

基础与应用

序率理论

〔美〕H·F·哈尔姆斯著

人民邮电出版社

序率理论 基础与应用

〔美〕H. F. 哈尔姆斯 著

张其善 柳重堪 译

张志明 杨禄荣

常 迥 校

人民邮电出版社

Sequency Theory
Foundations and Applications
Henning F. Harmuth
1977

内 容 提 要

本书主要是介绍自六十年代末近十年来,以沃尔什函数为基础的序率理论的应用、发展和实践。这是作者继出版《用正交函数传输信息》一书(该书第一版印行于1969年,1972年增补后印行了第二版)后,在1977年出版的第三本著作,也是这一领域迄今为止所见到的最新著作。它不仅向读者全面地介绍了序率理论的理论和实验知识,而且为读者指出了在这一领域进行探索和研究的方法和方向。全书包括绪论;第一章数学基础;第二章时间和空间信号的电滤波器;第三章一般时间变化的电磁波;第四章通信的概念用于物理学。本书对通信领域的科技人员,特别是对非正弦函数及其应用的研究人员,这是一本很值得一读的著作。

本书适合于通信、电视、雷达、声纳以及有关信息处理和物理专业的科技人员,也适于高等院校师生阅读参考。

序率理论 基础与应用

[美] H. F. 哈尔姆斯 著

张其善 柳重堪 张志明 杨禄荣 译

常 迺 校

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

*

开本: $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 1980年8月第一版
印张: $17 \frac{16}{32}$ 页数: 280 1980年8月北京第一次印刷
字数: 463 千字 印数: (精) 1—3,600 册
(平) 1—4,600 册

统一书号: 15045·总2365-有5151

定价: (精装) 2.80元
(平装) 2.35元

译者序

十九世纪末以来，正余弦函数在通信理论和技术领域内统治了八十多年。实践和理论都表明正余弦函数是非常好的。利用它和由它导出的一系列理论可以解决通信及其它领域的许多问题。但是它也不是完美无缺的。随着电子技术的发展，特别是半导体工艺和集成电路技术的发展，人们开始寻求更合适的理论基础和应用基础。本世纪六十年代末期，对于以沃尔什函数为代表的非正弦函数的研究，开拓了一条新的道路。关于沃尔什函数的各种研究，特别是其应用的研究，从 1969 年以后在国外进展很快，目前正在稳步前进。虽然还存在一些争论，但迄今已获得许多可喜的进展。本书是一部专著。它总结了近十年来以沃尔什函数为基础的序率理论的研究成果，也概括了历次国际会议的成果。书中系统地论述了非正弦函数的基本理论和那些具有代表性的重要应用，体现了近年来在理论、实验及应用方面的进展状况，值得广大通信技术人员及其他有关人员参考。

全书共分四章。第一章是数学基础。阐述了沃尔什函数和其他若干种非正弦函数的数学基础和实践背景。第二章是时间与空间信号的滤波，特别介绍了空间滤波器的理论和应用。第三章是一般时间变化的电磁波。论述了非正弦电磁波的基本理论和各种特殊效应，以及它们的应用和实验设备。第四章是通信概念用于物理学。

研究和探讨了近代物理学中的一些有关问题，如光谱分解，时空观念和量子力学基本方程等。这一章的内容表明，对于非正弦函数的研究，其影响范围已超出通信工程和信息科学。

本书内容丰富而生动，涉及面很广。相信一定会引起国内有关人员的兴趣和关注。由于译者水平所限，缺点错误在所难免，欢迎批评指正。

本书承清华大学常迥教授校阅，特此感谢。

1978 年 12 月

前 言

电子学和电子物理学进展丛书又增加了一本新书，在出版这本新书的时候，向读者介绍一些历史情况还是有益的。几年前，我们注意到沃尔什函数在无线电通信技术中的重要性，便和哈尔姆斯教授联系，结果写了一篇中肯的评论文章，发表在我们编辑的定期出版丛书第 36 卷上(1974 年)。两年后，又就有关的题目写了第二篇评论。在写本书的前言时，这篇评论正刊载在本丛书的第 41 卷上。随后又进行了一些讨论，我们非常高兴地将哈尔姆斯教授所写的“序率理论的基础和应用”这本专著推荐给读者。

