



中国计算机学会
学术著作丛书

演化计算

潘正君 康立山 陈毓屏 著

清华大学出版社
广西科学技术出版社



T9301.6

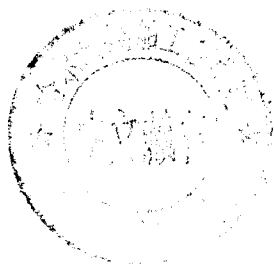
P22

413201

中国计算机学会学术著作丛书

演化计算

潘正君 康立山 陈毓屏 著



清华大学出版社
广西科学技术出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

演化计算主要包括遗传算法、演化策略、演化规划和遗传程序设计 4 个分支。本书将从演化计算的算法设计、理论分析和应用的角度对演化计算这一新技术进行系统全面地阐述和讨论。全书共分 11 章, 讲述了演化算法的基本结构及原理、步骤, 介绍了几种演化计算理论分析方法, 讨论了演化算法在优化、非线性参数估计、自适应建模和神经网络系统设计等领域的应用及其并行实现, 最后论述了演化计算中近几年兴起的一个新方向——演化硬件等内容。

本书可作为相应学科的研究生教材, 也可供有关科研人员和工程技术人员阅读参考。

版权所有, 翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签, 无标签者不得销售。

图书在版编目(CIP)数据

JS189/10

演化计算/潘正君等著. —北京: 清华大学出版社, 1998. 5

(中国计算机学会学术著作丛书)

ISBN 7-302-02897-4

I. 演… II. 潘… III. 算法设计, 演化计算-基本知识 IV. TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 05645 号

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学校内, 邮编 100084)

因特网地址: www.tup.tsinghua.edu.cn

印刷者: 清华大学印刷厂

发行者: 新华书店总店北京科技发行所

开 本: 787×1092 1/16 印张: 14 字数: 321 千字

版 次: 1998 年 7 月第 1 版 1998 年 7 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-02897-4/TP·1531

印 数: 0001~2000

定 价: 20.00 元

Evolutionary Computation

Zhengjun Pan Lishan Kang Yuping Chen

Abstract

Evolutionary Computation is a parallel problem solver which uses ideas and gets inspirations from natural evolutionary processes. It includes several major paradigms which were developed independently. Due to its intrinsic parallelism and some intelligent properties such as self-organizing, adaptation and self-learning, evolutionary computation has been applied successfully to problems where heuristic solutions are not available or generally lead to unsatisfactory results. In recent years, the interest in evolutionary computation is growing dramatically. It has been considered that simulated evolution may be the most promising way to develop machine intelligence.

This book first provides an introduction to evolutionary computation on its relevant concepts, ideas, inspirations and major lines of investigation, focusing on its main research efforts and perspectives. Through analyzing the common features of genetic algorithms, evolution strategies, evolutionary programming and genetic programming, a unified fundamental structure of evolutionary algorithms is proposed. Based on this structure, a variety of methods and principles for the design of evolutionary algorithms have been discussed and developed. In Chapter 4, we discuss several approaches and some results on theoretical analysis from some aspects of evolutionary algorithms. From Chapter 5 to Chapter 8, we present a collection of evolutionary algorithms applied to numerical optimization and combinatorial optimization, statistical computation such as non-linear parameter estimation, model-building for complex systems and design of artificial neural network systems. Several parallel and distributed implementation strategies for evolutionary algorithms have been presented in Chapter 9. Chapter 10 describes a relative new field in evolutionary computation—evolvable hardware. In the last chapter, we introduce some popular programming environments for evolutionary computation.

清华大学出版社 广西科学技术出版社
计算机学术著作出版基金

评 审 委 员 会

主任委员 张效祥

副主任委员 汪成为 唐泽圣

委	员	王鼎兴	杨芙清	李三立	施伯乐	徐家福
		夏培肃	董韫美	黄 健	焦金生	

出版说明

近年来,随着微电子和计算机技术渗透到各个技术领域,人类正在步入一个技术迅猛发展的新时期。这个新时期的主要标志是计算机和信息处理的广泛应用。计算机在改造传统产业,实现管理自动化,促进新兴产业的发展等方面都起着重要作用,它在现代化建设中的战略地位愈来愈明显。计算机科学与其它学科的交叉又产生了许多新学科,推动着科学技术向更广阔的领域发展,正在对人类社会产生深远的影响。

