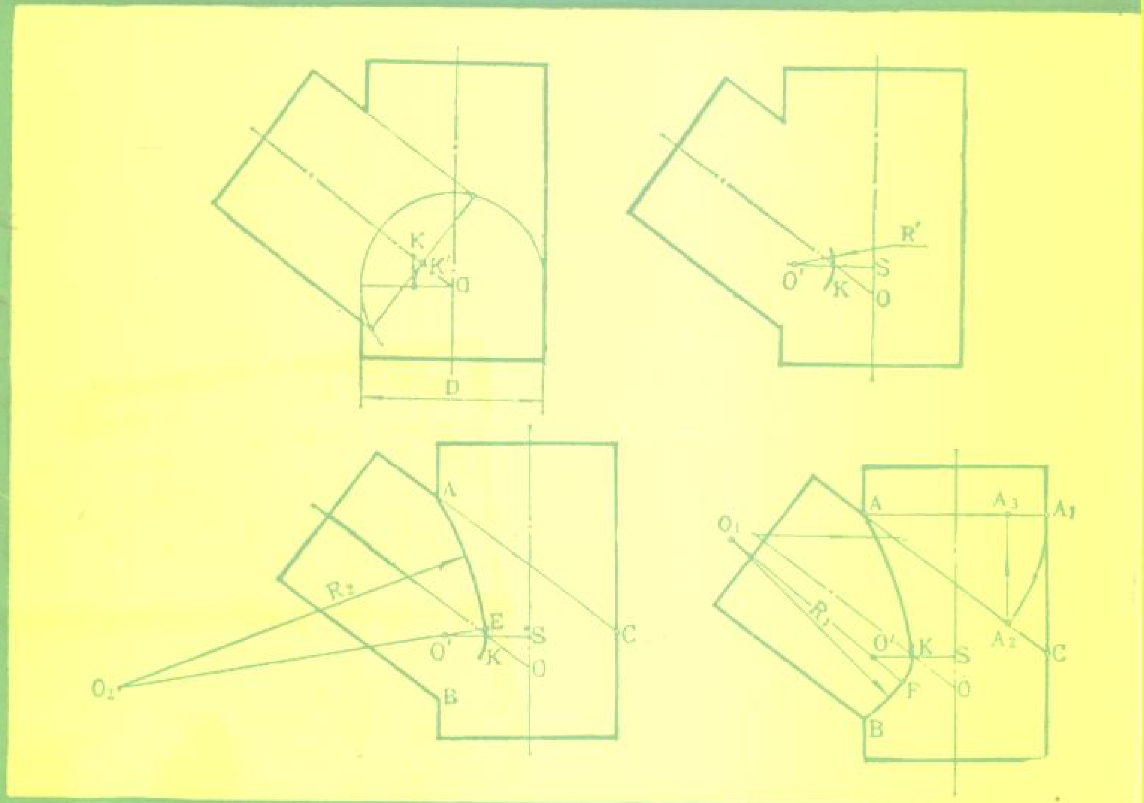
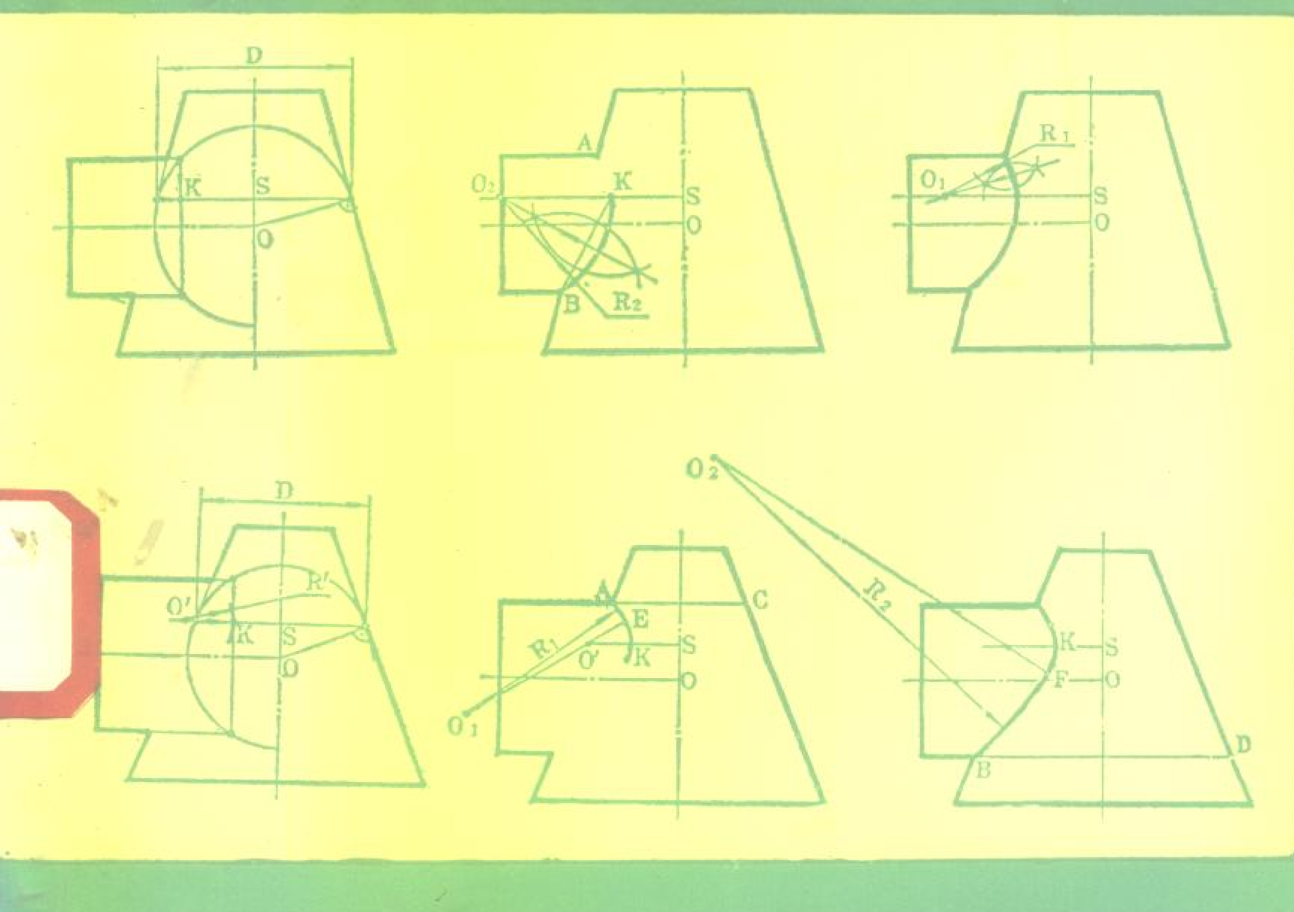