哈尔姆斯博士在他所写的序言里，扼要地回顾了序率理论的早期发展历史。开始时，推崇这一理论的人受到各种挫折，这在非议者们看来是不足为奇的。我们中有许多人，凡是曾试图提出过某种新的概念或者新的方法，都深切体会到，对于一种新的观念会遇到多么大的阻力。但重要的是，正确的观念总是有生命力的，而且正如本书所介绍的那样，总会向前发展的。

我们希望这本专著和我们过去负责编辑出版的其它著作一样，能得到读者的欢迎。

L. 马顿(Marton)

G. 马顿

序 言

序率理论大约是在十年以前提出的。虽然这门理论在它初期的大部分时间内，就科学研究而言，是处于不利的情况。但是，它仍然在电视图象处理、利用水下声波来产生活动图象以及在雷达方面前进到实际应用的水平。本书将着重介绍序率理论在这三方面的实际进展情况。今天，理论研究的发展变化是如此之快，以致无法在一本书内概括其全部。因此，本书只能介绍那些在我们看来是最有启发或最有争议的问题。

一门新的理论所要克服的各种困难以及序率理论的迅速发展，最好用非正弦电磁波方面所取得的成就来加以说明。1968年5月，在西德的丹姆斯特市德国联邦邮政局举行的第一次关于序率理论的科学讨论会上，正是有关使用非正弦电磁波的概念遭到了公然的非难。但是到1976年1月，恰普曼(J. Chapman)通过实验证明，第一次将非正弦电磁波应用于雷达。而在之前的八年时间内，对于这个理论是否现实的非难声，却从未中断过。西德邮政局的许贝尔(H. Hübner)至今还保存着记录1968年5月的那次生动的讨论会的磁带——这是由于新概念所引起的激动场面的一个永久的记录。

从比彻姆(K. Beaychump)和布拉姆霍尔(J. Bramhall)两人所编写的文献目录，以及本书所附加的最近出版的参考文献中，可以看到对于从事序率理论研究的科学工作者所给予的荣誉。对于序率理论研究工作行政和财务上所给予的广泛支持，特别是下列组织和个人给予作者本人的支持表示感谢：

电气和电子工程师协会的电磁兼容组，特别是它的负责人阿罕麦德(N. Ahmed)，柯里(W. E. Gory)，兰德尔(H. Randall)，雷丁博(G. R. Redinbo)，斯利克(H. M. Schlicke)，舒尔茨(R. B. Schulz)，

肖维尔 (R. M. Showers), 托马斯 (L. W. Thomas) 和托勒 (J. C. Toler);

美国海军的各个研究组及其负责人巴斯 (G. A. Bass), 伯尔曼 (A. Berman)……等人;

美国空军科研部及其负责人格里高里 (J. W. Gregory) 和罗森伯洛姆 (J. H. Rosenbloom);

美国空军科研部及其负责人洛德 (F. Rohde) 和哈尼甘 (J. Hannigan)。

作者对于那些给予经常支持的同事表示感谢, 他们是: 美国天主教大学的梅斯特 (R. Meister) 水下研究公司的安德森 (V. Anderson), 卡德维尔 (T. Caldwell) 和赫斯 (J. Hess), 以及德国海军部的贝尔格曼 (H. Bergmann) 等。