科学技术是第一生产力。计算机科学技术是我国高科技领域的一个重要方面。为了推动我国计算机科学及产业的发展,促进学术交流,使科研成果尽快转化为生产力,清华大学出版社与广西科学技术出版社联合设立了“计算机学术著作基金”,旨在支持和鼓励科技人员,撰写高水平的学术著作,以反映和推广我国在这一领域的最新成果。

计算机学术著作出版基金资助出版的著作范围包括:有重要理论价值或重要应用价值的学术专著;计算机学科前沿探索的论著;推动计算机技术及产业发展的专著;与计算机有关的交叉学科的论著;有较大应用价值的工具书;世界名著的优秀翻译作品。凡经作者本人申请,计算机学术著作出版基金评审委员会评审通过的著作,将由该基金资助出版,出版社将努力做好出版工作。

基金还支持两社列选的国家高科技重点图书和国家教委重点图书规划中计算机学科领域的学术著作的出版。为了做好选题工作,出版社特邀请“中国计算机学会”、“中国中文信息学会”帮助做好组织有关学术著作丛书的列选工作。

热诚希望得到广大计算机界同仁的支持和帮助。

清华大学出版社
广西科学技术出版社

计算机学术著作出版基金办公室

1992年4月

序 言

计算机是当代发展最为迅猛的科学技术,其应用几乎已深入到人类社会活动和生活的一切领域,大大提高了社会生产力,引起了经济结构、社会结构和生活方式的深刻变化和变革,是最为活跃的生产力之一。计算机本身在国际范围内已成为年产值达 2500 亿美元的巨大产业,国际竞争异常剧烈,预计到本世纪末将发展为世界第一大产业。计算机科学技术具有极大的综合性质,与众多科学技术相交叉而反过来又渗入更多的科学技术,促进它们的发展。计算机科学技术内容十分丰富,学科分支生长尤为迅速,日新月异,层出不穷。因此在我国计算机科学技术尚比较落后的情况下,加强计算机科学技术的传播实为当务之急。

中国计算机学会一直把出版图书刊物作为学术活动的重要内容之一。我国计算机专家学者通过科学实践,做出了大量成果,积累了丰富经验与学识。他们有撰写著作的很大积极性,但相当时期以来计算机学术著作由于印数不多,出版往往遇到不少困难,专业性越强越有深度的著作,出版难度越大。最近清华大学出版社与广西科学技术出版社为促进我国计算机科学技术及产业的发展,推动计算机科技著作的出版工作,特设立“计算机学术著作出版基金”,以支持我国计算机科技工作者撰写高水平的学术著作,并将资助出版的著作列为中国计算机学会的学术著作丛书。我们十分重视这件事,并已把它列为学会本届理事会的工作要点之一。我们希望这一丛书能对传播学术成果、交流学术思想、促进科学技术转化为生产力起到良好作用,能对我国计算机科技发展具有有益的导向意义,也希望我国广大学会会员和计算机科技工作者,包括海外工作和学习的神州学人们能积极投稿,出好这一丛书。

中国计算机学会

1992 年 4 月 20 日

前 言

大自然是人类获得灵感的源泉。几百年来,将生物界所提供的答案应用于实际问题求解已被证明是一个成功的方法,并且已形成仿生学这个专门的科学分支。我们知道,自然界所提供的答案是经过漫长的自适应过程(称为演化的过程)而获得的结果。除了演化过程的最终结果,我们也可以利用这一过程本身去解决一些较为复杂的问题。于是,我们不必非常明确地描述问题的全部特征,只需要根据自然法则来产生新的更好解。演化计算正是基于这种思想而发展起来的一种通用的问题求解方法。由于其所具有的本质并行性以及自组织、自适应和自学习等智能特征,演化计算已成功地应用到那些难以用传统的方法来进行求解的复杂问题之中,从而成为一个引人注目的研究方向。

自 20 世纪 80 年代中期以来,世界上许多国家都掀起了演化计算的研究热潮。目前,有数种以演化计算为主题的国际会议在世界各地召开。国际互联网上有多种相关的 mailing list,USENET 上还有专门的新闻组。并且已出版两种专门关于演化计算的新杂志。甚至新一轮日本计算机发展规划——RWC 计划也把演化计算作为它的主要支撑技术之一,以进行信息的集成、学习及组织等。

