

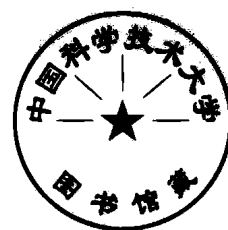
微波遥感理论

王宝发 编译

北京航空航天大学出版社

微波遥感理论

王宝发 编译



北京航空航天大学出版社

内 容 简 介

微波遥感利用遥远目标对电磁波的反射、散射和吸收取得数据以识别目标形态和特征。在积累大量实验数据基础上,人们做了相应的理论研究。目前微波遥感理论已成为进一步开发微波遥感技术的重要手段。

本书介绍了微波遥感的理论模式。首先讨论了分层媒质模式以及均匀媒质与离散颗粒组成媒质的体散射效应和相应的理论模。其次,阐明非球状颗粒的矢量辐射传输方程。以辐射传输理论解释单散射和多重散射问题。利用解析波理论讨论了后向散射增强现象,并对辐射传输方程进行修正。最后,讨论分立散射体致密分布时的电磁散射,介绍了适于致密物质电磁散射的理论模。

本书是一本以电磁散射为基础的微波遥感理论书籍。可供电磁散射、无线电物理、微波遥感或其它有关方面的科研人员、研究生、工程技术人员和高年级大学生作为参考。

D030/14

微波遥感理论 WEIBO YAOGAN LILUN

王宝发 编译

责任编辑 杨昌竹

北京航空航天大学出版社出版
新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经售
昌平环球科技印刷厂印装

开本: 787×1092 1/16 印张: 22.25 字数: 570千字
1989年2月第一版 1989年2月第一次印刷
印数: 1—1800册 定价: 4.40元
ISBN 7-81012-083-2/TN·005

前 言

微波遥感意指微波频段的无线电波与物质相互作用所呈现的传播特性。这种相互作用包括表面散射、体散射和辐射。微波遥感利用遥远目标对电磁波的反射、散射和吸收等取得数据以识别目标形态和特征。目前微波遥感已迅速发展成为一个监测地球大气和行星表面的重要工具。在军事、陆地、海洋以及大气等诸领域均有广泛用途。微波遥感不受天气和时间限制，能全天候应用。20多年来，人们积累了大量有源和无源遥感实测数据，对各种目标的微波遥感数据进行了整理。与此同时，理论上也做了相应的研究。目前，微波遥感理论已成为进一步开拓微波遥感应用的重要手段。

在理论模式发展过程中，人们首先研究了微波遥感在冰、雪和土壤湿度领域中的模式。后来又扩展到植物覆盖层、森林、云层和雨中的微波遥感理论模式。在上述地球物理领域的媒质内，无论是无源遥感的辐射计，还是有源遥感的雷达的电磁波响应中，体散射效应起了重要作用。

本书第二章我们讨论不考虑体散射效应时，来自分层媒质和粗糙表面的电磁波散射和发射，并且将此理论模式应用于土壤湿度的微波遥感中。

在体散射效应研究中，地带媒质常是由不同电特性的物质混合而成。因此，最初是以随机媒质模式进行研究的，如冰雪层和植物覆盖层等。散射特性随介质系数扰动幅度和相应于此扰动的相关长度而变化，且以相关函数描述。为了模拟散射体颗粒的分立性能，书中介绍了由均匀媒质和离散颗粒组成的媒质之理论模。

对来自航空、航天测量中的大量遥感数据，人们广泛地应用辐射传输理论予以解释。本书第三章介绍了非球状颗粒的矢量辐射传输方程，它可应用于有源和无源微波遥感中。与此同时，推导了衰减矩阵、相位矩阵和斯托克斯参量。

第四章对辐射传输方程数值解做了说明，并且将解应用于微波遥感问题中。首先对以点散射或瑞利散射体的单散射简单模式加以阐明。然后，讨论了复杂散射体的多重散射方程。

第五章用 Dyson 方程和 Bethe-Salpter 方程研究了解析波理论，以确定辐射传输理论的限制范围。同时本章还讨论了辐射传输理论不能解释的后向散射增强效应。此外，对有反射边界存在条件下，推出一组修正辐射传输方程，它包括了上行和下行波的相关性。

大量实验表明，辐射传输理论中独立散射的假设对致密媒质是不适用的。所谓致密媒质系指散射颗粒在媒质中所占的部分体积较大。大多数地球物理材料的组成是具有明显部分体积的物质混合物。因此，有必要发展一种适于致密物质的理论模式。第六章我们讨论了分立散射体致密分布时的电磁散射。对此种媒质的衰减常数和后向散射系数进行了详尽的讨论。

本书包括了无源和有源微波遥感的主要研究结果。这些材料来自 1975 年美国出版的“Active Microwave Workshop Report”，1985 年美国出版的“Theory of Microwave Remote Sensing”，1986 年美国出版的“Microwave Remote Sensing: Active And Passive”以及本书未列出的一些参考文献。它是一本以电磁散射为基础的微波遥感理论书籍。可供电磁散射、无线电物理、微波遥感或其它有关方面的研究生、科研人员、工程技术人员和高年级大学生作为参考。