目 录*

前言

序言	1
绪论	1
圆周运动学说	1
在通信中用的圆和圆函数	3
基本数学概念	8
时间和空间信号	12
由声波得到的光学图象	12
具有一般时间变化的电磁波	13
通信概念用于物理学	16
读者指南	19
第一章 数学基础	21
1.1 正交函数	21
1.1.1 正交性与线性独立	21
1.1.2 利用正交函数的级数展开	26
1.1.3 正交性与有限个采样点的级数展开	28
1.1.4 沃尔什函数	35
1.1.5 阿达玛矩阵	53
1.1.6 哈尔函数	57
1.1.7 多变量函数	60
1.1.8 以不进位的运算代替加减运算	71

* 从 1.1.1 到 4.7.8 节的每一节中, 诸式的编号都是按各自顺序排列的。若参考另一节的某个式子时, 便把该节的编号写在该式的前面, 例如式(211—6)表示 2.1.1 节中的式(6)。

每一节的插图和表格也是按各自的顺序排列的, 首先写出该节的编号, 例如图 243-4, 表 313-2 分别表示 2.4.3 节的图 4 和 3.1.3 节的表 3。

参考资料是以作者的名字和出版的年份用括号来表示的。

1.2 沃尔什-付里叶分析的某些课题	77
1.2.1 有限和无限区间内的正交展开	77
1.2.2 采样公理与能量公理	80
1.2.3 快速沃尔什-付里叶变换	82
1.2.4 快速哈尔变换	85
1.2.5 不进位的快速沃尔什-付里叶变换	89
1.2.6 并矢移位	92
1.2.7 并矢相关	100
1.3 移位不变性与拓扑	104
1.3.1 时间可变性与移位不变性	104
1.3.2 具有汉明距离的并矢群拓扑的某些时空特性	107
1.3.3 并矢时空内的驻波	114
1.4 在信号处理中的应用	119
1.4.1 利用不进位的快速沃尔什变换来检测里德-马勒编码信号	119
1.4.2 雷达信号处理的并矢相关	125
1.4.3 基于并矢相关的多重判决	129
1.4.4 并矢相关的电路和一般信号	131
第二章 时间和空间信号的电滤波器	134
2.1 时间信号滤波器	134
2.1.1 时间信号滤波器的付里叶描述	134
2.1.2 一般异步滤波器	139
2.1.3 一般同步滤波器	148
2.2 时间和空间函数发生器	156
2.2.1 时间变量沃尔什函数发生器	156
2.2.2 空间变量沃尔什函数发生器	160
2.3 二维空间信号滤波器	164
2.3.1 瞬时滤波器的原理	164
2.3.2 电视用的实际滤波器	178
2.3.3 采样滤波器的原理	195
2.3.4 由液晶制成的采样滤波器	202

2.4 产生声图象的二维滤波器①	206
2.4.1 在介质中的付里叶变换和用滤波器进行的逆变换	206
2.4.2 实际的设备	219
2.4.3 球形波阵面的聚焦	224
2.4.4 多路传输水听器阵列和处理机	241
2.5 三维和四维信号瞬时滤波器	250
第三章 一般时间变化的电磁波	259
3.1 电流 $i(t)$ 的偶极子辐射	259
3.1.1 麦克斯威尔方程的赫兹电偶极子解	259
3.1.2 近区-波区效应	271
3.1.3 赫兹磁偶极子	273
3.2 电流 $i(t)$ 的多极子辐射	276
3.2.1 一维电四极子	276
3.2.2 二维电四极子	281
3.2.3 一维磁四极子	283
3.3 一般电磁波的某些特性	285
3.3.1 球形辐射器线阵的辐射	285
3.3.2 球形接收器线阵的接收	292
3.3.3 多普勒效应	298
3.3.4 圆极化	301
3.3.5 干涉测量	303
3.3.6 雷达反射体与散射体的识别	305
3.3.7 非对称极性效应	311
3.3.8 增多独立的无线电通道的数目	313
3.4 实际辐射器	321
3.4.1 赫兹偶极子阵	321
3.4.2 谐振天线	327
3.4.3 有效功率转换	328
3.4.4 长线辐射器	336
3.5 实际接收机	340
3.5.1 移动式通信中的信号分离	340