为推动国内在该领域的研究与应用,我们特撰拙著,以期抛砖引玉。本书将结合我们在该领域内的研究成果,从演化计算的算法设计、理论分析和应用的角度对演化计算这一新技术进行系统全面地阐述和讨论。

本书共分 11 章。在第一章至第三章,我们对演化计算的发展历史、主要分支及特点、演化算法的基本结构及原理、算法的设计和步骤等进行了全面、详细的陈述。第四章通过对演化算法的收敛性和工作机理的分析及演化计算理论框架的建立,介绍了几种演化计算理论分析的方法。第五章至第八章讨论了演化算法在函数优化及组合优化、非线性参数估计、自适应建模和神经网络系统的设计等领域的应用,通过处理实际问题来加深读者在算法的设计及应用方面的理解。第九章讨论在并行与分布式系统环境下并行演化算法的实现,以提高算法的效率和性能。第十章则介绍近几年兴起的一个新方向——演化硬件。第十一章对目前流行的一些演化计算的程序设计环境,从其功能、实现平台、特点等方面作了较系统的介绍。

需要指出的是,本书中的许多观点和提法,难免有不妥之处。诚望读者指正。

本书的完成得到了国家自然科学基金、863 高技术计划、湖北省自然科学基金和软件工程国家重点实验室开放基金的资助。中国计算机学会、清华大学出版社和广西科学技术出版社对本书提供了出版基金资助。

感谢澳大利亚新南威尔士大学及国防研究院的姚新(Xin Yao)博士、日本 ATR 人类信息处理实验室的 Hugo de Garis 博士、德国 GMD 中心的 Heinz Mühlenbein 博士,他们为作者提供了大量的资料。他们及美国北卡罗来纳大学夏洛特分校的 Zbigniew Michalewicz 教授等对武汉大学的访问给我们带来了许多信息并与著者进行了许多有益

的讨论。

感谢武汉大学软件工程国家重点实验室同仁所给予的热情支持和帮助。著者还与李元香博士、刘勇博士、何军博士、魏俊博士、陈拥君博士、张亮博士、何其明博士等进行过十分愉快的交谈和合作。感谢博士生郭涛、丁立新、何巍、曹宏庆,硕士生胡欣、林汉生等所做的工作。

感谢著者的家庭成员在著者从事研究和本书的撰写过程中所给予的理解与支持。

潘正君 康立山 陈毓屏

武汉大学软件工程国家重点实验室

Email: {zjpan,kang}@rjgc.whu.edu.cn

1997年11月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 演化计算的主要分支	2
1.2.1 遗传算法	3
1.2.2 演化策略	4
1.2.3 演化规划	5
1.2.4 遗传程序设计	5
1.3 演化计算的主要特点	6
1.3.1 智能性	6
1.3.2 本质并行性	6
1.4 演化计算的研究内容及其前景	6
第 2 章 演化计算的基本原理	9
2.1 演化计算的基本概念	9
2.2 演化计算的基本结构	9
2.3 演化计算的基本特征	12
2.4 演化计算与其它搜索方法的比较	13
2.5 演化计算的基本定理	14
2.5.1 模式定理	14
2.5.2 内含并行性定理	15
第 3 章 演化算法的设计	16
3.1 设计演化算法的基本原则与步骤	16
3.1.1 设计演化算法的基本原则	16
3.1.2 设计演化算法的基本步骤	16
3.2 编码表示	17
3.2.1 位串编码	17
3.2.2 实数编码	17
3.2.3 有序串编码	19
3.2.4 结构式编码	20
3.3 适应性的度量	20
3.3.1 原始适应函数	20
3.3.2 标准适应函数	20

3.3.3	适应值的调节	21
3.4	选择策略	21
3.4.1	基于适应值比例的选择	22
3.4.2	基于排名的选择	23
3.4.3	基于局部竞争机制的选择	24
3.5	演化算子的设计	25
3.5.1	二进制编码	25
3.5.2	实数编码	26
3.5.3	结构式编码	30
3.6	演化算法控制参数的选取	30
3.6.1	控制参数的优化及选取	30
3.6.2	控制参数的自适应调节	31
3.7	演化算法的改进	31
3.7.1	演化算法的高级操作	31
3.7.2	演化算法的群体策略	32
3.7.3	混合演化算法	35
第4章	演化算法的理论分析	37
4.1	引言	37
4.2	演化算法的收敛性分析	37
4.2.1	预备知识	37
4.2.2	SGA 的收敛性分析	39
4.3	演化算法选择压力的分析	43
4.4	SGA 的动力学模型	47
4.4.1	无限群体模型	47
4.4.2	有限群体模型	50
4.5	遗传算法的全局随机搜索模型	52
4.5.1	遗传算法理论的评价准则	52
4.5.2	全局随机搜索方法	53
4.5.3	代方法	56
4.5.4	遗传算法的全局随机搜索模型	60
第5章	演化优化	64
5.1	引言	64
5.2	演化函数优化	64
5.2.1	问题的描述	64
5.2.2	编码准则	65
5.2.3	算法的性能评估	66