编 者

一九八八年四月

目 录

第一章 引论

§1 有源遥感	(1)
§2 无源遥感	(2)
§2.1 热辐射	(2)
§2.2 单位强度	(5)
§2.3 亮度温度	(7)
§3 电磁场方程和并矢格林函数	(7)
§3.1 电磁场方程	(7)
§3.2 物质结构参量的特性	(9)
§3.3 并矢格林函数	(12)
§4 克希霍夫 (Kirchhoff) 定律	(14)
习题	(18)

第二章 分层媒质的散射和热辐射

§1 引言	(20)
§2 反射和传输	(21)
§3 分层媒质的并矢格林函数	(25)
§3.1 双层媒质的并矢格林函数	(25)
§3.2 分层媒质的并矢格林函数	(28)
§4 起伏—散逸理论	(30)
§4.1 起伏散逸理论介绍	(30)
§4.2 多层媒质的亮度温度	(32)
§5 周期不平表面的辐射与散射	(37)
§5.1 一些关系式	(38)
§5.2 耦合矩阵方程	(42)
§5.3 周期表面的发射率	(45)
§6 随机不平表面的散射和辐射	(47)
§6.1 克希霍夫法 (KA)	(48)
§6.2 微扰法	(66)
习题	(76)

第三章 辐射传输理论

§1 引言	(77)
§2 斯托克斯参量	(77)
§3 矢量辐射传输方程	(82)
§3.1 引言	(82)
§3.2 散射函数矩阵、斯托克斯矩阵和相位矩阵	(83)
§3.3 光学理论	(86)

§3.4 非球状颗粒的衰减矩阵	(88)
§3.5 发射矢量	(90)
§3.6 能量守恒和互易性	(93)
§4 简单物体的相位矩阵	(97)
§4.1 瑞利相位矩阵	(97)
§4.2 欧拉角	(99)
§4.3 给定取向分布小椭球的相位矩阵	(101)
§4.4 随机媒质的相位矩阵	(102)
§5 T 矩阵法-系统传输算子法	(103)
§5.1 矢量球面波	(103)
§5.2 T 矩阵与散射幅度矩阵、衰减和散射截面的关系	(107)
§5.3 酉阵和对称阵	(109)
§5.4 广义边界条件技术	(111)
§5.5 球体散射	(116)
§5.6 椭球体散射	(118)
§5.7 T 矩阵旋转	(119)
§5.8 取向分布给定的轴对称体之衰减系数和相位矩阵	(121)
§6 辐射传输方程的边界条件	(123)
§6.1 平面介质界面	(123)
§6.2 粗糙介质界面	(125)
习题	(128)

第四章 辐射传输方程的解及其在遥感中的应用

§1 引言	(130)
§2 迭代法	(130)
§2.1 不考虑散射时的热发射	(130)
§2.2 各向同性点散射物体的单散射	(133)
§2.3 球状颗粒层的无源遥感	(135)
§2.4 球状颗粒半空间的有源遥感	(140)
§2.5 非球状颗粒层的有源遥感	(143)
§2.6 各向同性点散射体的二阶解	(150)
§2.7 小球状颗粒的二阶解	(151)
§3 离散本征分析法	(155)
§3.1 无源遥感的辐射传输方程	(155)
§3.2 层结构的闭式解	(156)
§3.3 离散本征分析法	(159)
§3.4 三维随机媒质的热发射	(162)
§3.5 均匀介质半空间上球状散射体层的热发射	(165)
§3.6 均匀介质半空间上小球状散射体层的有源遥感	(175)
§4 恒定嵌入法在非均匀分布问题中的应用	(178)
§4.1 一维问题	(178)
§4.2 三维非均匀介质层的热发射	(184)
§4.3 三维随机媒质的热发射	(187)

§4.4 有非均匀吸收和温度分布情况下球状散射体的热发射	(187)
习题	(191)
第五章 分层随机媒质散射的解析波理论	
§1 引言	(193)
§2 分层随机媒质散射	(193)
§2.1 半空间随机媒质的有源遥感	(193)
§2.2 半空间随机介质有源遥感的去极化效应	(196)
§2.3 后向散射增强: 体散射	(198)
§2.4 层随机介质的有源遥感	(199)
§2.5 后向散射增强: 具有反射边界的体散射	(201)
§3 解析波理论	(203)
§3.1 平均场的 Dyson 方程	(203)
§3.2 双迹和非线性近似	(206)
§3.3 Bethe-Salpeter 方程	(209)
§3.4 各向同性点散射体的梯形近似及其与辐射传输理论的关系	(212)
§3.5 随机离散散射体的后向散射增强效应	(218)
§3.6 辐射传输方程的另一表示式	(224)
§3.7 附录	(227)
§4 强介电系数扰动	(227)
§4.1 具有球对称相关函数的随机媒质	(228)
§4.2 极低频有效介质系数	(229)
§4.3 双迹近似下的有效介质系数	(230)
§4.4 后向散射系数	(231)
§4.5 数字结果	(232)
§5 有反射边界体散射的修正辐射传输方程	(236)
§5.1 引言	(236)
§5.2 平均格林函数和平均场	(238)
§5.3 修正辐射传输方程	(242)
§5.4 数字结果说明	(244)
§5.5 附录	(245)
习题	(248)
第六章 随机离散散射体的散射	
§1 引言	(251)
§2 致密媒质散射的简单模式	(252)
§2.1 有效介质系数	(253)
§2.2 散射衰减与相关传播常数	(254)
§2.3 半空间散射体的相关反射和非相关散射	(256)
§3 多重散射方程及求解	(258)
§3.1 引言	(258)
§3.2 利用 N 颗粒并矢格林函数求解多重散射方程	(259)
§3.3 用 T 矩阵形式推导多重散射方程	(262)