缪临平　顾文逵　编著

画法几何解题指南

中国纺织大学出版社



画法几何解题指南

缪临平　顾文逵 编著

中国纺织大学出版社

内 容 提 要

本书包含了点线面、变更投影面、旋转法、曲线曲面，立体的投影及其表面上的点线，截交展开、切口穿孔几何体、切线与切面，直线贯穿立体，曲面体的相贯等各种类型题目的分析与解答。有些示例采用一题多解并结合在工程上的应用以开拓读者的思路。

本书概括了近年来国内外画法几何教学过程中常见的具有代表性的题目，取材新颖，覆盖面广，同时又结合少而精的原则尽量避免题目间类型的重复；内容实用，是学习画法几何课程时较好的参考书。

本书适用于理工科高等院校，电视大学，职工大学，函授大学和业余大学等与画法几何制图有关的广大师生以及中专制图教师等从事制图教学的人员之用，也可供工程技术人员图解空间几何问题时参考。

画法几何解题指南

缪临平 顾文逵 编著

中国纺织大学出版社出版

（上海延安西路1882号）

新华书店上海发行所发行

上虞市科技外文印刷厂印刷

开本 787×1092　1/16　印张 14.25　字数 364 千字

1995 年 10 月第 1 版　1995 年 10 月第 1 次印刷

印数：1—4000　定价：16.00 元

ISBN7-81038-062-1/O·02

前　言

画法几何是研究图示空间几何形体和图解空间几何问题的学科。同时，画法几何作为培养学生空间想象能力和逻辑思维能力的一种手段，也有着重要的教育意义。长期以来画法几何都以其灵活多变，而被认为是较难教好和较难学习的课程之一，学生在学习时往往因缺乏空间概念而感到困难。为此，作者根据长期从事图学研究的经验，精选了画法几何中各种类型的典型题目详加分析和求解，以弥补教科书中因篇幅所限而例题较少、说明较简易的缺陷。使学生能较快地提高空间思维能力和学习效率。作者认为要学好画法几何，必须先掌握空间分析的方法和熟悉投影作图的各种技巧，辅以分析求解各种类型的题目，才能触类旁通，举一反三而达到融会贯通和牢固掌握的目的，这也是编写本书的指导思想。