5.3	测试函数	66
5.3.1	无约束优化的测试函数	67
5.3.2	有约束优化的测试函数	68
5.3.3	约束优化问题的难度特征	71
5.4	一个求解函数优化的演化算法	72
5.4.1	编码表示	72
5.4.2	选择	72
5.4.3	遗传操作	73
5.4.4	试验结果	74
5.5	约束的处理	76
5.5.1	算子修正法	76
5.5.2	惩罚函数法	79
5.5.3	障碍函数法	83
5.5.4	可行解搜索法	84
5.5.5	混合法	86
5.6	演化组合优化	87
5.6.1	TSP 问题	87
5.6.2	其它组合优化问题	96
第 6 章	演化非线性参数估计	100
6.1	问题描述	100
6.2	非线性回归模型	101
6.3	算法描述及结果比较	101
6.4	模拟试验与分析	104
6.4.1	搜索区间对算法性能的影响	106
6.4.2	采样区间对算法性能的影响	107
6.4.3	数据噪声对算法性能的影响	108
第 7 章	演化自适应建模	111
7.1	问题的提出	111
7.2	遗传程序设计	112
7.3	演化自适应建模	115
7.3.1	编码表示	115
7.3.2	遗传算子的设计	116
7.3.3	演化建模算法的实现	117
7.3.4	计算实例	118
7.3.5	结论	120
7.4	混合自适应建模	121

第 8 章 演化人工神经网络	124
8.1 引言	124
8.2 人工神经网络的系统设计	124
8.2.1 ANN 系统设计的内容	124
8.2.2 设计神经网络的方法	126
8.3 人工神经网络的演化	126
8.3.1 网络演化方法	126
8.3.2 同时演化网络的结构与权值的演化算法	127
第 9 章 演化算法的并行实现	132
9.1 引言	132
9.2 分布式演化算法	133
9.2.1 Walsh 多项式	133
9.2.2 迁移策略与算法结构	134
9.2.3 计算试验与讨论	136
9.2.4 基于人工选择的迁移模型	141
9.3 细粒度并行演化算法	143
9.3.1 算法结构	143
9.3.2 计算试验与讨论	144
9.4 并行演化算法的工作机理分析	147
第 10 章 演化硬件	149
10.1 引言	149
10.2 可编程专用集成电路简介	150
10.2.1 PLD 阵列结构	150
10.2.2 FPGA 的结构	154
10.3 演化硬件的实现	155
10.3.1 演化硬件的染色体表示	155
10.3.2 变长染色体遗传算法	156
10.4 演化硬件研究的现状和前景	158
第 11 章 演化计算程序设计环境	162
11.1 引言	162
11.2 面向应用的系统	162
11.3 面向算法的系统	164
11.4 工具包系统	166
11.5 发展趋势展望	169

附录 A 遗传算法的一个示例源程序.....	170
附录 B 测试数据集.....	181
参考文献.....	182
索引	199

第1章 绪 论

1.1 引言

当前科学技术正进入多学科互相交叉、互相渗透、互相影响的时代。这一点在计算机科学领域表现得尤为突出。一方面,计算机科学的迅猛发展,从根本上改变了人类的生活、学习和工作的方式,使人类文明进入了一个崭新的时代;另一方面,随着人类生存空间的扩大和认识世界改造世界范围的拓宽,人们又对计算机科学提出了新的要求与期望。而所有的期望之中,对计算机的计算速度和具有智能的要求也许是最迫切和最基本的。

很多实际应用问题不仅涉及到大量的计算而且需要实时响应,这对计算机的速度提出了强有力的挑战。由于提高单机速度受其物理极限的限制,解决这一问题的根本途径便是并行化。虽然目前并行机已较为普遍,但因为缺乏有效的并行算法,以致于使用并行机难以获得较高的加速比。