§4 多重散射方程的近似	(269)
§4.1 多重散射方程的构形平均	(269)
§4.2 有效场 (Foldy) 近似	(271)
§4.3 准晶 (QCA) 近似	(273)
§4.4 相关位	(274)
§4.5 低频解	(277)
§4.6 能量守恒和二阶矩	(280)
§5 对分布函数	(282)
§5.1 引言	(282)
§5.2 Percus-Yevick 方程	(284)
§5.3 结构因子	(286)
§5.4 Verlet-Weis 近似	(286)
§5.5 小结	(288)
§6 半空间介质散射体的电磁波散射——垂直入射	(289)
§6.1 引言	(289)
§6.2 广义 Ewald-Oseen 衰减理论和 Lorentz-Lorenz 定律	(289)
§6.3 低频范围内的有效相位速度和衰减率	(293)
§6.4 高频区色散关系	(295)
§7 半空间介质散射体的电磁波散射——斜入射	(300)
§7.1 引言	(300)
§7.2 色散关系和相关反射波	(300)
§7.3 垂直和水平极化入射	(304)
§7.4 非相关散射强度	(306)
§7.5 低频范围内的解	(307)
§7.6 高频范围内的结果	(309)
§8 非球状颗粒散射	(313)
§8.1 引言	(313)
§8.2 广义 Ewald-Oseen 衰减理论和 Lorentz-Lorenz 定律	(313)
§8.3 相关反射波和非相关散射场	(315)
§8.4 稀疏颗粒散射场	(316)
§8.5 低频范围 Ewald-Oseen 理论和 Lorentz-Lorenz 定律	(317)
§8.6 数字结果	(320)
§9 相关位法的色散关系	(325)
§9.1 引言	(325)
§9.2 介质球的色散关系	(325)
§9.3 数字结果说明	(326)
§10 二阶矩的多重散射	(329)
§10.1 引言	(329)
§10.2 半空间媒质的一阶矩	(330)
§10.3 二阶矩辐射传输方程和周期传输方程	(332)
习题	(338)
参考文献	(340)

第一章 引 论

§1 有 源 遥 感

有源遥感是利用由发射系统和接收系统组成的雷达来进行的。通常单站雷达的发射、接收系统置于同一地方，且收发天线共用，而双站雷达的收发系统则分别安置在不同场所。发射机发出的信号到达目标后被散射，接收机测得来自特定方向的散射信号。接收功率 P_r 可由雷达方程表示如下〔1〕

$$P_r = \frac{P_t G_t}{L_t} \frac{1}{4\pi r_t^2 L_{m1}} \sigma_A \frac{1}{4\pi r^2 L_{m2}} \frac{G_r \lambda^2}{4\pi L_p} \frac{1}{L_p} \quad (1)$$

式中参量：

- P_t 以瓦计的发射机功率；
- G_t 目标方向上发射天线增益；
- L_t 发射系统损耗系数；
- L_r 接收系统损耗系数；
- r_t 发射机与目标之距；
- σ_A 雷达散射截面；
- L_{m1} 媒质中的传播损耗系数；
- L_{m2} 接收机与目标之距；
- G_r 目标方向上接收天线增益；
- λ 雷达波长；
- L_p 极化损失系数。

目标特性由具有面积量纲的 σ_A 表征，且它与方向和极化特性相关。 σ_A 的定义为

$$\sigma_A = 4\pi \lim_{r \rightarrow \infty} r^2 \frac{\overline{E^s} \cdot \overline{E^i}^*}{\overline{E^i} \cdot \overline{E^i}^*} \quad (2)$$

式中 $\overline{E^i}$ 和 $\overline{E^s}$ 分别为入射和散射场， $\cdot$ 号表示共轭值。若 $\overline{E}$ 为目标存在时空间的总场， $\overline{E^i}$ 为目标不存在时的入射场，则散射场为

$$\overline{E^s} = \overline{E} - \overline{E^i} \quad (3)$$

在地面和海洋回波情况，散射截面是相对于雷达照射面积 A 归一化的。此时，双站雷达的散射系数定义为

$$\gamma_{\theta_s, \phi_s; \theta_i, \phi_i} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{4\pi r^2 |\overline{E_\theta^s}|^2}{|\overline{E_\theta^i}|^2 A \cos \theta_i} \quad (4)$$

值得注意的是 $A \cos \theta_i$ 为照明面积 A 在垂直于入射波束面上的投影。因此，在 (θ_s, ϕ_s) 方向的 $d\Omega$ 空间角内，散射为 β 极化的相对功率为

物体的热辐射通常是由分子随机运动产生的碰撞所引起。碰撞速率取决于随机运动的动能。因而，碰撞速率和热辐射随温度的提高而增大。

为了求得温度与辐射功率的关系，我们考虑在热平衡状态下具有辐射场的某一封闭区域。先求出平衡状态下辐射场的能量密度谱，继而不难获致强度谱。在上述的封闭区域内，恰当的辐射模是理想光子——博斯-爱因斯坦 (Bose-Einstein) 统计法所支配的光子。它们是难以区别的，任意数目的光子可具有任意允许的模和状态。我们将找出封闭区内允许的模，求出每一模式的平均能量，进而解得体积 V 内频率间隔为 $d\nu$ 的能量，最终求解辐射场的能量密度谱。

