线性系统分析

郑 钧 著

科 学 出 版 社

线性系统分析

郑 钧 著
毛培法 译

科学出版社

内 容 简 介

本书较系统地介绍无线电工程中应用较广的线性系统的分析方法，内容有线性系统的特点、线性微分方程的经典解法、集中元件电系统、相似系统、傅里叶分析、拉普拉斯变换、拉氏变换的应用、几个附加概念及定理、回授系统、脉冲-数据系统及Z变换、分布参数系统、矩阵分析、网络的拓扑分析、代数方程的数值解法等．其中“矩阵分析”、“网络的拓扑分析”是从 S. J. Mason 和 H. J. Zimmermann 著的《电子电路、信号与系统》(Electronic Circuits, Signals, and Systems; John Wiley;1960) 一书中摘译的．

本书可供从事自动控制、雷达、导弹制导、无线电通讯等方面的生产和研制人员以及大专院校师生参考．

David K. Cheng

ANALYSIS OF LINEAR SYSTEMS

Addison-Wesly, U. S. A., 1959

线性系统分析

郑 钧 著

毛培法 译

*

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街137号

天津市第一印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1978年1月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1979年3月第二次印刷 印张：16 3/4

印数：9,931-47,440 字数：383,000

统一书号：15031·159

本社书号：929·15-7

定价： 1.70 元

译 者 序

在无线电技术领域内，信号、电路和系统是三个互相联系又互有区别的基本成份．信号是运载信息的工具，它的基本形式是变化着的电压或电流，如果电系统与其它系统相连接，则往往通过换能器将其它物理量（如机械运动、声波动、液压变化等）转化为变化着的电压或电流．电路是对信号进行某种加工处理的具体结构．系统是信号所通过的全部线路，因此系统所关心的问题是，在给定条件下（如信号形式一定）要系统具备某种功能（如对信号积分、匹配滤波等），它应具有的传输特性．电路所关心的问题是，为实现系统的特性电路所应有的结构和参数．因此，系统所涉及的是全局性问题，而电路所涉及的是局部性问题；信号、电路和系统的关系正象火车车厢、铁轨和铁路之间的关系．在无线电技术发展的初期，由于电子器件及技术条件所限，人们还只能组成一些职能很有限的电子系统，分析这类系统往往并不需要多少数学工具．但是，“在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上．”随着半导体器件的发展，特别是大规模集成电路的出现，无线电技术有了新的飞跃，许多过去无法设想的奇迹变成了现实，如卫星通信和导航系统，快速电子计算机控制的自动化系统等等．这些系统往往能完成多种职能，系统的稳定性、可靠性和精度都比较高，这样就使系统本身变得很复杂，不仅要有数以千万计的元件和部件，而且由于技术的进步和人们认识的深化，有许多新技术新科学思想渗透于其中．这样，掌握分析系

34325

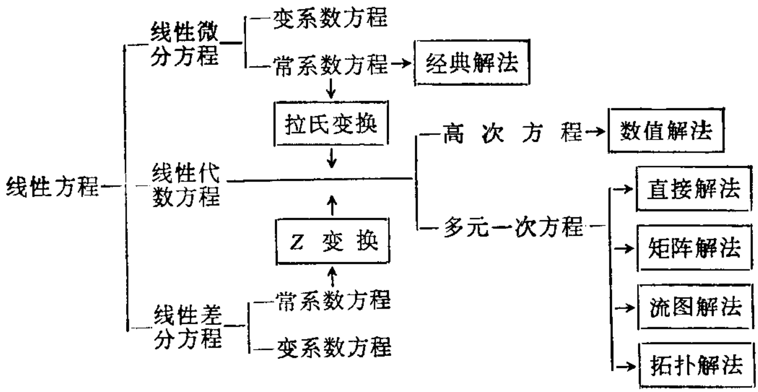
统的理论就日益显得重要了.

