

# 断裂·损伤 理论及应用

FRACTURE AND DAMAGE  
THEORIES AND  
THEIR APPLICATION

尹双增

清华大学出版社



# 断裂损伤理论及应用

钱伟长题



尹 双 增



清华大学出版社

## 内 容 简 介

本书系统地阐述了断裂力学的物理概念、基本原理、计算方法和测试技术、工程应用等,也扼要地叙述了损伤力学的基本理论和方法,并用断裂力学和损伤力学相结合的方法研究了工程实际应用问题,尤其是混凝土材料的断裂损伤分析。本书内容可供从事力学、材料科学及土木、水利、交通、铁道、航空等系统的研究人员、工程技术人员及大专院校有关专业师生阅读和参考。

(京)新登字 158 号

### 断裂、损伤理论及应用

尹 双 增

清华大学出版社出版

北京 清华园

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本:850×1168 1/32 印张:12 字数:312 千字

1992 年 12 月第 1 版 1992 年 12 月第 1 次印刷

印数:0001~3000

ISBN 7-302-01079-X/TB·13

定价:8.90 元

# 前 言

断裂力学是最近二、三十年才发展起来的一门新兴学科,它能解决一些传统力学所不能解决的问题,是传统力学的补充和发展。损伤力学则是近十年发展起来的更新的一门学科。这两门学科在研究理论和方法上有很大的不同,但又有内在的联系,都属于固体力学深入发展的新学科,在一些问题上可以结合起来研究和运用。

本书系统地叙述了断裂力学的物理概念、基本原理、计算方法、测试技术和工程应用等,同时也扼要地叙述了损伤力学的原理和方法,并且用断裂力学和损伤力学相结合的方法研究混凝土材料破坏问题。

本书共分十章。第一至第七章叙述断裂力学的基本理论;第八章研究断裂力学的一般工程应用;第九章着重研究混凝土材料的断裂破坏问题;第十章叙述损伤力学的基本原理及其在混凝土中的应用。

本书的出版得到了海南省科技厅领导的有力支持和帮助。荣幸的是本书还得到了钱伟长教授的首肯并且亲自题写书名。在此作者表示由衷的感激。同时,海南大学耿泽峻副教授做了大量细致的校核工作,徐国定副研究员做了联系组织工作,吴亚生老师做了精心的封面设计;海南省公路局陈运平先生、黎蔚芬女士做了图表绘制工作,在此一并感谢。

由于作者水平有限,加之时间仓促,本书可能有不少疏漏、错误,敬请读者指教。

作 者

1992

# 目 录

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| 第一章 绪论 .....                        | 1   |
| § 1.1 断裂力学的由来和产生 .....              | 1   |
| § 1.2 断裂力学的研究对象和任务 .....            | 2   |
| § 1.3 应力集中和断裂破坏 .....               | 3   |
| § 1.4 断裂韧性和应力强度因子的概念 .....          | 4   |
| 第二章 裂纹尖端附近应力应变场 .....               | 7   |
| § 2.1 裂纹的基本形式 .....                 | 8   |
| § 2.2 平面应力状态与平面应变状态 .....           | 9   |
| § 2.3 平面问题的弹性方程 .....               | 12  |
| § 2.4 复变函数的基础知识 .....               | 17  |
| § 2.5 威斯特葛尔德应力函数 .....              | 20  |
| § 2.6 I 型裂纹尖端附近的应力应变场 .....         | 25  |
| § 2.7 II 型、III 型裂纹尖端的应力应变场 .....    | 33  |
| § 2.8 用极坐标表示的裂纹应力场 .....            | 36  |
| 第三章 应力强度因子的计算 .....                 | 41  |
| § 3.1 三种基本裂纹应力强度因子的计算 .....         | 41  |
| § 3.2 复合型裂纹应力强度因子的计算 .....          | 50  |
| § 3.3 有限宽板穿透裂纹应力强度因子的计算 .....       | 62  |
| § 3.4 平板的表面裂纹和杆的圆周裂纹应力强度因子的计算 ..... | 75  |
| § 3.5 用光弹性法求应力强度因子值 .....           | 79  |
| § 3.6 叠加原理及其应用 .....                | 83  |
| § 3.7 实际裂纹的近似处理 .....               | 91  |
| § 3.8 塑性区及其修正 .....                 | 97  |
| § 3.9 含裂纹体的能量分析 .....               | 109 |
| 第四章 平面应变断裂韧性 $K_{Ic}$ 测试原理和方法 ..... | 117 |

