的精度要求	(27)
(二) 齿轮传动的公差标准	(30)
三、渐开线圆柱齿轮误差分析	(47)
(一) 影响传递运动准确性的误差	(48)
(二) 影响传动平稳性的误差	(56)
(三) 影响载荷分布均匀性的误差	(58)
(四) 影响齿侧间隙的误差	(59)
四、齿轮的检验与验收	(60)
(一) 齿轮误差的检验组	(61)
(二) 齿轮副的检验和要求	(61)
(三) 测量齿轮仪器的选择	(66)
第二章 齿厚和公法线长度的测量	(68)
一、齿厚的测量	(68)
(一) 分度圆弦齿厚的测量	(69)

(二) 固定弦齿厚的测量	(74)
二、公法线长度的测量	(77)
(一) 公法线长度的计算	(78)
(二) 公法线长度的测量方法	(84)
三、M 值的测量	(89)
(一) M 值的计算	(90)
(二) M 值的极限偏差与公差	(94)
(三) M 值的测量方法	(95)
四、基准齿形位移的测量	(97)
第三章 渐开线齿形和基节的测量	(100)
一、渐开线仪器及其测量原理	(100)
(一) 渐开线比较测量仪	(101)
(二) 渐开线绝对测量仪	(115)
(三) 渐开线仪器一览表	(133)
二、齿形的测量和渐开线仪器的使用	(133)
(一) 齿形误差标准	(134)
(二) 测量长度的确定	(136)
(三) 齿形误差曲线的性质	(140)
(四) 齿形误差曲线的处理	(142)
(五) 在测量齿形工作中应该注意的几个问题	(147)
(六) 小模数齿轮的齿形测量	(152)
(七) 渐开线仪器的使用	(152)
三、渐开线仪器的温度影响及量值统一	(156)
(一) 渐开线仪器的温度变化	(156)
(二) 渐开线仪器的温度变形计算	(160)
(三) 渐开线仪器的量值统一	(162)
四、圆盘杠杆式万能渐开线检查仪的精度分析	(167)
(一) 万能渐开线检查仪的误差分析	(167)
(二) 圆盘杠杆式万能渐开线检查仪的精度分析	(169)
五、齿面粗糙度的测量	(187)

六、基节的测量	(191)
(一) 基节和基节测量仪器	(192)
(二) 基节的测量方法	(194)
第四章 周节及齿圈径向跳动的测量	(198)
一、周节偏差和周节累积误差及其测量仪器	(198)
(一) 周节误差及其表示方法	(199)
(二) 周节测量仪器	(200)
二、周节的绝对测量法	(203)
(一) 测量方法和测量仪器	(203)
(二) 绝对测量法的精度	(214)
三、周节的相对测量法	(218)
(一) 测量方法和测量仪器	(219)
(二) 相对测量法的数据处理	(230)
(三) 跨齿测量	(238)
(四) 相对测量法的精度	(247)
四、齿圈径向跳动的测量	(253)
(一) 测量方法和测量仪器	(253)
(二) 测量头的选择	(254)
(三) 提高齿圈径向跳动测量精度的措施	(256)
第五章 齿向、接触线及波度的测量	(262)
一、齿向误差的测量	(262)
(一) 直齿齿向误差的测量	(263)
(二) 斜齿齿向误差的测量	(264)
(三) 齿向误差曲线分析与处理	(282)
(四) 齿向误差测量精度分析	(287)
二、接触线误差的测量	(294)
(一) 齿轮接触线的形成	(294)
(二) 齿轮接触线检查仪	(295)
三、螺旋线波度的测量	(298)
(一) 波度的评定参数	(299)

(二) 螺旋线波度的技术特征	(300)
(三) 螺旋线波度的测量方法	(301)
第六章 齿轮的综合测量	(304)
一、概述	(304)
二、双面啮合综合检查	(306)
(一) 双面啮合综合检查原理和双啮仪	(306)
(二) 双面啮合综合检查中的几个问题	(308)
(三) 双面啮向综合检查的误差图形分析	(314)
三、单面啮合综合检查	(317)
(一) 单面啮合综合检查原理及单啮仪	(318)
(二) 单面啮合综合检查结果的评定	(323)
(三) 单面啮合综合检查用的标准元件	(324)
四、齿轮整体误差的测量	(325)
(一) 齿轮整体误差的测量原理和方法	(325)
(二) 齿轮整体误差曲线的处理	(332)
(三) 逐齿坐标点测量法	(335)
附录	(339)
一、中华人民共和国机械工业部标准 JB 179—83	
《渐开线圆柱齿轮精度》中的公差和偏差表	(339)
二、度、分、秒及弧度	(360)