从数学方法上看，系统的问题一般可以分为线性的和非线性的. 在自然界，确有很多非线性的物理系统，如很多电子器件严格地说都是非线性的，但至今为止还没有分析非线性系统的统一的数学方法，一般都是采用数值解法或图解法. 然而，研究线性系统却具有更重要的意义，一方面由于大多数工程问题是线性的，至少在指定条件下是线性的；另一方面研究线性系统已有统一的很成熟的数学工具. 如果进一步划分，线性系统还可分为时变线性系统（变参数线性系统）和非时变线性系统（恒参数线性系统）. 例如与器件的参变现象有关的参放及跟踪动目标的雷达测距系统就是时变线性系统. 但是，无线电技术领域内最广泛的还是非时变的线性系统. 顺便提一下，数字技术中所谓的“线性集成电路”和“数字集成电路”并不能说明“线性”与“非线性”，也不能说明“时不变”与“时变”. “线性集成电路”实质为“模拟集成电路”. 数字化只是通过 A/D 变换将模拟信号转化为电子计算技术易处理的某种等价数字信号，因此数字系统大多数也属于非时变的线性系统，只不过由于时间离散化了，应用差分方程和 Z 变换来分析更简便. 而一般的模拟线性系统，常常用微分方程和拉氏变换来分析.

为适应我国电子工业迅速发展的需要，我们翻译了美国锡拉丘兹大学电机工程教授郑钧所著的《线性系统分析》一书. 本书原为美国电气工程系高年级学生及研究生的教材，书中阐述的概念清楚，分析方法灵活，注意到各种方法之间的内在联系，既不失数学严谨性又照顾到工程实际，是一本较有价值的自学参考书. 另外，我们从 S. J. Mason 和 H. J. Zimmermann 著的《电子电路、信号与系统》(Electronic Circuits, Signals, and Systems; John Wiley; 1960)一书中摘译了“矩阵分

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

析”、“网络的拓扑分析”两章作为本书的补充，这样就把常用的和近代的线性系统分析法基本上都收集在一起了．为便于读者掌握这些内容，我们用图概括地阐述它们之间的内在联系．所谓线性系统，用数学的语言来说就是可以用线性方程（包括代数方程、微分方程、差分方程等）描述的系统．因此，分析线性系统实际上就是根据具体对象求解线性方程，一般就是求解线性代数方程、线性微分方程和线性差分方程．这些线性方程及所用的求解方法有以下关系：



由图可知，微分方程和差分方程往往通过拉氏变换和Z变换化为代数方程来求解，本书较全面地介绍了上述各种解法．由于系统与信号有联系，书中专有一章介绍分析信号的有用工具——傅里叶分析法．另外，由于近代的电子系统往往与其它物理系统有联系，为了揭露这些系统之间的量的联系，书中有一章介绍了相似系统．

由于译者水平有限，译文难免会有错误和不妥之处，望读者批评指正．在译校本书的过程中，得到了蔡希尧、林印心、陶栻等同志的热心帮助，为此向他们表示衷心的感谢．

译者　于西北电讯工程学院

一九七七年四月

目　　录

第一章　线性系统的特点

1-1　引　　言

研究线性系统的重要性有两方面原因：(1) 绝大多数工程技术问题都是线性的，至少在特定范围内是如此．(2) 线性系统通常可用标准方法求解．除少数特殊情况外，现在还没有分析非线性系统的标准方法．解非线性问题的实际方法有图解法及数值解法．一般都要采取近似，并要对每种情况作特殊处理．目前解非线性问题的状况是，既没有能够用来精确求解的方法，也无法保证对任一给定的非线性系统都能很好求解．幸而绝大多数工程问题都是线性的，这就便于求解．然而，我们应该了解，并不是所有物理系统都是线性的，没有任何限制．