3.5.2 对具有特定周期的信号的选择接收	344
3.5.3 沃尔什波的同步接收	352
3.6 在雷达中的应用	362
3.6.1 信号的直接辐射和正弦载波调制	362
3.6.2 调幅正弦载波的二维自相关函数	364
3.6.3 调幅沃尔什载波的二维自相关函数	367
3.6.4 无多普勒频移的距离分辨力	369
3.6.5 已知距离的多普勒分辨力	371
3.6.6 脉冲压缩, 线性调频脉冲雷达	374
3.6.7 具有多普勒分辨力的线性调频脉冲雷达	377
3.7 采样接收器阵的角分辨力	381
3.7.1 特定的非正弦波的接收	381
3.7.2 正弦波分辨力的经典极限	392
3.7.3 正弦函数的采样接收阵	396
3.7.4 分辨力与噪声	407
3.7.5 同时到达的信号	415
3.7.6 结合采样的线性变换	420
3.8 几点意见	428
3.8.1 波动方程的解	428
3.8.2 经常提出的一些反对意见	432
第四章 通信的概念用于物理学	441
4.1 光谱分解	441
4.1.1 时不变衍射栅网	441
4.1.2 时变衍射栅网	442
4.2 关于空间-时间的拓扑	445
4.2.1 作为空间-时间模型的实数群与并矢群的比较	445
4.2.2 整数移位和并矢移位	448
4.2.3 什么地方能发现非实数拓扑的现象	459
4.3 薛定谔与克莱因-戈登差分方程	463
4.3.1 薛定谔偏差分方程的时间相关性	463
4.3.2 薛定谔方程	465

4.3.3 克莱因-戈登方程	468
4.4 库仑场的薛定谔差分方程	471
4.4.1 中心对称场的变量分离	471
4.4.2 库仑场中的离散本征值	473
4.4.3 时间变化的解	480
4.5 库仑场的克莱因-戈登方程	481
4.5.1 变量的分离、初值问题	481
4.5.2 库仑场中玻色子的离散本征值	483
4.5.3 渐近解	488
4.5.4 收敛解	489
4.5.5 库仑场中的自由粒子	494
4.5.6 独立关系	496
4.6 库仑场的狄拉克差分方程	498
4.6.1 迭代狄拉克方程	498
4.6.2 线性化的狄拉克方程	507
4.7 数学补遗	511
4.7.1 右差商与左差商	511
4.7.2 三维直角坐标中的独立关系	512
4.7.3 多项式作为二阶差分方程的解	513
4.7.4 离散球面函数的差分方程	517
4.7.5 库仑场的克莱因-戈登方程解的收敛性	523
4.7.6 当 $r=0$ 时的收敛性	525
4.7.7 本征函数的正交性	526
4.7.8 推广的格林公式	529
参考资料	532

绪 论

圆周运动学说

人们认为，圆周运动学说的应用应归功于希腊哲学家柏拉图。关于这点，托勒密曾作过如下的说明^①，“我们相信，天文学家所应争取达到的目标是：证明天空中所有的现象都是由均匀的圆周运动所产生的。”古希腊人在天文学方面的观测是足够精确的，不管当时一般认为地球或太阳是宇宙的运动中心，他们指出，行星不是作圆周运动，也不是沿球面运动的。柏拉图的学生尤多克斯(Eudoxus)曾试图用旋转球体的迭加来使所观测到的数据与圆周运动学说相吻合。他用球体来描述行星的运动，对于大家所熟悉的五个行星^②，每个用四个球体，太阳和月亮各用三个球体，恒星用一个球体。然而，用这 27 个球体来描述行星的运动还不能令人满意，而亚里士多德用 354 个球体才使理论值和观测数据之间的偏差有所缩小。