为便于分析，我们选用长方六面体的金属腔来进行研究。设腔体尺寸为 a , b 和 d ，其间充满介质系数为 ϵ 的材料。它的谐振条件为

$$\nu^2 = \frac{1}{\mu\epsilon} \left[\left(\frac{l}{2a} \right)^2 + \left(\frac{m}{2b} \right)^2 + \left(\frac{n}{2d} \right)^2 \right] = \nu_x^2 + \nu_y^2 + \nu_z^2 \quad (1)$$

式中 l, m 和 $n = 0, 1, 2, \dots$ ，在频率间隔 $d\nu$ 内，谐振模的数量可由公式 (1) 和一简单图形的几何关系求得。图 1.2 示出 ν 空间内长方谐振腔的模式。图中每点与特定模相应。因此，

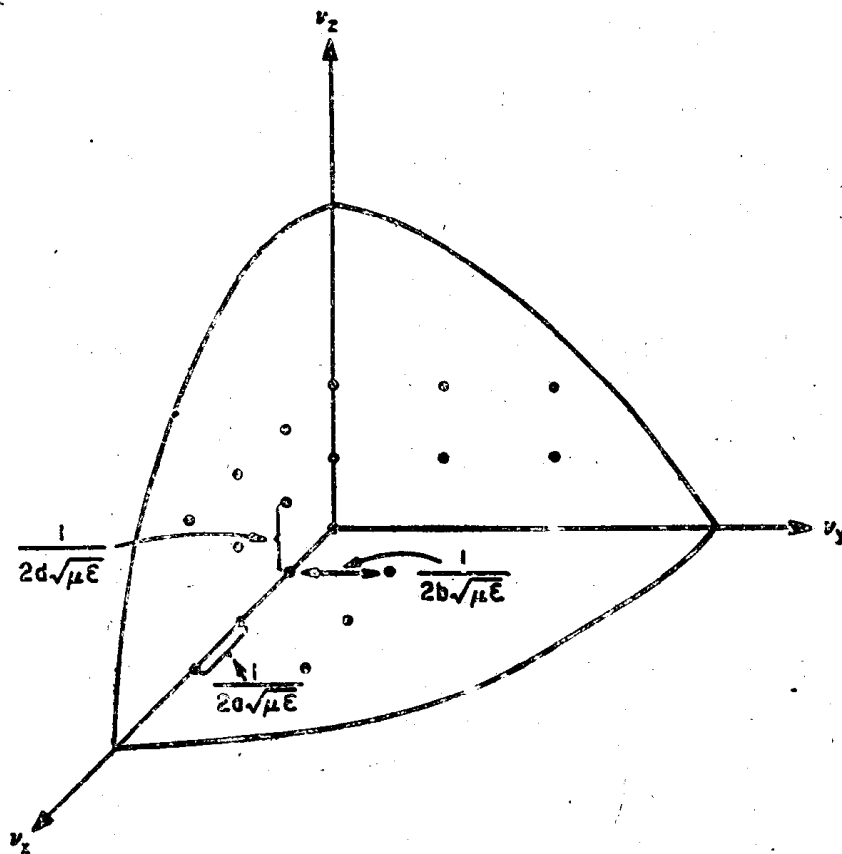


图 1.2 ν 空间内矩形谐振腔模

在 ν 空间内，一个模的体积是 $1/8abd(\mu\epsilon)^{3/2}$ ，且当用 V 表示谐振腔的实际体积时，模的体积可表示为 $1/8V(\mu\epsilon)^{3/2}$ 。若一四分之一半球壳的厚度为 $d\nu$ ，球的半径为 ν 时，则此壳体内包含的模的数量是

$$N_{(\nu)} d\nu = \frac{4\pi\nu^2 d\nu}{8} \times 8V(\mu\epsilon)^{3/2}$$

考虑到腔模中包含的 TE 模和 TM 模两种类型, 故总的模数为

$$N_{(\nu)} d\nu = 8\pi\nu^2 V d\nu (\mu\epsilon)^{3/2} \quad (2)$$

如果具有 ν 频率的某一模中有几个光子, 那么该模的能量为 $E = nh\nu$ 。利用波耳兹曼 (Boltzmann) 概率分布, 具有频率 ν 的某一状态之概率为

$$P(E) = Be^{-E/KT} \quad (3)$$

式中 B 是归一化常数, K 为波耳兹曼常数 (1.38×10^{-23} 焦耳/°K), T 为绝对温度 °K。因此, 频率为 ν 的某个模式的平均能量 $\bar{E}$ 可用下式表示

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} EP(E)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(E)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-nh\nu/KT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/KT}} \\ \bar{E} &= \frac{h\nu}{e^{h\nu/KT} - 1} \end{aligned} \quad (4)$$

每单位体积单位频率间隔内的辐射能量的总和是 $w_{(\nu)} = N_{(\nu)} \bar{E} / V$ 。因此,

$$w(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3 (\mu\epsilon)^{3/2}}{e^{h\nu/KT} - 1} \quad (5)$$