在编写过程中，作者参照了1980年5月高等学校工科画法几何及工程制图教材编审委员会制订的机械类“画法几何及工程制图”教学大纲，以及1987年国家教委公布的“画法几何及工程制图”教学基本要求的精神，对画法几何中的各类题目进行精选，以控制习题数量和避免类型上的重复。根据国外教材中切线切面的内容比较普及，同时对画法几何在工程上的应用也日益重视的倾向，本书也引进了与此有关的一些内容。此外，为了帮助读者总结所学到的各种方法，扩大解题思路及技巧，本书还例举了一题多解的图例，但因限于篇幅，不能作过多展开。

本书主要是作为高等学校学生在学习时的辅助材料，所以编写顺序，基本按教学进度安排的，但为了扩大说明内容，有时用到后面章节的内容，读者遇到这种情况时，可待以后复习时再予参考。同时按专业要求的不同，某些内容可以不予参考。

本书一～八部分由同济大学缪临平编写，九～十五部分由华东工业大学顾文逵编写，全书由缪临平统稿。并经同济大学黄钟琏教授和中国纺织大学唐保宁教授分别进行了审稿，在此表示衷心感谢！

欢迎广大读者在使用后对本书提出宝贵的意见和建议，作者在此谨表衷心感谢。

作　者

1995年6月

目　　录

一、点(1～8题)……………………………………………………………(1)

二、直线(1～27题) ……………………………………………………(5)

三、平面(1～16题) ……………………………………………………(20)

四、直线和平面的关系(1～47题) ……………………………………(28)

五、变更投影面法(1～49题) …………………………………………(60)

六、旋转法(1～19题) …………………………………………………(98)

七、一题多解示例(1～15题) …………………………………………(111)

八、曲线曲面(1～7题)…………………………………………………(121)

九、体的投影及其表面上的点线(1～16题) …………………………(126)

十、截交与展开(1～10题) ……………………………………………(142)

十一、带有切口和穿孔的几何体(1～10题) …………………………(152)

十二、切线与切面(1～10题)…………………………………………(162)

十三、直线贯穿立体(1～5题)…………………………………………(171)

十四、曲面体的相贯(1～23题) ………………………………………(175)

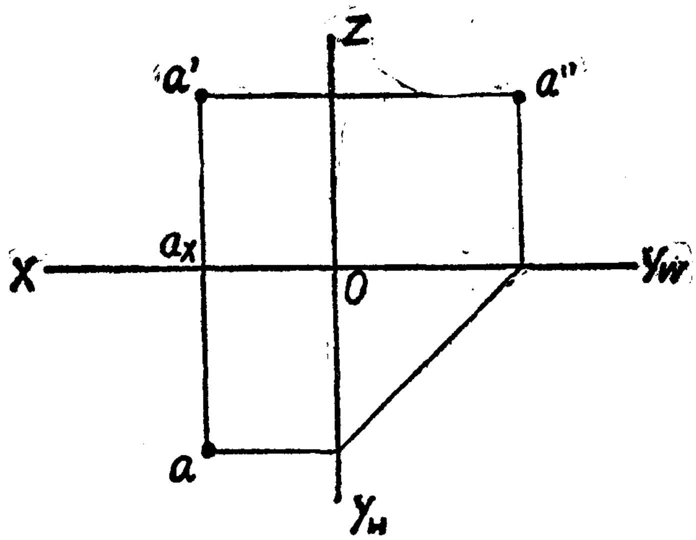
十五、画法几何在工程上的应用示例(1～12题) ……………………(201)

1. 已知点A在第一分角的等分面内，A点距H面为20mm距W为15mm，作出其三面投影并写出A点的坐标值。

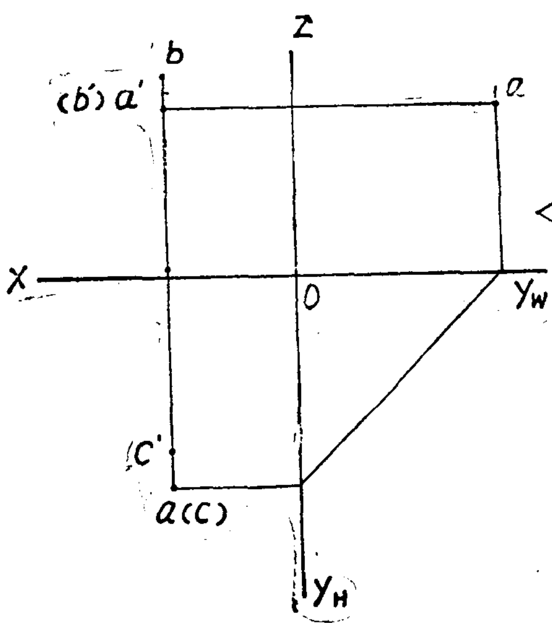
【分析】 在第一分角等分面上的各点离V面、H面两面之距离均相等，即其Y，Z两坐标相等故此点的坐标应为$A(15,20,20)$。