|            |                                                  |     |
|------------|--------------------------------------------------|-----|
| § 4.1      | $K_{Ic}$ 的定义和表达式                                 | 117 |
| § 4.2      | 测试原理和测试方法                                        | 123 |
| § 4.3      | 试验数据分析                                           | 129 |
| <b>第五章</b> | <b>裂纹断裂判据</b>                                    | 136 |
| § 5.1      | 单一型裂纹的断裂判据                                       | 136 |
| § 5.2      | 复合型裂纹形成原因及其判据需解决的问题                              | 140 |
| § 5.3      | 最大周向正应力理论[( $\sigma_\theta$ ) <sub>max</sub> 判据] | 141 |
| § 5.4      | 能量释放率理论( $G$ 判据)                                 | 145 |
| § 5.5      | 应变能密度理论( $S$ 判据)                                 | 148 |
| § 5.6      | 等 $\bar{\omega}$ 线上的最大正应力理论                      | 157 |
| § 5.7      | 理论和实验的比较                                         | 159 |
| <b>第六章</b> | <b>COD 原理及其判据</b>                                | 162 |
| § 6.1      | 弹塑性断裂力学的提出                                       | 162 |
| § 6.2      | COD 概述和定义                                        | 163 |
| § 6.3      | 线弹性条件下的 COD                                      | 164 |
| § 6.4      | D-M 模型(带状屈服模型)                                   | 166 |
| § 6.5      | 卡斯提安诺定理和帕里斯公式                                    | 167 |
| § 6.6      | COD 计算公式的推导                                      | 170 |
| § 6.7      | 全面屈服条件下的 COD 判据                                  | 179 |
| § 6.8      | 裂纹尖端临界张开位移 $\delta_c$ 的测试                        | 182 |
| <b>第七章</b> | <b>J 积分原理及其判据</b>                                | 185 |
| § 7.1      | 引言                                               | 185 |
| § 7.2      | J 积分的定义                                          | 185 |
| § 7.3      | J 积分守恒性的证明                                       | 188 |
| § 7.4      | 线弹性状态下 J 积分与 $K_I$ , $G$ 的关系, J 积分能量解释           | 191 |
| § 7.5      | 弹塑性状态下 J 积分的能量公式                                 | 194 |
| § 7.6      | J 积分和裂纹尖端应力应变场的关系(HRR 理论)                        | 202 |
| § 7.7      | J 积分和 COD 的关系                                    | 206 |
| § 7.8      | J 积分判据和对其简单评价                                    | 208 |
| § 7.9      | 临界 J 积分( $J_{Ic}$ )的测试                           | 209 |
| <b>第八章</b> | <b>断裂力学在工程中的应用</b>                               | 214 |

|                                 |            |
|---------------------------------|------------|
| § 8.1 断裂-安全设计 .....             | 214        |
| § 8.2 交变应力下断裂设计 .....           | 222        |
| § 8.3 应力腐蚀断裂 .....              | 231        |
| § 8.4 压力容器断裂前渗漏设计 .....         | 236        |
| <b>第九章 混凝土断裂力学分析 .....</b>      | <b>239</b> |
| § 9.1 混凝土破坏和断裂机制 .....          | 239        |
| § 9.2 混凝土缝端应力状态和强度特性 .....      | 269        |
| § 9.3 混凝土断裂韧度 .....             | 283        |
| § 9.4 混凝土断裂判据 .....             | 314        |
| <b>第十章 损伤力学及其在混凝土中的应用 .....</b> | <b>323</b> |
| § 10.1 损伤力学概述 .....             | 323        |
| § 10.2 损伤机制和连续损伤介质 .....        | 325        |
| § 10.3 研究损伤力学问题的基本理论和方法 .....   | 332        |
| § 10.4 损伤变量和损伤模型 .....          | 343        |
| § 10.5 损伤检测方法和检测技术 .....        | 350        |
| § 10.6 混凝土损伤分析 .....            | 353        |
| <b>附录 .....</b>                 | <b>363</b> |
| 一、应力强度因子的常用公式 .....             | 363        |
| 二、断裂力学中常用法定计量单位 .....           | 374        |
| <b>参考文献 .....</b>               | <b>377</b> |