为了求得辐射强度, 考虑某面积 A 厚度为无限小量 d 的一薄片, 在单位频率间隔内, 薄片将包含辐射能量

$$W = 8\pi Ad(\mu\epsilon)^{3/2} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/KT} - 1} \quad (6)$$

沿 θ 方向空间角 $d\Omega$ 内放射的辐射功率为 $2I \cos \theta Ad\Omega$, 其中 I 是每个极化的单位辐射强度, 而且辐射脉冲将持续一时间间隔 $d\sqrt{\mu\epsilon}/\cos \theta$ 。因此, 辐射能量为

$$W = \int d\Omega 2IA \cos \theta \frac{d\sqrt{\mu\epsilon}}{\cos \theta} = Id\sqrt{\mu\epsilon} 8\pi A \quad (7)$$

由 (6), (7) 两式可见

$$I = \mu\epsilon \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/KT} - 1} \quad (8)$$

在瑞利-琼斯 (Rayleigh-Jean) 近似条件 ($h\nu/KT \ll 1$) 下对一导磁率为 μ 、介电系数为 ϵ 的材料而言, I 值为

$$I = \frac{KT}{\lambda^2} \frac{\mu\epsilon}{\mu_0\epsilon_0} \quad (9)$$

式中 $\lambda = c/\nu$ 为自由空间波长。在自由空间

$$I = KT/\lambda^2 \quad (10)$$

由式 (10) 给出的单位强度的量纲为 $Wm^{-2}Hz^{-1}Sr^{-1}$ 。其中 W 是瓦特, m 是米, Hz 是赫芝, Sr 为空间角度。

图 1.3 示出以 T 为宗量的 I 和频率的关系曲线族。此曲线族即普朗克辐射定律的曲线。在低频条件下, 它与瑞利-琼斯曲线基本相近, 故瑞利-琼斯定律是普朗克定律的低频近似。图 1.4 对

$T = 300^\circ\text{K}$ 时普朗克定律和瑞利-琼斯定律的比较。由图可见当频率 $f < 1.2 \times 10^{11}\text{Hz}$ 时，两曲线的差异小于 1%。因此，瑞利定律可在微波领域应用。

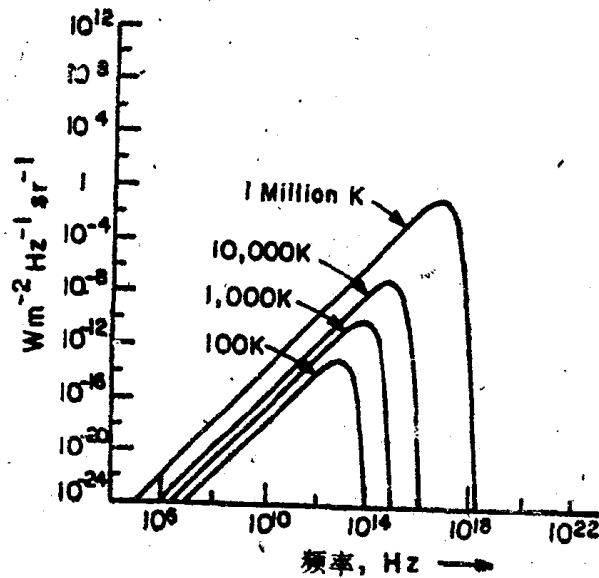


图 1.3 普朗克辐射定律曲线

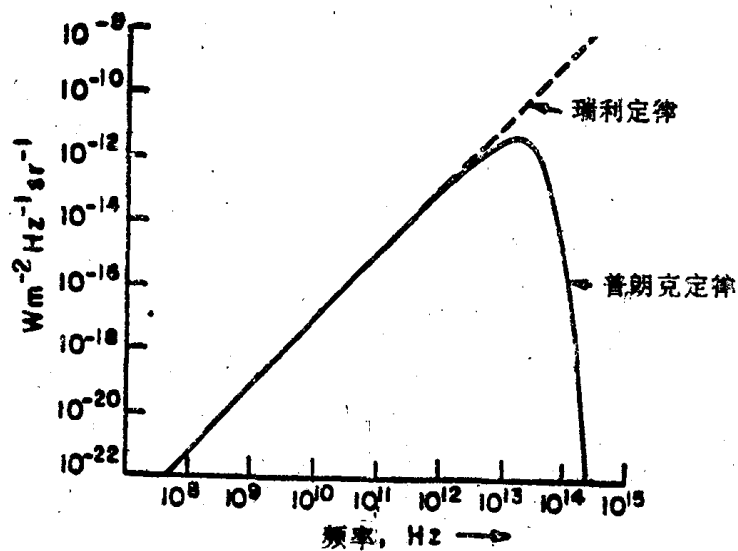


图 1.4 普朗克定律与瑞利-琼斯定律比较

§2.2 单位强度

辐射传输理论的基本量是单位强度。在空间角 $d\Omega_1$ 内利用单位强度 $I(\vec{r}, \hat{s})$ 表示的单位频率间隔内通过一微元 da_1 的功率为

$$dP = I(\vec{r}, \hat{s}) \cos \theta_1 da_1 d\Omega_1 d\nu \quad (1)$$

式中 θ_1 为 $\hat{s}$ 与 da_1 外法线方向 $\hat{n}_1$ 的交角, $\hat{s}$ 为辐射方向。空间角 $d\Omega_1$ 如图 1.5 所示。单位强度的计量单位为 $\text{Wm}^{-2}\text{Sr}^{-1}\text{Hz}^{-1}$, 且通常随空间不同点而变化, 同时也与每点处的辐射方向相关。若辐射单位强度与方向无关时, 人们称之为各向同性的, 单位强度和空间位置无关时, 称之为均匀的。