托勒密用圆代替球体来描述行星的运动。他把五大行星、太阳和月亮看成是沿着称之为**中心轨迹圆**的主圆围绕着地球运动。迭加在每个中心轨迹圆上的是副圆，称为**周转圆**(如图 0-1 所示)，另一个周转圆就迭加在第一个周转圆上，如此继续下去。用现代的语言来说，就是用圆的迭加来表示行星的轨道。托勒密用 36 个圆来表示太阳、月亮和五大行星的轨道，但这样作还不能与所观测到的数

① 关于天文学中应用圆周运动定理的详细情况是由凯斯特勒(Koestler)提供的(1959年)。有关希腊文和拉丁文的文章的德文译本，收集在齐纳所编的一本书中(1951年)。

② 水星、金星、火星、木星和土星是人的肉眼直接能看到的行星。

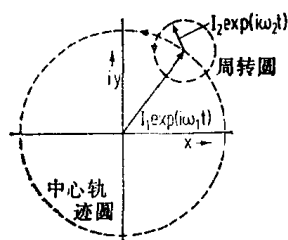


图 0-1 天文学和电气通信技术中圆的迭加

据完全符合，于是就作出用更多的圆以便更好地表示行星的轨道的方法。哥白尼把宇宙运动的中心，从地球的附近移到了太阳的附近，但是他仍然局限于用圆的迭加来表示行星的轨道。对于水星的轨道要用 11 个圆来描述，金星和地球各用 9 个圆，月亮用 4 个圆，其余的行星每个用 5 个圆。

这样加起来共有 48 个圆。

1609 年，开普勒 (Kepler) 中止了这种用圆的迭加来描述行星轨道的方法，在他所写的“天体中的新星”一书中，提出了用椭圆来描述行星的轨道。这样就能更好地与观测到的数据相符合，而且方法更为简单。

一般人都以为是开普勒终止了圆周运动学说的应用，但情况并非如此。圆周运动学说从天文学中消失了，却在其它的科学领域内又以另一种面目重新出现。在电气工程和物理学的一个重要组成部分中，我们又遇到了这个过去的老相识，而现在被赋予了新的名称——指数函数 $e^{i\omega t}$ 或复数平面内的单位圆。凡是具有一般电气通信知识的人，一定不会把图 0-1 看成是一个中心轨迹圆和一个周转圆的迭加，而只会理解为使用复数符号的两个正弦振荡函数 $I_1 \exp(i\omega_1 t)$ 和 $I_2 \exp(i\omega_2 t)$ 的迭加^①。的确，图 0-1 是一幅用正弦信号对正弦载波进行单边带调制的标准示意图。说得通俗些，是把托勒密和哥白尼的圆的迭加，变成了用复数表示的付里叶级数的展开。

实数拓扑群的特征群表示式看起来似乎与圆周运动无关，但是它的数学符号 $\{e^{ikx}\}$ 却能揭示出本质。这个特征群意味着空间-时间连续拓扑，而这个拓扑又使得把微分运算用于空间和时间的函数

^① 在过去的文献资料中，把 $I_1 \exp(i\omega_1 t)$ 和 $I_2 \exp(i\omega_2 t)$ 称为向量 [彻里 (Cherry)，1949 年；栢谷 (Cuccia)，1952 年]，而在较新的文献资料中则称为相量 [冯·瓦尔肯布格 (Van Valkenburg)；陶布 (Taub) 和希林 (Schilling)，1971 年]。