# 第一章 绪 论

## § 1.1 断裂力学的由来和产生

断裂力学是近三十多年来发展起来的一门学科,是固体力学的一个新兴的重要分支,由于它和其它许多学科以及工程技术有着密切的联系,所以这门学科得到了迅速的发展。为了了解断裂力学的由来和产生背景,我们首先看看常规的强度计算理论和它存在的问题。长期以来,工程上对构件或结构的计算方法,是以材料力学和结构力学为基础的。它通常假定材料是个均匀的连续体,避开客观存在的裂纹和缺陷,计算时只要工作应力不超过许用应力,就认为结构安全,反之就不安全。工作应力根据载荷情况、构件几何尺寸计算出来,许用应力则根据工作条件和材料性质选用,强度条件为:

$$\sigma \leq [\sigma] = \frac{\sigma^0}{k} \quad (1.1)$$

$\sigma$ ——构件危险点的工作应力

$[\sigma]$ ——选用的材料许用应力

$\sigma^0$ ——材料的极限应力

$k$ ——安全系数

常规的强度计算理论认为,只要满足上述条件,构件就能安全使用。对于实际结构中可能存在的缺陷和其它考虑不到的因素,都放在上式的安全系数里考虑。这种传统的强度计算方法已有一百多年的历史了,它在过去的工程设计中发挥了重要的作用。但是,

工程中一系列“低应力脆断”事故的发生,动摇了上述设计思想的安全感。1950年美国北极星导弹发动机壳体试验时的爆炸破坏,就是一例。它的屈服强度是1600MPa,但在试验时工作应力只到700MPa就爆炸了。比利时刚建成不久的一座大桥,跨度75.4m,突然发生巨大开裂,整座桥断成三截。据统计,在1938年—1943年期间,象这样破坏的焊接桥梁有40座之多。人们经过长期的观察研究发现,这些破坏事故具有共同的特点:

1. 破坏时工作应力水平大大低于材料的屈服应力;
2. 破坏均起源于构件内微小的裂纹。

这些特点一方面说明,在某些情况下,传统的强度计算方法并不能保证构件安全;同时也使人们认识到,对含有裂纹的物体必须作进一步的研究,对微小的裂纹必须作进一步的力学分析。断裂力学就是在这个基础上应运而生的。

## § 1.2 断裂力学的研究对象和任务

断裂力学是研究带裂纹体的强度以及裂纹扩展规律的一门学科。由于研究的主要对象是裂纹,因此,也有叫“裂纹力学”的。它的主要任务是:研究裂纹尖端附近应力应变情况,掌握裂纹在载荷作用下的扩展规律;了解带裂纹构件的承载能力,从而提出抗断设计的方法,以保证构件的安全工作。由于断裂力学能把含裂纹构件的断裂应力和裂纹大小以及材料抵抗裂纹扩展的能力(即 $K_{Ic}$ )定量地联系在一起,所以它不仅能圆满地解释常规设计不能解释的“低应力脆断”事故,而且也为避免这类事故找到了办法,同时它也为发展新材料,创造新工艺指明了方向,为材料的强度设计打开了一个新的领域。正因为这些原故,断裂力学引起了各学科、各工程技术部门的广泛重视和应用,从而获得了迅速的发展。

当然,也不能说常规的强度计算理论可以不要了,断裂力学可

以代替一切了。断裂力学应看作常规设计的发展和补充。它有自己的特定条件,这就是:第一,它的对象是含裂纹或缺陷的物体;第二,要有一个容易促使断裂的应力,一般来讲,比较容易发生断裂的是拉应力;第三,材料本身的微观结构对脆断敏感,即它的断裂韧性比较低。这三个条件合在一起才有可能发生断裂,不是在什么情况下都要用断裂力学,它根本不能完全代替常规的强度设计。常规强度计算对于一般材料(如中低强度钢)在常温、静载下的强度计算,特别是对于塑性破坏还是适用的。

### § 1.3 应力集中和断裂破坏

我们已知道,含裂纹构件的断裂应力比无裂纹构件的破坏应力要低得多,这是什么道理呢?