制造具有智能的机器一直是人类的梦想。直到1956年人工智能技术的出现,人们已为此作出了巨大的努力。近年来,随着人工智能应用领域的不断拓广,传统的基于符号处理机制的人工智能方法在知识表示、处理模式信息及解决组合爆炸等方面所碰到的问题已变得越来越突出,这些困难甚至使得某些学者对强人工智能提出了强烈批判,对人工智能的可能性提出了质疑^[38,60,61,62,234,260]。

基于上述原因,寻求一种适于大规模并行且具有某些智能特征如自组织、自适应、自学习等的算法已成为有关学科的一个研究目标。而近些年来,一些新的研究方向如神经网络、细胞自动机和演化计算等,由于它们都是模拟某一自然现象或过程而发展起来的,并且具有适于高度并行与自组织、自适应、自学习等特征,因而引起了人们的极大兴趣。这些新方法通过“拟物”与“仿生”以使问题得到解决,它们也许能为解决某些复杂问题提供新的契机^[172,312]。

大自然是我们解决各种问题时获得灵感的源泉。几百年来,将生物界所提供的答案应用于实际问题求解已被证明是一个成功的方法,并且已形成一个专门的科学分支——仿生学(bionics)。我们知道,自然界所提供的答案是经过漫长的自适应过程——演化过程而获得的结果。除了演化过程的最终结果,我们也可以利用这一过程本身去解决一些较为复杂的问题^[25]。这样,我们不必非常明确地描述问题的全部特征,只需要根据自然法则来产生新的更好解。

演化计算正是基于这种思想而发展起来的一种通用的问题求解方法。它采用简单的编码技术来表示各种复杂的结构,并通过对一组编码表示进行简单的遗传操作和优胜劣汰的自然选择来指导学习和确定搜索的方向。由于它采用种群(即一组表示)的方式组织搜索,这使得它可以同时搜索解空间内的多个区域。而且用种群组织搜索的方式使得演化算法特别适合大规模并行。在赋予演化计算自组织、自适应、自学习等特征的同时,优胜劣

汰的自然选择和简单的遗传操作使演化计算具有不受其搜索空间限制性条件(如可微、连续、单峰等)的约束及不需要其它辅助信息(如导数)的特点。这些崭新的特点使得演化算法不仅能获得较高的效率而且具有简单、易于操作和通用的特性,而这些特性正是演化计算越来越受到人们青睐的主要原因之一。

演化计算在 20 世纪六七十年代并未受到普遍的重视。其主要原因一是因为当时这些方法本身还不够成熟;二是由于这些方法需要较大的计算量,而当时的计算机还不够普及而且速度也跟不上要求,这样便限制了它们的应用;三是当时基于符号处理的人工智能方法正处于其顶峰状态,使得人们难以认识到其它方法的有效性及适应性。到了 80 年代,人们越来越清楚地意识到传统人工智能方法的局限性,并且由于计算机速度的提高以及并行计算机的普及,已使得演化计算对机器速度的要求已不再是制约其发展的因素。更由于它的不断发展及其在一些应用领域内取得的成功,演化计算已表现出了良好的应用前景。据德国 Dortmund 大学 1993 年末的一份研究报告报道,根据不完全统计演化算法已在 16 个大领域 250 多个小领域中获得了应用^[10]。

由于演化计算在机器学习、过程控制、经济预测、工程优化等领域取得的成功,已引起了包括数学、物理学、化学、生物学、计算机科学、社会科学、经济学及工程应用等领域科学家们的极大兴趣。自 80 年代中期以来,世界上许多国家都掀起了演化计算的研究热潮。目前,有数种以演化计算为主题的国际会议在世界各地定期召开^[333-354]。国际互联网上也有多种相关的 mailing list,USENET 上还有专门的新闻组 comp. ai. genetic。而由于演化计算应用范围之广泛,从一些杂志及国际会议论文集中都比较容易看到有关演化计算应用方面的文章。现在已出版两种专门关于演化计算的新杂志:“Evolutionary Computation”(由 MIT Press 出版,1993 年创刊)和“IEEE Transactions on Evolutionary Computation”(IEEE 汇刊,1997 年创刊),而且一些国际性期刊也竞相出版以演化计算为主题的专刊^[355-358]。甚至新一轮日本计算机发展规划——RWC 计划(Real World Computing Program)也把演化计算作为它的主要支撑技术之一,以进行信息的集成、学习及组织等。