我们都很熟悉欧姆定律，它说明电阻两端电压与其中通过的电流之间的关系．由于电阻两端电压与其中通过的电流成正比，因此它是一种线性关系．但是，即使对于这种简单的状况，线性关系也不是适合于各种条件．例如，当电阻中电流大大增加时，电阻值将由于电阻发热而发生变化*，变化的数值决定于电流的大小；这时若说电阻上的电压与其中所流过的电流保持线性关系就不再是正确的了．上述情况对胡克定律所说的力与弹簧形变成正比也是适合的．当加在弹簧上的力太大时，这种线性关系便破坏了．当应力超过了弹簧材料

---

* 原书为“电阻值将因电阻发热而增大”．实际上也有负温电阻，故将“增大”改为“变化”．——译者注

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

的弹性限度时，应力与形变就不再是线性关系．实际的关系要比胡克定律复杂得多．因此，我们必须充分注意到，线性物理状况总是存在一定的限制；饱和、破坏，或材料变化最终都要破坏线性关系．然而，在普通情况下，许多工程问题的物理条件都有一定的限制，因而线性关系仍是有效的．

欧姆定律和胡克定律只描述一些特殊的线性系统．而许多系统则要复杂得多，不能很方便地用电压-电流或应力-形变的简单关系来描述．这就需要有一个更一般的准则来决定一个系统是否为线性．线性系统具有一些确定的特性，这使得它既便于物理描述，又便于数学求解．在下面各节中，我们将从物理和数学观点来阐明线性系统的这些特点．

1-2　从物理观点看线性系统

在物理状态方面，工程人员关心的是决定系统对给定激励的响应．激励和响应都是与具体问题有关的物理可测量．图 1-1 表示这种系统．

假设有一按特定方式随时间变化的激励函数 $e_1(t)$ 产生

图 1-1　一个物理系统

响应函数 $w_1(t)$，而第二个激励函数 $e_2(t)$ 产生相应的响应函数 $w_2(t)$．用符号表示为

$$e_1(t) \to w_1(t) \tag{1-1}$$

$$e_2(t) \to w_2(t). \tag{1-2}$$

对于线性系统，则有以下关系

$$e_1(t) + e_2(t) \to w_1(t) + w_2(t). \qquad (1-3)$$

关系式 (1-3) 及式 (1-1) 和式 (1-2) 表明，几个激励函数叠加产生的总响应是各个响应函数相叠加. 因此，从物理观点来看，一个系统为线性的必要条件是适用叠加定理. 我们顺便注意到，这些不同的激励不需要加在系统的同一部分.

叠加定理有效，这意味着一个激励的存在并不影响另一个激励引起的响应；线性系统内各个激励产生的响应是互不影响的. 为了分析多个激励加在线性系统上的总效果，可以先分析单个激励的效果，然后把这些效果加起来.

若有几个相等的激励加于系统的相同部分，即，如果

$$e_1(t) = e_2(t) = \cdots = e_n(t), \qquad (1-4)$$

则对一个线性系统，

$$\sum_{k=1}^{n} e_k(t) = ne_1(t) \to \sum_{k=1}^{n} w_k(t) = nw_1(t). \qquad (1-5)$$

比较式 (1-5) 与式 (1-1) 可知，n 是个比例因子（数值变化）. 因此，保持比例因子是线性系统的一个特点. 这个特点有时称为均匀性.

必须注意，虽然从式 (1-3) 导出式 (1-5) 好象无缺陷，但也有这种情况，尽管叠加定理 (1-3) 得到满足，我们还是不能由此肯定式 (1-5) 的均匀性. 这可用以下例子来说明. 设图 1-2 表示一个非线性系统，其中滤波器 1 和 2 将输入信号或激励分为两个不重叠的频谱带. 若 $e_1(t)$ 的频谱完全落在滤