如有有、无裂纹的两构件,在它们受同样外力作用时,我们看它们的应力分布有什么不同。如图 1.1 所示。两构件都受到单向拉力作用。显然,无裂纹构件的应力是均匀分布的,即截面上每一点的应力都等于

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

式中  $A$  为构件截面面积。如用应力线的概念表示应力,则对无裂纹体,由于应力是均匀分布的,其应力线也是均匀分布的,如图 1.1(a)所示。对有裂纹的构件(如裂纹长度为  $2a$ ),假定受同样的外力  $P$  作

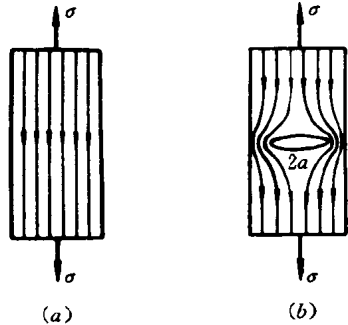


图 1.1 有、无裂纹体的应力分布

用,这时裂纹附近截面上的应力分布就不再均匀了,应力线也不是均布的了。这是因为裂纹内表面是空腔,没有应力作用,因而应力

线不能通过,只有被迫绕过裂纹挤在裂纹的两端。这样,长度为  $2a$  的裂纹上的应力线全部挤在裂纹尖端,使裂纹尖端的应力线密度增大,因而使裂纹尖端的应力增大。这就是说,在裂纹尖端小区域内,应力值远比截面上的平均应力大,即造成了应力集中现象。显然,裂纹越长,应力集中现象越严重。当这种局部集中应力大到临界断裂应力值时,裂纹快速扩展,裂纹尖端材料分离,因而使带有裂纹的构件的强度大为降低,在低于材料屈服强度时,就可能断裂破坏。这就是含裂纹构件的断裂应力远比无裂纹构件破坏应力低的原因。

由此可以看出,断裂破坏和应力集中有着密切的联系。

## § 1.4 断裂韧性和应力强度因子的概念

从上面的分析可以看出,构件含有的裂纹愈长,应力集中愈严重,构件的断裂应力也就愈低。对于大量含裂纹构件断裂事故的分析 and 大量实验都表明:

1. 断裂应力  $\sigma_c$  和裂纹尺寸  $a$  的平方根成反比,即

$$\sigma_c \propto \frac{1}{\sqrt{a}};$$

2. 断裂应力  $\sigma_c$  也与裂纹的形式、加载方式有关,即

$$\sigma_c \propto \frac{1}{\sqrt{a} Y}$$

其中  $Y$  是与裂纹形状及加载方式有关的量。

对于每一种特定工艺状态下的材料来说,

$$\sigma_c \sqrt{a} Y = \text{常数}$$

这个常数表明材料抵抗断裂的能力。我们把这个常数称为材料的断裂韧性(或叫断裂韧度)用  $K_{Ic}$  表示,即

$$K_{Ic} = \sigma_c \sqrt{a} Y \quad (1.2)$$

显然,  $K_{Ic}$  愈大表明材料抵抗断裂的能力愈大。各种材料的  $K_{Ic}$  值是可以实验手段测试出来的。

关于应力强度因子的概念, 我们可以通过下面一个实例来考察。如图 1.2 所示, 在试样中心有一个长度为  $2a$  的穿透裂纹, 外加拉应力和裂纹平面垂直。如采用图中坐标系, 则可以证明, 在裂纹尖端附近有如下的应力分布:

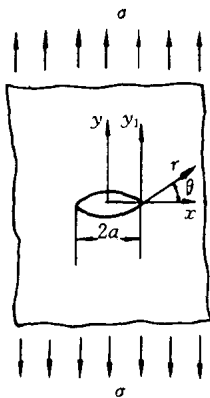


图 1.2 I 型裂纹

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right\} \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right\} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