成为可能。考虑到微分运算在物理学中的普遍应用，我们不得不怀疑，圆周运动学说对今天物理学的影响，是否会象它当年对天文学所造成的影响一样大。

探索和研究圆周运动学说的隐迹是序率理论的一个任务。

我们注意到：托勒密的中心轨迹圆和周转圆所表示的轨道，在过去还足以使伽马^①到达印度，使哥伦布到达美洲，使麦哲伦船队中的一艘航船完成了环球航行。这是一个非常好的，实际上可作多种用途的理论，但是它总还有一些地方不十分正确。同样地，在通信技术中用的指数函数或正弦、余弦函数已证明是非常好的，能用于很多地方。但是，大家都知道，它们有些地方也不十分正确。例如，从理论上讲，所有的实数信号的频带宽度是无穷的，滤波器在未加输入电压之前，就产生输出信号，等等。我们可以凭经验和常识来修正理论上的这种不足；但是一个正确的理论是不需要这样修正的，而需要修正的理论，就象是只见其尖顶而未窥见其全貌的冰山一样。现在再来看看实数拓扑群的特征群，毫无疑问，微分运算能成功地用于物理学的研究，但如果我们不能对彼此相距 dx 的两个点进行测定，那么就不能满意地说出在某一点 x 与另一点 $x + dx$ 上正在发生变化的情况。

在通信中用的圆和圆函数

复数平面内的单位圆 $e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$ 及其分解成的圆函数，在电通信和物理学中起着主导的作用。每当我们使用频率这个术语时，其含意就是指圆函数。现在来看看圆函数的这种主导作用是怎么产生的，它在哪些地方受到了限制。

十九世纪时，通信技术中使用的最重要的函数就是图 0-2 上所示的方块形脉冲。这样形式的电压和电流脉冲可以通过机械式开关

① 伽马(Vasco da Gama)(1469~1524 年)，葡萄牙航海家——译注。

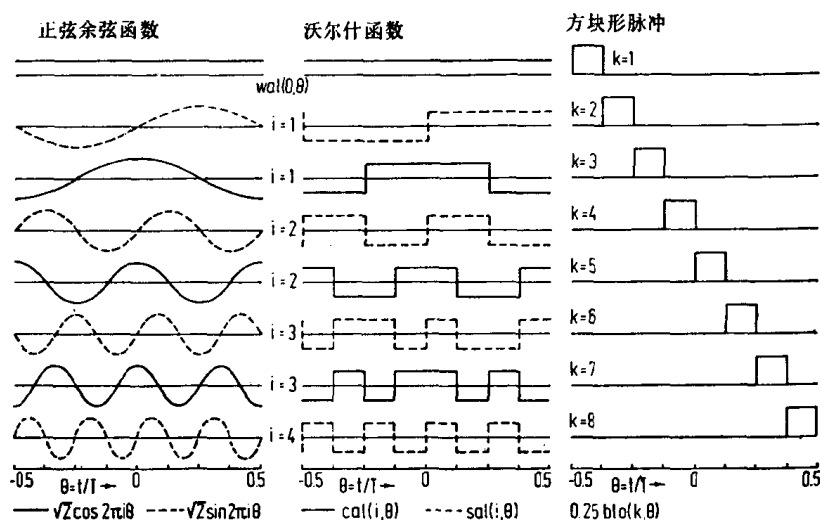


图 0-2 正弦、余弦函数、沃尔什函数、方形脉冲

来产生，用中继线路放大，并用各种电磁机械装置来检测。正弦、余弦函数，指数函数和付里叶分析是大家所熟悉的，尽管那时还处于原始形式。当时几乎不可能把这些知识用于实际的技术领域。赫兹曾将指数函数用于偶极子的辐射问题，得到了他的著名的麦克斯威尔方程的解，但他却从未能产生过正弦波。赫兹所作的波传播实验，就是用我们今天称之为有色噪声来完成的(赫兹，1889年)。亚历山大·格拉汗姆·贝尔(A. G. Bell)曾试图利用正弦函数来研制电报多路设备，但是他失败了，因为他不能产生正弦时变电压。贝尔发射机产生的电压是方波，而他的接收机却是按正弦波调谐的。这项实验得到的两个结果是：在通信工程中引入了正弦这个术语，并发现用电来传送声音。贝尔研制的电报发射机把声音分解成方波，而其接收机再把方波还原成声音。因此，把声音分解成方波，要比把声音分解成正弦波早好几十年(贝尔，1876年；马兰德(Marland)，1964年)。

大约在70多年以后，有人根据贝尔的设计思想，成功地研制