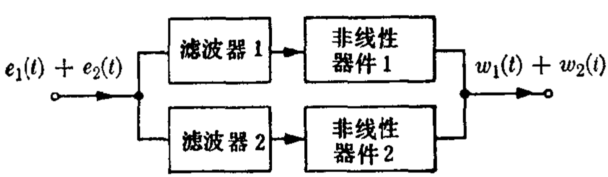


图 1-2 一个非线性系统

波器 1 的通频带以内，而 $e_2(t)$ 的频谱完全落在滤波器 2 的通频带以内，则式 (1-3) 可以满足，但是系统仍然是非线性的。于是，就存在从式 (1-3) 不能导出式 (1-5) 的情况。正是由于这个原因，叠加性质和均匀性应当看成是线性系统的两个独立的要求。若式 (1-3) 和式 (1-5) 都满足，则系统是线性的。

另外还有一个实例可用来说明恒参数线性系统。若加在该系统的激励函数 $e(t)$ 是频率为 f 的时间函数，则在起始暂态结束后，系统各部分出现的稳态响应 $w(t)$ 也是以频率 f 变化的。我们以前解交流电路问题时已知道这个事实。一个 50 周的电源加在一个由恒参数线性元件 R、L 和 C 构成的网络上，网络中各部分的电压和电流也将具有 50 周频率；在暂态结束后，网络中只有电源频率，不会有其它频率成分。换句话说，稳态后的恒参数线性系统不产生新频率成分。所谓稳态条件可以这样表明，即如果

$$e(t) \rightarrow w(t), \tag{1-6}$$

则

$$e(t-\tau) \rightarrow w(t-\tau), \tag{1-7}$$

这里 τ 是任意时延。这个条件不包括具有变参数的情况。一个熟悉的例子就是炭粉扩音器电路，其中 R-L 电路中的电阻的正弦变化会产生许多谐波电流。另一个例子就是线性雷达系统，其中运动目标要产生所谓多普勒频移。

我们偶尔会听到"线性振荡器"、"线性调制器"和"线性检波器"等术语。这些术语都是不恰当的。所有振荡器都是具有一定频率的发生器，唯一的电源是直流源(零频率)。恒参数线性系统做不到这一点。同样明显的是，那里的一些非线性过程限制了振荡的振幅。调制器必然涉及到频率相乘，故不是线性器件。"线性检波器"术语较广泛地用在大信号检波器，这时检波输出按输入调幅载波的包络变化。但是，大信号

检波工作于C类，是非线性的. 有时称它为“线性检波器”也许是为了强调与小信号检波器或平方律检波器的区别.

下一节我们将从数学观点来阐明线性系统的特点，这样会使上面从物理观点讨论的几个问题更加清楚.

1-3 从数学观点看线性系统

用数学语言来定义，线性系统就是服从线性方程的系统. 这种线性方程既可以是线性代数方程、线性差分方程，也可以是线性微分方程. 因本书涉及到微分方程，我们专门讨论一下线性微分方程:

$$\frac{d^2w}{dt^2}+a_1\frac{dw}{dt}+a_0w=e(t), \tag{1-8}$$

在式(1-8)中，t 作为自变量[1)]，$e(t)$是激励函数，w 是响应函数. 系数 a_1 和 a_0 是决定于系统本身元件数量、种类及排列方式的参数；它们可以是(或不是)自变量 t 的函数. 因式(1-8)中无偏导数(只含一个自变量)，最高阶导数为 2，故为二阶常微分方程[2)]. 另外，式(1-8)还是一个二阶线性常微分方程，

---

1) 虽然这里用了符号 t，自变量不一定是时间. 它只是个数学符号. 在一个物理系统中它代表什么，由具体问题决定. 它可以是时间、距离、角度或其它物理量.

2) 微分方程的次数和方程中最高阶导数的幂相同. 因此式(1-8)是一次. 而下列方程

$$\left(\frac{d^2w}{dt^2}\right)^3-3\frac{d^2w}{dt^2}\frac{dw}{dt}+\left(\frac{dw}{dt}\right)^4=0$$

是三次的. 方程

$$w+t\frac{dw}{dt}=\sqrt{\frac{dw}{dt}}$$

可化为

$$\left(w+t\frac{dw}{dt}\right)^2=\frac{dw}{dt}, \text{或} t^2\left(\frac{dw}{dt}\right)^2+(2wt-1)\frac{dw}{dt}+w^2=0,$$

是二次的.