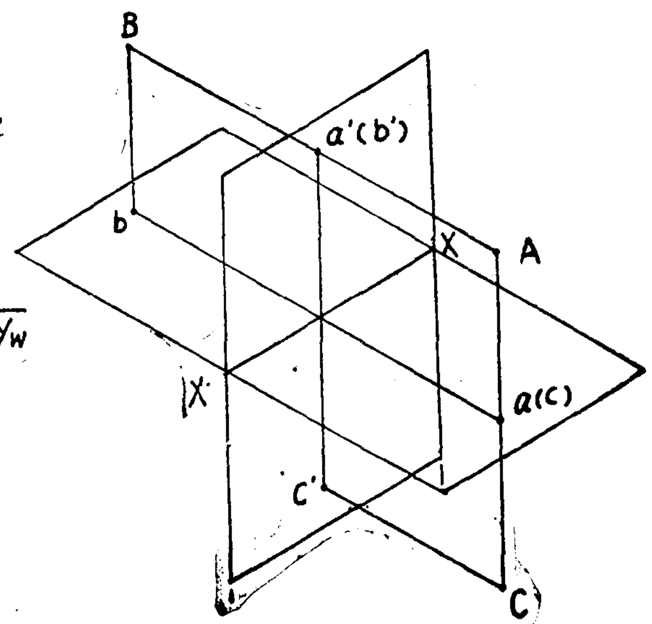
【解】 1）点距W面之距为其X坐标，故$X=15$mm，即$oa_x=15$mm由此定出a_x；

2）过a_x作线垂直OX轴，向上截取$a_xa'=20=Az$即得a'，向下截取$a_xa=20\text{mm}=A_y$即得a。



2. 已知点$A(15,25,20)$分别作出和A点对称于V面的点B及和A点对称于H面的点C的投影图，并写出B，C两点的坐标。





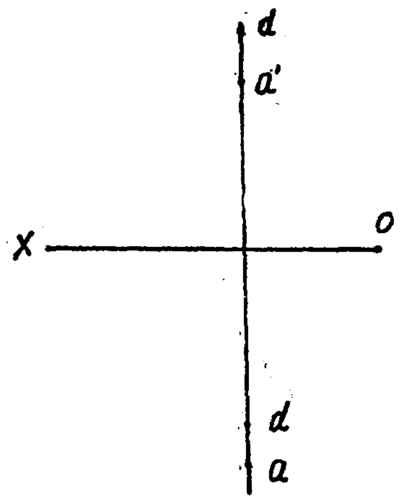
【分析】 1) 和A点对称于V面之点B应在第Ⅱ分角内，B和A点与H面、W面的距离相同，两点的X坐标及Z坐标分别相等；但位于V面两侧，离开V面距离相同，故Y坐标仅数值相同，正负号相反；

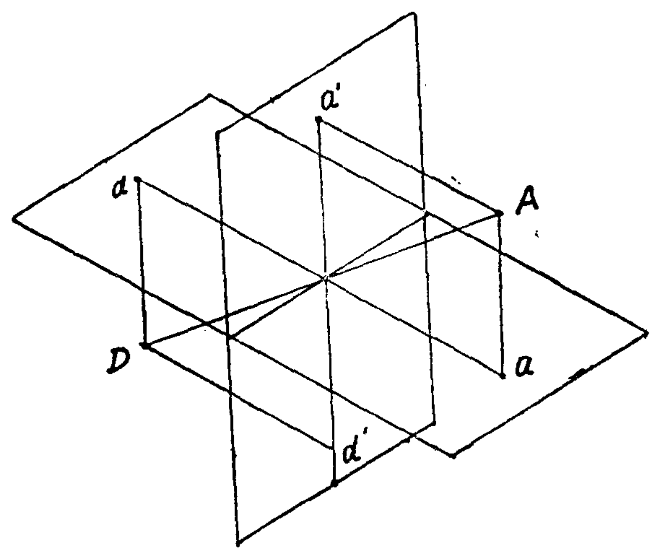
2) 和A点对称于H面之点C应在第Ⅳ分角内，C和A点与V面、W面的距离相同，故两点的X坐标及Y坐标分别相等；但位于H面两侧，离开H面距离相同，故Z坐标仅数值相同，正负号相反；