第一章 渐开线圆柱齿轮的

啮合原理及精度

齿轮是各种机器设备中经常用到的一种重要传动零件。由于科学技术和生产的发展，许多机器所需的动力及速度愈来愈增加，对其工作精度的要求也越来越高。因此，对齿轮这一传动件的设计、制造和测试方面都提出了更高的要求。

一、渐开线圆柱齿轮的啮合原理

及几何参数

渐开线圆柱齿轮具有许多优点，所以在齿轮传动中应用得最广泛。渐开线齿轮的各种参数是指设计、制造和测量时经常使用的参数，齿轮的各项尺寸或数据都是用齿轮传动中最基本的参数：齿数、模数、压力角和螺旋角等来计算的。

（一）渐开线及其特点

渐开线是一条直线（发生线）沿着一个定圆（基圆）作无滑动的纯滚动，该动直线上任一点的平面运动轨迹曲线〔图 1—1(a)〕。也可以这样来看，以一线绳绕在圆周上，绳的一端拴上一支铅笔，将绳拉紧并逐渐展开，则铅笔在纸上画出来的曲线就是渐开线〔图 1—1(b)〕。绕绳的这个圆叫作基圆，圆的半径以 r_b 表示；展开的直线为发生线，如 $\overline{kn}$ ，它也是渐开线在 k 点的曲率半径，其长度为 ρ_k ，对应的展开

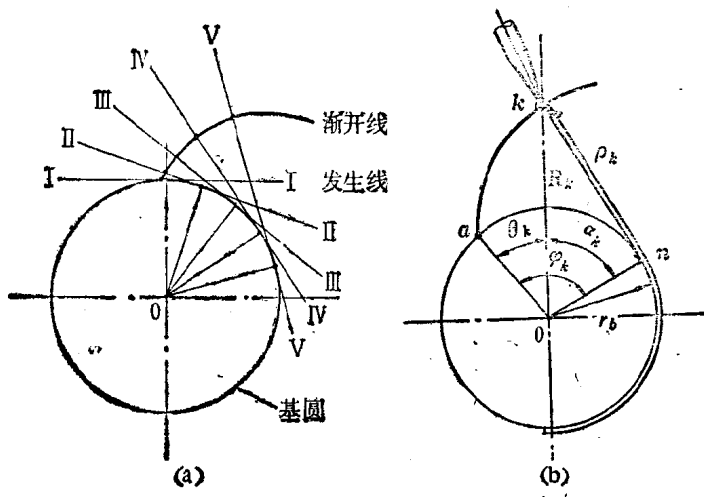


图1—1 渐开线形成原理

角为 φ_k 。

从渐开线的形成原理可知，渐开线有以下特点：

(1) 发生线 $\overline{kn}$ (在渐开线上的任一点 k) 恒垂直于渐开线，且与基圆相切，切点 n 就是发生线运动的瞬时中心。
 $\overline{kn}$ 的长度等于作用角 φ_k 在某基圆上所对应的弧长 $\widehat{an}$ ，即

$$\rho_k = \overline{kn} = \widehat{an} = r_b \varphi_k \quad (1-1)$$

而 $\rho_k = r_b \operatorname{tg} \alpha_k \quad (1-2)$

图中向径 $\overline{Ok}$ 与 $\overline{On}$ 的夹角 α_k 称为渐开线上 k 点的压力角，意思是当齿廓在 k 点与另一齿廓啮合时，该点所受的正压力 P 与该点运动方向 (线速度 v) 之间的夹角。由图 1—1(b) 可知有：

$$\cos \alpha_k = \frac{\overline{On}}{\overline{Ok}} = \frac{r_b}{R_k} \quad (1-3)$$

上式说明压力角 α_k 随向径 R_k 的增大而增大, 在基圆上压力角等于零。 α_k 不可能大于 90° , 因为那样 R_k 将为无穷大。一般渐开线齿轮最大的压力角在齿顶。