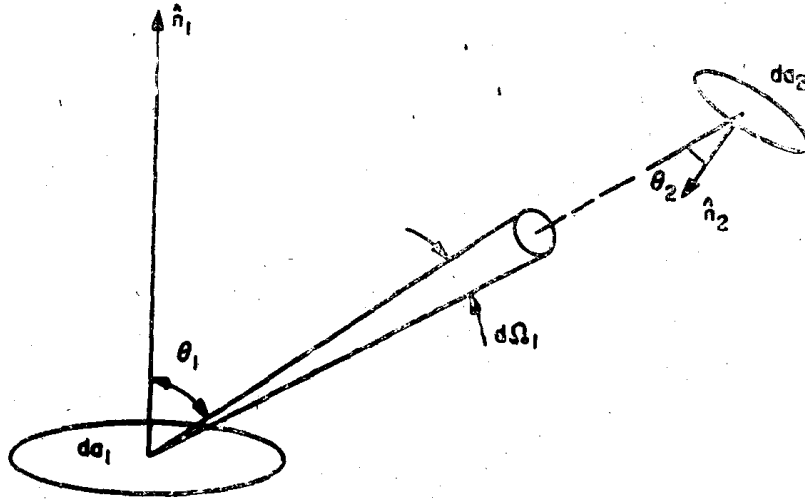


图 1.5 发射元 da_1 和接收元 da_2 的单位强度

考虑图 1.5 中一接收元 da_2 , 它的外法线方向 $\hat{n}_2$ 与 $\hat{s}$ 的交角为 θ_2 , da_1 和 da_2 之距为 r 。在 da_1 处, da_2 所张之立体角为 $d\Omega_1 = \cos \theta_2 da_2 / r^2$ 。由 da_2 所截获的功率是

$$dP_2 = I(\vec{r}, \hat{s}) \cos \theta_1 da_1 \frac{da_2}{r^2} \cos \theta_2 d\nu \quad (2)$$

由于在 da_2 处, 由 da_1 所张之立体角为

$$d\Omega_2 = \frac{da_1}{r^2} \cos \theta_1$$

因而

$$dP_2 = I(\vec{r}, \hat{s}) d\Omega_2 da_2 \cos \theta_2 d\nu \quad (3)$$

显然, 不论发射状态还是接收状态, 辐射功率的表示式可以相同形式描述。即

$$dP = I(\vec{r}, \hat{s}) \cos \theta d\Omega da d\nu \quad (4)$$

由此, 我们可以导出一个重要的性质, 即在自由空间单位强度 I 具有不变性。图 1.6 示出单位强度传输的不变性。图中相距为 r 的自由空间两点 $\vec{r}_1$ 和 $\vec{r}_2$, 它们的微元分别为 da_1 和 da_2 , 两点连线的方向为 $\hat{s}$ 。设 $\vec{r}_1$ 和 $\vec{r}_2$ 处的单位强度分别为 I_1 和 I_2 。那么, 人们可以两条途径来求得由 da_2 所接收的功率。利用 I_1 , 接收功率为 $I_1 da_1 d\Omega_1 d\nu$, 利用 I_2 , 接收功率为 $I_2 da_2 d\Omega_2 d\nu$ 。由于为 da_2 所接收之功率值是唯一的, 所以

$$I_1 da_1 d\Omega_1 d\nu = I_2 da_2 d\Omega_2 d\nu \quad (5)$$

鉴于 $d\Omega_1 = da_2 / r^2$ 和 $d\Omega_2 = da_1 / r^2$, 故 $I_1 = I_2$ 。这表明在自由空间沿射线单位强度是不变的。

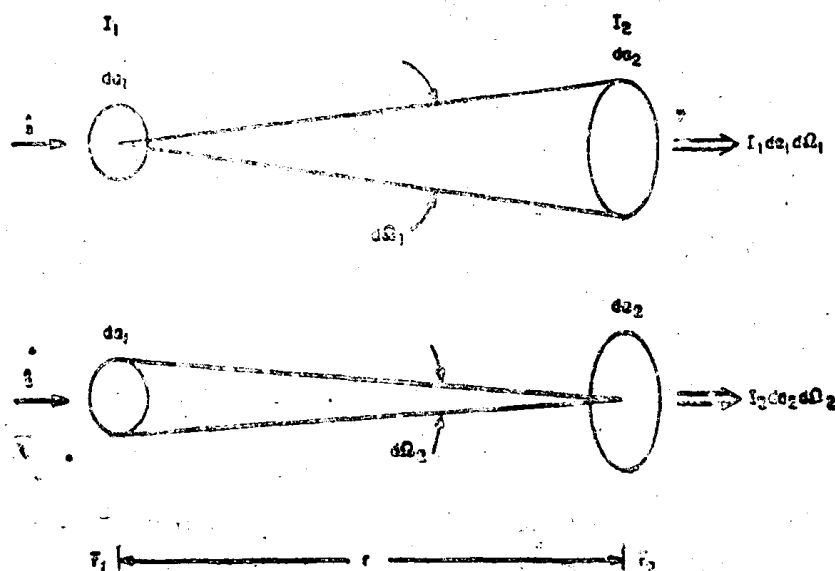


图 1.6 单位强度的传输不变性

§2.3 亮度温度

一物体表面吸收之热能与入射到它上面总热能之比率称为该物体的吸热率。一个黑体可以定义为一个理想的辐射体，其吸热率 $\alpha = 1$ 。根据克希霍夫定律，物体吸热率 α 等于其辐射系数 e 。因此，一黑体的辐射系数 $e = 1$ 。