【解】 1) 第Ⅱ分角内的点，其V面、H面两投影均在OX轴的上方；故点B的坐标应为$B(15, -25, 20)$，根据坐标即可作出此点的投影图；

2) 在Ⅳ分角内之点，其H面、V面两投影均在OX轴下方，故C点坐标应为$C(15, 25, -20)$，根据坐标即可作出此点的投影图。

3. 求与点$A(15,25,20)$对称于OX轴之点D，作出D点的投影图并写出其坐标。





【分析】 和A点对称于OX轴之点应在第Ⅲ分角内，A，D两点应与W面的距离相同，即X坐标相同；其Y坐标和Z坐标的数值相同，而正负号相反。

【解】 在第三分角内之点，其V面投影在OX轴之下方，H面投影在OX轴的上方，故D点的坐标应为$D(15, -25, -20)$，根据其坐标可作出其H面、V面投影。

4. 在投影图上作出和A点对称于第一分角等分面的点B的三投影(见第3页上图)。

【分析】 1) 第一分角的等分面为过OX轴而垂直于W面的平面，与H面、V面的夹角相等；

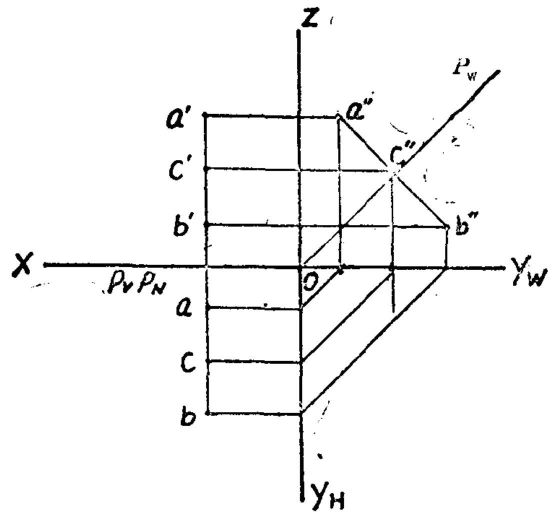
2) 与A点对称于等分面P的B点应在过A点向P面所作垂线的延长线上，且为与A距P面成等距之点，即$AC=CB$(见图)；

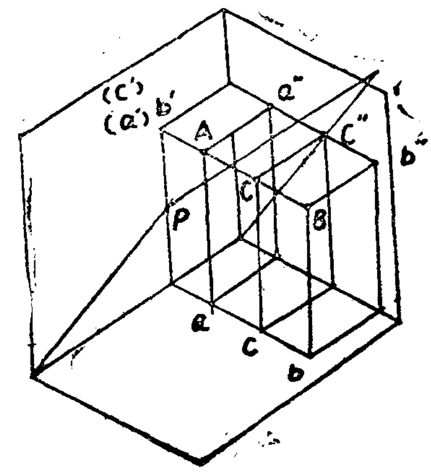
3) 过点A与平面P垂直的直线应为过A的平行于W面的直线，且此线的侧面投影与P平面的侧面迹线垂直，故本题应从侧面投影着手求解。