(2) 对应于渐开线起点 a 至任一点 k 的圆心角 θ_k (图 1—1(b)) 称为渐开线角, 用压力角 α_k 的函数来表示, 即称渐开线函数, 记为 $\text{inv } \alpha_k$ 。

$$\text{inv } \alpha_k = \theta_k = \varphi_k - \alpha_k$$

因为
$$\varphi_k = \frac{\widehat{an}}{r_b} = \frac{\rho_k}{r_b} = \text{tg } \alpha_k$$

所以
$$\text{inv } \alpha_k = \text{tg } \alpha_k - \alpha_k \quad (1-4)$$

为了简化计算, α_k 与 $\text{inv } \alpha_k$ 的对应数值关系, 可查渐开线函数表。

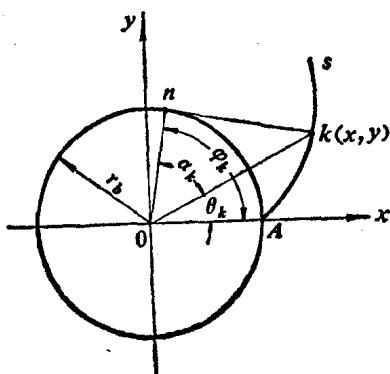
(3) 渐开线除可用向径 R_k 及渐开线角 θ_k 以极坐标方程式表示外, 还可由直角坐标方程来表示 (图 1—2)。设坐标原点为基圆圆心零, 则任一点 k 的坐标 x 、 y 分别为:

$$\begin{aligned} x &= r_b(\cos \varphi_k + \varphi_k \sin \varphi_k) \\ y &= r_b(\sin \varphi_k - \varphi_k \cos \varphi_k) \end{aligned} \quad (1-5)$$

为计算简便, 将式中函数按麦克劳林级数展开, 并取近似值, 即

$$\sin \varphi_k \doteq \varphi_k - \frac{\varphi_k^3}{3!}$$

$$\cos \varphi_k \doteq 1 - \frac{\varphi_k^2}{2!}$$



将上式代入式(1—5), 则

图1—2 渐开线直角坐标

$$x \pm r_b + \frac{1}{2} r_b \varphi_k^2 \left(1 - \frac{\varphi_k^2}{3} \right) \quad (1-6)$$

$$y \pm \frac{1}{3} r_b \varphi_k^3$$

(4) 当向径 R_k 由渐开线的起始点 a 回转过一个渐开线角 θ_k 时〔图 1-1(b)〕, 对应渐开线的长度 s 可用下式计算:

$$s = \rho_k \frac{\varphi_k}{2} = \frac{1}{2} r_b \varphi_k^2 \quad (1-7)$$

(5) 渐开线上所有的点都在基圆以外。基圆相同, 则渐开线相同; 基圆越大, 渐开线越平直。当基圆半径 $r_b \rightarrow \infty$ 时, 渐开线就变成垂直于发生线的直线, 即为齿条齿廓。