另外,某些学者研究了演化计算的自现行为(emergent behavior)后声称,演化计算将与混沌理论和分形几何一道成为人们研究非线性现象和复杂系统的新的三大方法,并将与神经网络一道成为人们研究认知过程的重要工具^[85-87,264]。

当前,演化计算的研究内容十分广泛,如演化算法的设计与分析、演化计算的理论基础及其在各个领域中的应用等等。可以预料,随着演化计算理论研究的不断深入和应用领域的不断拓广,演化计算必将取得更大的成功。

1.2 演化计算的主要分支

自从电子计算机出现以来,生物模拟(也称仿生)便构成了计算机科学的一个组成部分。其目的之一是试图建立一种人工模拟环境,以便使用计算机进行仿真以更好地了解人类自己和人类的生存空间;另一目的则是从研究生物系统出发,探索产生基本认知行为的微观机理,然后设计成具有生物智能的机器或模拟系统以解决复杂问题。如神经网络、细胞自动机和演化计算都是从不同角度模拟生物系统而发展起来的研究方向。

演化计算最初具有三大分支:遗传算法(genetic algorithm,简称GA)、演化规划(evolutionary programming,简称EP)和演化策略(evolution strategy,简称ES)。20世纪90年代初,在遗传算法的基础上又发展了一个分支:遗传程序设计(genetic programming,简称GP)。虽然这几个分支在算法实现方面具有一些细微的差别,但它们具有一个共同的特点,即都是借助生物演化的思想和原理来解决实际问题。

下面我们分别就这几个分支作一个简单的介绍,以后我们将在统一的框架下进行详细的讨论。

1.2.1 遗传算法

把计算机科学与进化论结合起来的尝试开始于20世纪50年代末,但由于缺乏一种通用的编码方案,使得人们只能依赖变异而不是交配来产生新的基因结构,故而收效甚微。到20世纪60年代中期,美国Michigan大学的John Holland在A. S. Fraser和H. J. Bremermann等工作的基础上提出了位串编码技术,这种编码既适合于变异又适合交配(即杂交)操作,并且他强调将交配作为主要的遗传操作。随后,J. Holland将该算法用于自然和人工系统的自适应行为的研究之中,并于1975年出版其开创性的著作《Adaptation in Natural and Artificial Systems》^[138]。后来,J. Holland与他的学生们将该算法加以推广并应用到优化及机器学习等问题之中,而且正式定名为遗传算法。遗传算法的通用编码技术及简单有效的遗传操作为其广泛的应用和成功奠定了基础^[29,51,94,97,141]。

Holland的遗传算法常被称为简单遗传算法(简记SGA),SGA的操作对象是一群二进制串(称为染色体、个体),即种群(population)。这里每个染色体都对应于问题的一个解。从初始种群出发,采用基于适应值比例的选择策略在当前种群中选择个体,使用杂交(crossover)和变异(mutation)来产生下一代种群。如此一代代演化下去,直到满足期望的终止条件。

简单遗传算法的流程图见图1.1。

遗传算法可以形式化描述如下:

$$GA = (P(0), N, l, s, g, p, f, t)$$

这里 $P(0) = (a_1(0), a_2(0), \dots, a_N(0)) \in I^N$, 表示初始种群;

$I = B^l = \{0, 1\}^l$ 表示长度为 l 的二进制串全体, 称为位串空间;

N 表示种群中含有个体的个数;

l 表示二进制串的长度;

$s: I^N \rightarrow I^N$ 表示选择策略;

g 表示遗传算子, 通常它包括繁殖算子 $O_r: I \rightarrow I$ 、杂交算子 $O_c: I \times I \rightarrow I \times I$ 和变异算子 $O_m: I \rightarrow I$;

p 表示遗传算子的操作概率, 包括繁殖概率 p_r 、杂交概率 p_c 和变异概率 p_m ;

$f: I \rightarrow R^+$ 是适应函数;

$t: I^N \rightarrow \{0, 1\}$ 是终止准则。

应该注意的是:目前的遗传算法已不再局限于二进制编码^[273]。Z. Michalewicz 将不同的编码策略(即不同的数据结构)与遗传算法的结合称为演化程序(evolution