【解】 1) 过o作与oz成$45°$的直线即得P_W；

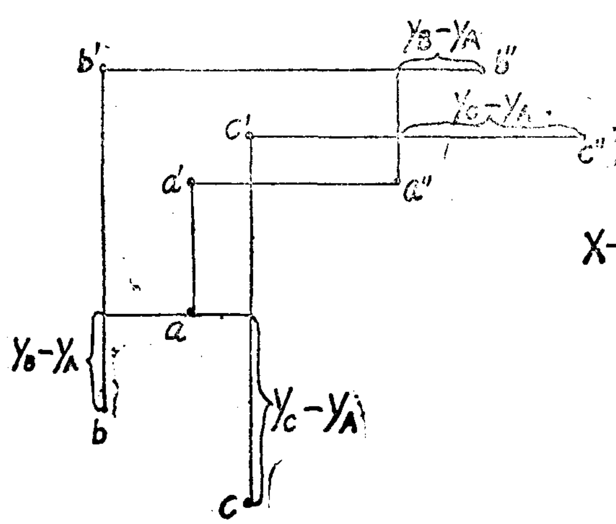
2) 过a''向P_W作垂线，得垂足c''即为点A在P面上的垂足C的侧面投影；

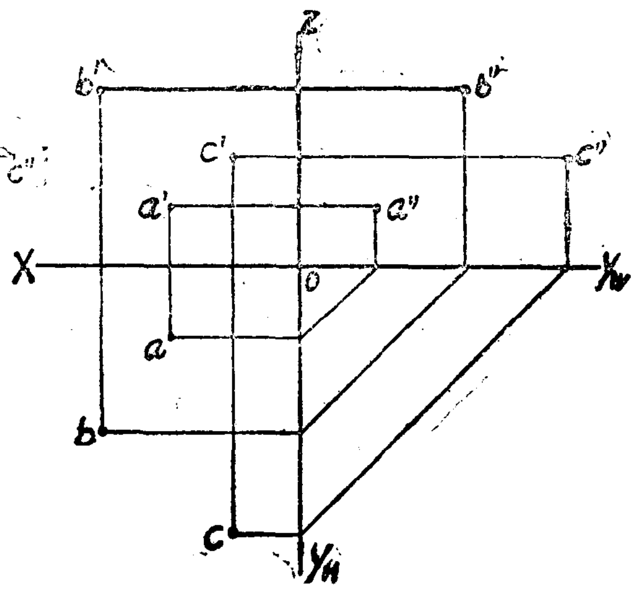
3) 根据分线段成定比的原理取$a''c''=c''b''$，即可由b''返求b'及b。





5. 已知A点的三面投影以及B、C两点的V面、W面投影，完成此两点的H面投影。





【分析】 1）本题虽未画投影轴，但仍保持有轴时的投影关系，对一个点来说，其水平投影到OX轴之距＝其侧面投影到OZ轴之距，对两个点来说则它们间的水平投影及侧面投影中的Y坐标差也不变，根据这一投影规律即可完成作图；

2）本题亦可任取投影轴，把无轴变成有轴，例如根据$a'a\ a''$定出$O-X,Y,Z$坐标体系，但定轴时必须保持a到$ox=a''$到OZ之距的投影规律。

【解】 具体作图如上两图所示。

6. 已知点$A(20,10,15)$的三投影并知点B对点A的相对坐标为$(5,5,-5)$，作出B点的三投影（见第4页左上图）。

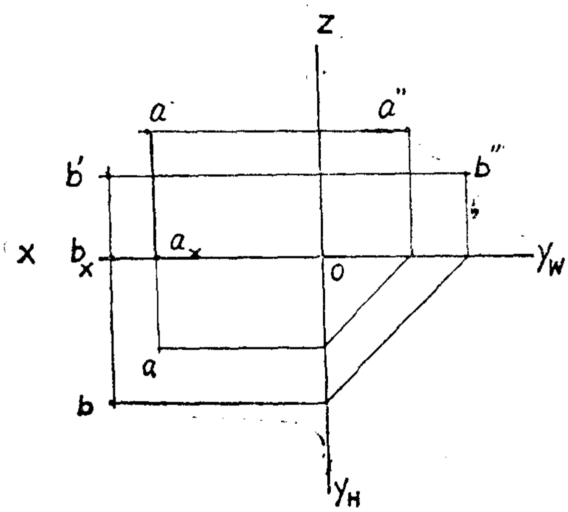
【分析】 1）点B对点A的相对坐标即为点B的三坐标与相应的点A的三坐标之差，即点B对点A的相对坐标为(x_B-x_A)，(y_B-y_A)及(z_B-z_A)；

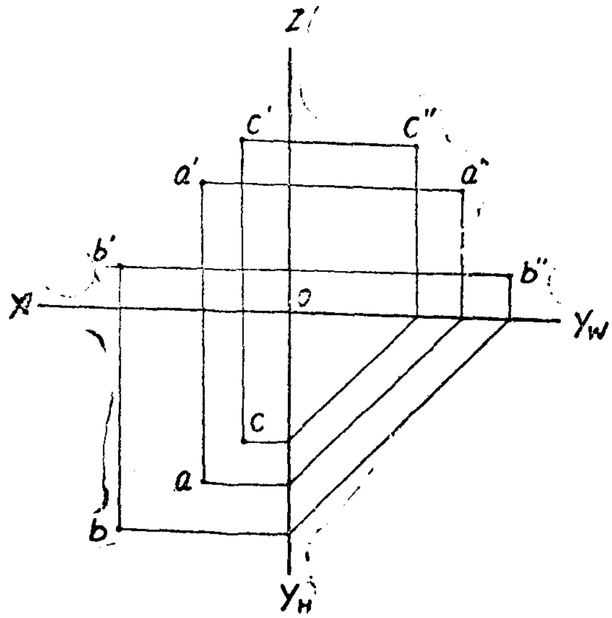
2）如(x_B-x_A)为正值，则根据坐标的正方向B点应在A点左方，同理(y_B-y_0)为正值，B点应在A点的下方，但(z_B-z_A)为负值，则B点应在A点的下方。