因无论是因变量 w 或是其导数均无高于一次方的，其各项中没有一项是两个或更多个因变量导数之积，或因变量与其导数之积.

下面可以证明式(1-8)适用叠加定理. 如前所述,假设激励函数 $e_1(t)$ 和 $e_2(t)$ 分别激励出响应 $w_1(t)$ 和 $w_2(t)$，则

$$\frac{d^2w_1}{dt^2}+a_1\frac{dw_1}{dt}+a_0w_1=e_1, \tag{1-9}$$

$$\frac{d^2w_2}{dt^2}+a_1\frac{dw_2}{dt}+a_0w_2=e_2. \tag{1-10}$$

将式 (1-9) 与 (1-10) 相加直接得

$$\frac{d^2}{dt^2}(w_1+w_2)+a_1\frac{d}{dt}(w_1+w_2)+a_0(w_1+w_2)=e_1+e_2. \tag{1-11}$$

式 (1-11) 说明,系统对激励 $e_1(t)+e_2(t)$ 的响应等于单个激励响应之和 $w_1(t)+w_2(t)$. 注意，即使当系数 a_1 和 a_0 是自变量 t 的函数,叠加定理还是适用,系统是线性的. 同样可以证明它存在均匀性.

读者自己可以证明,下列各式不适用叠加定理:

$$3\frac{d^2y}{dx^2}+y\frac{dy}{dx}+2y=5x^2, \tag{1-12}$$

$$\frac{du}{d\theta}+u+u^2=\sin^3\theta, \tag{1-13}$$

$$t\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)^2+5\frac{dv}{dt}+t^2v=e^{-t}. \tag{1-14}$$

式 (1-12) 是非线性的，因其第二项 $y\,(dy/dx)$ 是因变量与其导数之积;式 (1-13) 也是非线性的，因其第三项 u^2 是因变量的二次方;式(1-14)也是非线性的,因其第一项 $t(d^2v/dt^2)^2$ 含有因变量导数的二次方. 自变量的方次或其它非线性函数的

存在不会使方程变成非线性.

1-4 线性微分方程的一般性质

线性微分方程有一些共同的特性. 下面讨论这些共同特性,但不涉及具体的物理状况,以便了解线性系统的性质. 在这一节,也不讨论如何解这类方程.

一个 n 阶线性常微分方程可以写成

$$a_n(t)\frac{d^n w}{dt^n}+a_{n-1}(t)\frac{d^{n-1}w}{dt^{n-1}}+\cdots+a(t)\frac{dw}{dt}$$

$$+a_0(t)w=e(t), \tag{1-15}$$

式中的系数 $a_n(t)$, $a_{n-1}(t)$, $\cdots$, $a_1(t)$, $a_0(t)$及右边的 $e(t)$都是给定的自变量 t 的函数. 这些系数与系统本身有关, 而 $e(t)$ 是激励函数. 若 $e(t)=0$, 则方程是齐次的; $e(t)\neq 0$, 方程是非齐次的.

为方便计, 方程左边部分常用一个缩写符号来表示. 因此,若 $e(t)=0$, 可将该方程表示如下:

$$\left[a_n(t)\frac{d^n}{dt^n}+a_{n-1}(t)\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}+\cdots+a_1(t)\frac{d}{dt}+a_0(t)\right]w(t)=0,$$

我们用缩写符号表示括号内的式子

$$L=a_n(t)\frac{d^n}{dt^n}+a_{n-1}(t)\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}+\cdots+a_1(t)\frac{d}{dt}+a_0(t), \tag{1-16}$$

得

$$L[w]=0, \tag{1-17}$$

这里的 L 可以看成对因变量 w 运算的算子.

(A) 由于常数乘因变量 w 等于方程每一项乘以常数, 我们得

$$L[cw]=cL[w] \tag{1-18}$$

试读结束: 需要全本请在线购买: www.ertongbook.com