由 (1.3) 式可以看出, 各应力分量中都含有  $K_I$ , 它是与裂纹大小、形状和应力有关的量, 脚注 I 表明在外力作用下裂纹张开, 叫张开型裂纹或叫 I 型裂纹。对于裂纹尖端附近的某一点 A, 其坐标  $r$  是已知的, 式中其余项都是角度  $\theta$  的函数。由此可知, 该点的内应力大小完全由  $K_I$  决定。 $K_I$  大, 裂纹尖端各点的应力就大。 $K_I$  控制和决定了裂纹尖端附近的应力场, 它是应力强度的决定因素, 所以断裂力学中把  $K_I$  称为应力场的强度因子, 简称应力强度因子。它的表达式为:

$$K_I = \sigma \sqrt{a} Y \quad (1.4)$$

显然,随着外应力  $\sigma$  增大,  $K_I$  也不断增大,而裂纹尖端各点的内应力也随着  $K_I$  增大而增大。当  $K_I$  增大到某一临界值时,就能使裂纹尖端附近区域的内应力  $\sigma_s$  大到足以使材料分离,从而导致裂纹失稳扩展,试件断裂。这种临界状态所对应的应力强度因子称为临界应力强度因子。它在数值上就等于前述的材料的断裂韧性。很明显,当外应力  $\sigma$  增大到使  $K_I$  等于材料的断裂韧性  $K_{Ic}$  时,即

$$K_I = K_{Ic} \quad (1.5)$$

时构件就要断裂。

可以看出,  $K_I$  和  $K_{Ic}$  的关系,像  $\sigma$  和  $\sigma_s$  的关系一样,  $K_I$ ,  $\sigma$  都是属于工作应力的一方,  $K_{Ic}$ ,  $\sigma_s$  都是属于材料本身性能的一方。  $K_I$  是裂纹尖端应力场强度的度量,它和外加应力、裂纹大小、形状有关;而  $K_{Ic}$  则完全是材料的特性,它与外力、裂纹场无关,只和材料成分及加工工艺等有关。

## 第二章 裂纹尖端附近应力应变场

断裂和断裂力学分为宏观的和微观的两大类。工程断裂力学所涉及的内容是宏观的断裂力学,即在不涉及材料内部断裂机理的条件下,给出研究所必要的力学解答,从整体来说,仍然把构件看成是带有裂纹的均匀质连续体。

由于人们开始研究断裂力学时的侧重面是高强度、低韧性钢,这种材料在发生低应力脆断时几乎没有明显的塑性变形发生,因此是按线性弹性理论分析的,所以称为线弹性断裂力学。线弹性断裂力学所研究的构件都被看作是理想的线性弹性体,这和常规的强度计算是相同的,不同在于线弹性断裂力学是从构件具有初始裂纹(或缺陷)这一实际情况出发的。

建立在线弹性理论基础上的应力强度因子的观点,由于获得了巨大的成就和迅速的推广,所以它得到了广泛的采用。但同时也必须指出,它也有一定的限制,它只适用于高强度钢以及中、低强度钢在低温下使用或具有厚截面的构件。因为只有这些情况才会发生低应力脆性断裂。

在有些情况下,断裂时在裂纹尖端总难免发生塑性变形。但如果断裂前裂纹尖端发生的塑性变形区很小,也即塑性区的尺寸比裂纹的尺寸小一个数量级以上的小范围屈服情况,那么,仍然可以利用线弹性断裂力学的理论和方法解决问题,只是这时要引入塑性区的修正,才可以对应力强度因子  $K$  进行近似计算。

## § 2.1 裂纹的基本形式

由前面的分析可知,裂纹是引起脆断的主要因素,在我们研究裂纹尖端应力应变场以前,有必要对裂纹的形式进行分析和归纳。

一、按裂纹在构件中的位置,裂纹可分为:

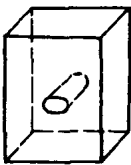
1. 穿透裂纹(图 2. 1a)
2. 表面裂纹(图 2. 1b)
3. 埋藏裂纹(图 2. 1c)

二、按照裂纹在外力作用下扩张方式又可分为三种形式:

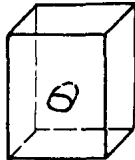
1. 张开型(I型): 在垂直于裂纹面的拉应力作用下,使裂纹张开而扩展。(图 2. 2a)

2. 滑开型(Ⅱ型): 在平行于裂纹表面而垂直于裂纹前缘的剪应力作用下,使裂纹滑开而扩展(图 2. 2b)

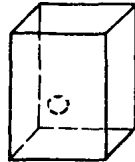
3. 撕开型(Ⅲ型): 在既平行于裂纹表面又平行于裂纹前缘的剪应力作用下,使裂纹撕开而扩展(图 2. 2c)



(a) 穿透裂纹



(b) 表面裂纹



(c) 埋藏裂纹

图 2. 1

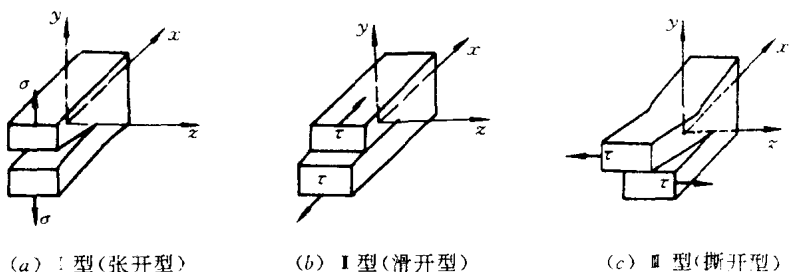


图 2.2 裂纹扩展的三种类型

如果裂纹同时受正应力和剪应力作用,这时 I 和 II 型(或 III 型)同时存在,称为复合型裂纹。

## § 2.2 平面应力状态与平面应变状态

任何一个弹性体都是空间物体,一般的外力都是空间力系,此时应力与应变都是三个坐标的函数,这就是空间问题。但在工程实际中当物体有特殊形状(三个尺寸中的一个尺寸远小于或远大于其他两个尺寸),并受到特殊的外力分布时,空间问题就可以简化为平面问题。这时只需要考虑平行于某一平面的应力、应变和位移,而这些量仅是二个坐标的函数。平面问题又可分为平面应力问题和平面应变问题。

### 一、平面应力状态

取一带裂纹的均匀薄板(图 2.3a),在板的平面内受到平行于板面的外力  $\sigma$  作用,因板很薄,可认为外力沿板厚无变化。在平行于板的平面内取直角坐标:以裂纹前缘上  $o$  点为坐标原点,沿裂纹方向为  $x$  轴,垂直于裂纹面方向为  $y$  轴,垂直于板面方面为  $z$  轴。可认为在整个薄板的两侧面各点上:

$$\sigma_z = 0 \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0 \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0$$

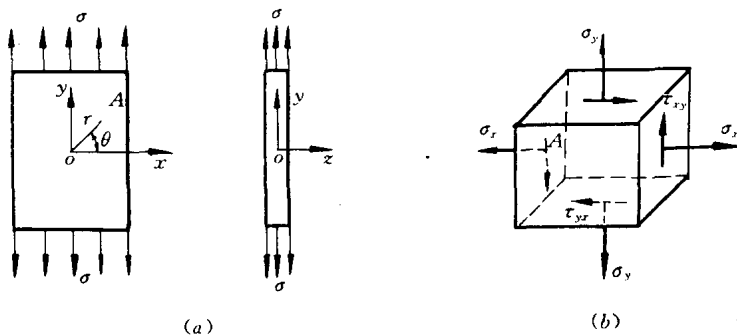


图 2.3 平面应力状态

由于板很薄,因此可以假定,在板内的任何一点处  $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{zy} = 0$ 。在距裂纹尖端附近的  $A$  点(极坐标为  $r, \theta$ )取单元体,则此单元体上只有平行于  $xoy$  平面的三个应力分量  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ (图 2.3b),而且这种应力分量只是  $(x, y)$  的函数,与  $z$  轴无关,这种情况称为平面应力状态。平面应力状态下的应力与应变关系为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \\ \tau_{xy} &= \mu \gamma_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

或:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \\ \varepsilon_z &= \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{\mu} \tau_{xy} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$