【解】 1）因为$(x_B-x_A)=5$，故在a_x左方5mm定出b_x并过它作垂线；

2）因为$(y_B-y_A)=5$，故b在所作垂线上距为a为5mm的下方处；

3）因为$(z_B-z_A)=-5$，故b'在所引垂线上距a'为5mm的下方处。





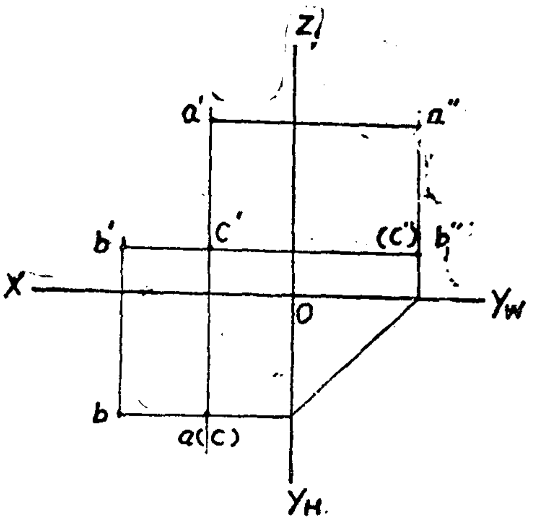
7. 说明B,C两点对点$A(10,20,15)$的相对位置，并写出点B对点C的相对坐标。(见右上图)

【分析】 1）根据两点间坐标值的比较 $x_B>x_A$，$z_B<z_A$，$y_B>y_A$，根据坐标的正方向可知B点位于A点的左方，位于A点的前方并位于A点的下方；

2）同理C点位于A点的右方，A点的后方及A点的上方。

【解】 1）从图上量得B点相对于O-X,Y,Z坐标体系的绝对坐标为$B(20,25,5)$，C点的绝对坐标为$C(5,15,20)$；

2）B对C的相对坐标为(x_B-x_C)，(y_B-y_C)及(z_B-z_C)；所以相对坐标值为$(15,10,-15)$。



8. 已知点$A(10,15,20)$、$B(20,15,5)$及$C(10,15,5)$，作出它们的三投影，并判别重影点的可见性。

【分析】 1）A，C两点在一条铅垂线上，故它们的水平投影重影；

2）B,C两点在一条侧垂线上，故它们的侧面投影重影；

3）可利用坐标的大小来确定重影点的可见性。

【解】 1）$\because x_B>x_C$ $\therefore$相对于W面而言B点在前C点在后，故b''可见c''不可见应加括号以加区分；

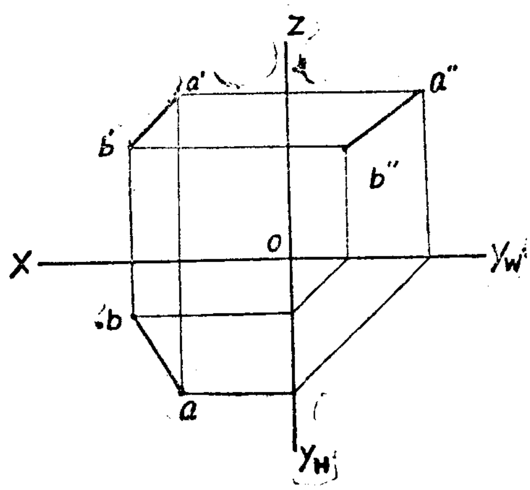
2）$\because z_A>z_C$ $\therefore$相对于H面而言A点在上，C点在下，故a可见c不可见亦应加括号。