实际上，普通物体的热辐射比黑体小，且辐射的单位强度与辐射方向以及极化相关。在无源遥感中，以辐射计作为接收器来接收所观察物体发射出的单位强度 $I_\beta(\theta, \phi)$ 。下标 β 表示极化情况， (θ, ϕ) 是辐射方向相关的角度。一称之为亮度温度 $T_{\beta B}(\theta, \phi)$ 的等效辐射计温度可定义如下：

$$T_{\beta B}(\theta, \phi) = I_\beta(\theta, \phi) \frac{\lambda^2}{K} \quad (1)$$

若物体具有均匀的物理温度 T ，则辐射系数 $e_\beta(\theta, \phi)$ 可定义为

$$e_\beta(\theta, \phi) = T_{\beta B}(\theta, \phi) / T \quad (2)$$

对一黑体而言，将 §2.1 中式 (10) 代入本节式 (1) 和 (2)，不难求出黑体之 $e_\beta(\theta, \phi) = 1$ 。利用 §2.2 中式 (1) 和本节 (1) (2) 两式，可以求得 β 极化情况下每单位频率间隔的辐射功率为

$$dP_\beta(\theta, \phi) = e_\beta(\theta, \phi) \frac{KT}{\lambda^2} \cos \theta d\alpha d\Omega dv \quad (3)$$

§3 电磁场方程和并矢格林函数

§3.1 电磁场方程

MKS 制中麦克斯韦 (Maxwell) 方程为

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho \quad (4)$$

式中 $\bar{E}$ 是电场强度, $\bar{H}$ 是磁场强度, $\bar{D}$ 为电位移矢量, $\bar{B}$ 是磁通密度, ρ 为电荷密度, $\bar{J}$ 是电流密度。 $\bar{J}$ 和 ρ 满足电流连续性方程

$$\nabla \cdot \bar{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

式 (1)~(5) 中所有量均为复数相量, 以 $\bar{B}$ 为例, 我们有 $\bar{B}_{(r,t)} = \text{Re} \bar{B}_{(r,\omega)} e^{-j\omega t}$, $\bar{B}_{(r,\omega)}$ 即为空间和角频率 ω 的函数, 称之为复相量。

为了描述媒质中场对物质分子原子中电荷的作用, 电磁理论引进了一个极化强度的概念。极化强度 $\bar{P}$ 的量纲为库仑/米²。 $\bar{P}$ 可视作第二位的源, 它与电位移矢量 $\bar{D}$ 有如下关系:

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P} \quad (6)$$

介质中每一点处之 $\bar{E}$ 和 $\bar{P}$ 的关系是和电荷运动的动力学微分方程相联系的。对运动电荷而言, 其运动方程为

$$m \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} + m\nu \frac{d\bar{r}}{dt} + K\bar{r} = q\bar{E} \quad (7)$$

式中 m 为电荷 q 的质量, ν 为阻尼系数或碰撞率, K 是表征弹性恢复力的一个常数, $\bar{r}$ 是电荷自平衡位置位移的一个矢量, 极化强度或感应偶极矩 $\bar{P} = q\bar{r}$ 。

在频域内, 公式 (7) 可写成如下形式

$$(K - m\omega^2 - j\omega m\nu) \bar{r} = q\bar{E} \quad (8)$$

由此, 极化强度 $\bar{P} = q\bar{r}$ 为

$$\bar{P} = q\bar{r} = \frac{q^2 \bar{E}}{K - m\omega^2 - j\omega m\nu} = \epsilon_0 \chi_e(\omega) \bar{E} \quad (9)$$

式中 $\chi_e(\omega)$ 为 ω 的复标量函数, 称为介质的极化率。显然 $\bar{D}$ 和 $\bar{E}$ 的关系为

$$\bar{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \bar{E} = \bar{\epsilon} \bar{E} \quad (10)$$

$\bar{\epsilon}$ 称介质的介电常数。应注意的是, 在时域内, $\bar{D}$ 和 $\bar{E}$ 的关系不像式 (10) 那么简单。当频率较低, 惯性力、阻尼力和弹性力比较起来可以忽略时, 我们才可写为 $\bar{D} = \epsilon \bar{E}$ 。对多数材料而言, 在包括微波波段在内的频率上, $\bar{D} = \epsilon \bar{E}$ 都是正确的, 这种 ϵ 与 ω 无关的材料称为非色散材料。