用渐开线作为齿轮齿廓, 具有以下优点, 所以渐开线齿轮被广泛采用。

(1) 从原理上讲, 能保证互相啮合的齿轮瞬时传动比为常数, 且能在相互啮合的齿轮副中心距发生变化时, 传动比也保持不变, 因此传动较平稳。

(2) 传递动力大, 速度高 (在蜗轮减速器中可达 5 万千瓦, 在汽轮机中的线速度达 150m/s), 且结构比较紧凑轻便。

(3) 传动效率高, 可达 90% 以上。

(4) 能用同一把刀具加工出齿数不同的齿轮。

(二) 渐开线圆柱直齿轮的几何参数

为了使齿轮具有互换性, 便于加工、修配和测量, 同时也为了简化计算, 需对渐开线齿轮的几何参数予以标准化。

1. 分度圆、模数和标准压力角

为了确定齿轮的基本尺寸, 首先在齿轮上规定出一个称

为分度圆的圆，在该圆上的齿厚与齿槽宽相等。分度圆上的齿距称为周节。在给分度圆定义之前，先谈谈模数。

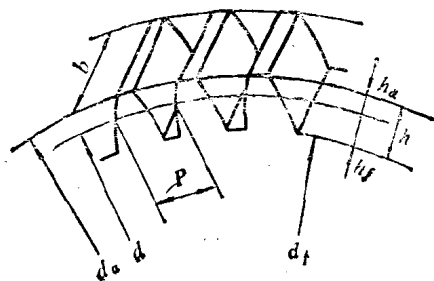


图1—3 齿轮的几何参数

如图 1—3 所示，设分度圆直径为 d ，齿轮的齿数为 z ，由于相邻两齿之间的齿距 P 是相等的，故

$$\pi d = zP \quad \text{或} \quad \frac{d}{z} = \frac{P}{\pi} = m$$

所以人们就用参数 P/π 来表示齿轮轮齿的大小，叫做模数，用 m 表示，单位为 mm。模数大则轮齿尺寸大。分度圆直径相同的齿轮，模数大则齿数少；反之亦然。因为 $d/z = m$ ，故模数可理解为每一齿占有分度圆直径的长度。

ISO 54—1977 国际模数标准系列中规定的模数标准值如表 1—1 所示。标准推荐优先采用第一系列模数值，括弧内的数值尽量不用。该标准适用于渐开线圆柱齿轮，对于斜齿轮是指法向模数 m_n 。

在汽车和拖拉机制造业中，为了获得短齿齿轮，还常采用两个大小不等的模数来设计齿轮的齿高，即分度圆用较大的模数来计算，轮齿高采用正常的齿高系数，但都用较小

表1—1 模数标准系列 (ISO54—1977)

第一系列	第二系列	第一系列	第二系列	第一系列	第二系列
0.1		1		10	
0.12		1.25		12	(11)
0.15		1.5		16	14
0.2		2	1.75	20	18
0.25		2.5	2.25	25	22
0.3		3	2.75	32	28
	0.36		(3.25)		
			3.5		
0.4		4	(3.75)		36
0.5		5	4.5	40	45
0.6		6	5.5	50	
	0.7		(6.5)		
			7		
0.8	0.9	8	9		

的模数来计算，这就是所谓的双模数制。

使用公制的国家采用模数制，使用英制的国家有的采用模数制，有的采用径节制。美国格里森等厂家还采用节距制。

径节 (DP) 为模数的倒数，可理解为分度圆直径每一吋长度所包含的齿数。

节距 (CP) 是由径节导出的，为一个齿在分度圆上所

占的长度 (in)。

节节与节距和模数的换算关系如下:

$$m = \frac{1}{DP} 25.4(\text{mm}) = 8.09 CP(\text{mm}) \quad (1-8)$$

$$DP = \frac{3.14}{CP} (\text{in}) \quad (1-9)$$

设计齿轮时所依据的一个圆, 即在直径为 d 的圆周上分布着 z 个齿的圆叫分度圆或分圆。分圆上的模数 m 和渐开线的压力角 α 都是标准的。公制规定分度圆上的压力角为 $\alpha = 20^\circ$, 英制规定为 $14\frac{1}{2}^\circ$ 或 15° , 根据不同情况而定。

压力角不同, 齿的形状也不同, 压力角大轮齿肥胖, 压力角小轮齿瘦小, 如图 1—4 所示。当基圆趋向无穷大时, 渐开线齿形将趋近于直线齿形, 即齿条。

根据前面渐开线的形成原理可知, 分度圆半径 r 与基圆半径 r_b 、分度圆压力角 α 之间的关系如图 1—5 所示:

$$r_b = r \cos \alpha$$

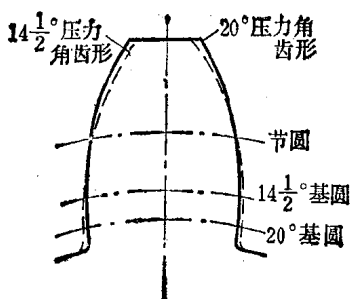


图 1—4 齿形与压力角

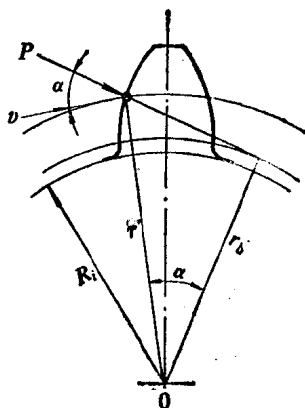


图 1—5 分度圆压力角