公式 (10) 仅仅适用于各向同性媒质内, 在此种媒质内 $\bar{P}$ 与 $\bar{E}$ 同向。但是在各向异性媒质内, $\bar{P}$ 和 $\bar{E}$ 不同向, χ_e 和 ϵ 是用二阶并矢的关系表示。通常其关系为:

$$\bar{P} = \epsilon_0 \bar{\chi}_e \cdot \bar{E} \quad (11)$$

$$\bar{D} = \epsilon_0 (\bar{1} + \bar{\chi}_e) \cdot \bar{E} = \bar{\epsilon} \cdot \bar{E} \quad (12)$$

式中 $\bar{\chi}_e$ 和 $\bar{\epsilon}$ 的每个分量均为 ω 的复函数。 $\bar{1}$ 是单位并矢。 $\bar{\epsilon}$ 有 9 个分量, 它可写为

$$\overline{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \hat{x} \hat{x} + \epsilon_{xy} \hat{x} \hat{y} + \epsilon_{xz} \hat{x} \hat{z} \\ \epsilon_{yx} \hat{y} \hat{x} + \epsilon_{yy} \hat{y} \hat{y} + \epsilon_{yz} \hat{y} \hat{z} \\ \epsilon_{zx} \hat{z} \hat{x} + \epsilon_{zy} \hat{z} \hat{y} + \epsilon_{zz} \hat{z} \hat{z} \end{pmatrix} \quad (13)$$

利用逆二阶并矢，我可由式(12)求得 $\overline{E} = \overline{\epsilon}^{-1} \cdot \overline{D}$ 。

在磁化媒质中，有类似关系。磁化强度 $\overline{M}$ 与磁场强度 $\overline{H}$ 的关系也可通过磁化率并矢 $\overline{\chi}_m$ 表示为：

$$\begin{aligned} \overline{M} &= \overline{\chi}_m \cdot \overline{H} \\ \mu_0 \overline{H} &= \overline{B} - \overline{\mu}_0 \overline{M} \\ \overline{B} &= \mu_0 (\overline{H} + \overline{M}) = \mu_0 (\overline{1} + \overline{\chi}_m) \cdot \overline{H} = \overline{\mu} \cdot \overline{H} \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\overline{\mu}$ 是并矢导磁率。 $\overline{\chi}_m$ 和 $\overline{\mu}$ 的每个分量均是 ω 的复函数。在时域内， $\overline{M}$ 和 $\overline{H}$ 之关系以磁化动态微分方程表示。

方程(11)~(14)称状态方程， $\overline{\epsilon}$ 和 $\overline{\mu}$ 称状态参量。电磁场对媒质体的宏观作用就是通过状态方程和状态参量来描绘的。当 $\overline{\epsilon}$ 、 $\overline{\mu}$ 与位置无关时，媒质就是均匀的。在非均匀媒质内， $\overline{\epsilon}$ 和 $\overline{\mu}$ 均为位置的函数。

对大多数导体而言，传导电流 $\overline{J}$ 和场强 $\overline{E}$ 满足 $\overline{J} = \sigma \overline{E}$ 。 σ 是物质的导电率，其量纲为欧/米。多数导体中 σ 为一常量。

由式(1)在频域中之形式可得

$$\nabla \times \overline{H} = \overline{J} + \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} = -j\omega \left(\epsilon + \frac{j\sigma}{\omega} \right) \overline{E} \quad (15)$$

这样，我们可把 σ 并入一个有效介电常数 $\left(\epsilon - \frac{j\sigma}{\omega} \right)$ 之中，此形式对电磁场的计算很有实用性。

我们可以用 $\overline{\epsilon} = \epsilon + \frac{j\sigma}{\omega} = \epsilon' + j\epsilon''$ 表示。同理 $\overline{\mu} = \mu' + j\mu''$ 。在无源媒质中， ϵ'' 和 μ'' 是 ω 的正实函数，它们将引起能量损耗。

§3.2 物质结构参量的特性

与上节类似，我们对并矢介电系数和并矢导磁率也可表示为

$$\overline{\epsilon} = \overline{\epsilon}' + j\overline{\epsilon}'' \quad (1)$$

$$\overline{\mu} = \overline{\mu}' + j\overline{\mu}'' \quad (2)$$

在无损耗媒质内，并矢 $\overline{\epsilon}$ 和 $\overline{\mu}$ 是哈密顿并矢，即 $\overline{\epsilon}_\# = \overline{\epsilon}$ ， ϵ_i 为 $\overline{\epsilon}$ 的转置， ϵ_i^* 为 $\overline{\epsilon}$ 的共轭转置，我们有下述等式

$$\overline{\epsilon}' = \frac{1}{2}(\overline{\epsilon} + \overline{\epsilon}^*) \quad (3)$$

$$j\overline{\epsilon}'' = \frac{1}{2}(\overline{\epsilon} - \overline{\epsilon}^*) \quad (4)$$

$\overline{\epsilon}'$ 称为哈密顿部分，而 $j\overline{\epsilon}''$ 为反哈密顿部分。在无损耗媒质内 $\overline{\epsilon}'' = 0$ ，使得 $\overline{\epsilon}$ 为一哈密顿二阶并矢。类似地，对无磁化损失的媒质， $\overline{\mu}$ 也一定是二阶哈密顿并矢。哈密顿并矢对应的矩阵之对角线元素是纯实数，非对角线元素满足对称特性 $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ 。