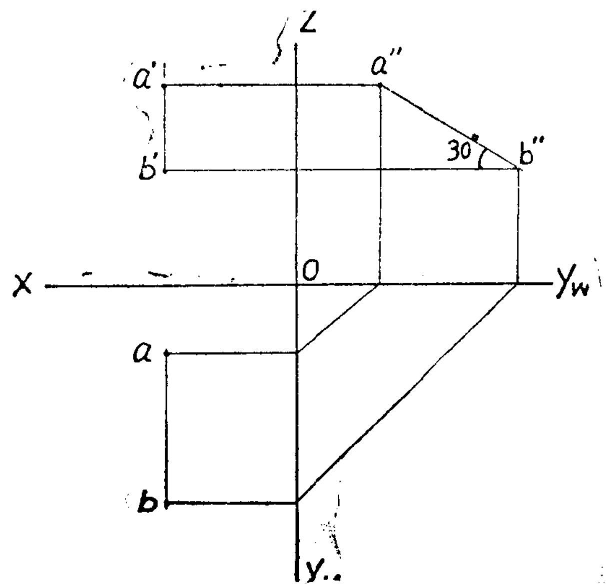
1. 已知直线AB上一端点A的三投影，并知B点相对于A点的相对坐标$A(x_B-x_A)=5$，$(Y_B-Y_A)=-10$，$(Z_B-Z_A)=-5$，试完成此直线的三投影(见左下图)。

【分析】 根据相对坐标可知B，A两点的相对位置，即B点在A点左方5mm处，在A点后方10mm处及在A点下方5mm处。

【解】 1）根据分析作出B点的三投影；

2）将A，B两点的各同面投影相连即得AB线的三投影。





2. 已知侧平线AB后上方一端点A的两投影$a'a$，并知AB之长为20mm与H成30°角。试完成AB线的三投影(见右上图)。

【分析】 1）由侧平线的投影特性可知其侧面投影反映实长并能反映与V面、H面所成夹角β、α，故此题可由W面求解；

2）∵B在A的下方　∴$Z_B<Z_A$

∵B在A的前方　∴$Y_B>Y_A$

又因侧平线上各点的X座标均相等，故B点位置可唯一确定。

【解】 1）作出a''；

2）根据B点在A点的下前方及$\alpha=30°$，定出此侧平线侧面投影的方向；

3）在侧面投影上截取实长20mm即得b''；

4）按投影规律由b''返求b及b'，即得所求AB线的三投影。

3. 已知直线AB的水平投影ab及a'，并知AB与V面的夹角$\beta=30°$，作出此线的V面、H面投影(见左下图)。

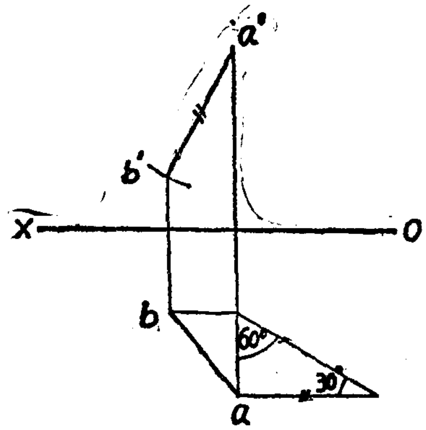
【分析】 1）根据直角三角形法可知在V面投影中AB线的实长与$a'b'$间的夹角为β，而另一直角边应为AB两点的Y坐标差，如能作出此直角三角形即可得解；

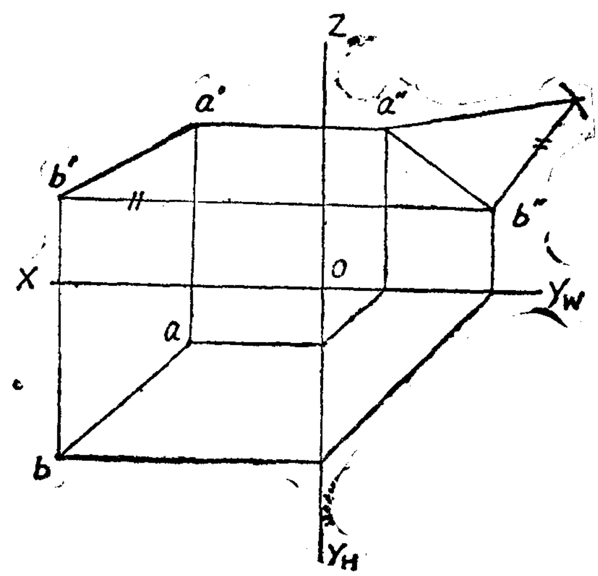
2）本题中$a'b'$虽未知，但直角三角形中作为一直角边的Y坐标差及一锐角β已知，故仍可作出此直角三角形。

【解】 1）取Y_A-Y_B为直角底边作一直角三角形使斜边与底边所夹之角$=90°-\beta=60°$，则斜边即为AB实长而直角底边即为AB的V面投影之长$a'b'$；

2）以a'为中心，$a'b'$之长作弧交过b所引之投影线于b'，则$a'b'$即为所求；

3）本题可有两解，即B点在A点的下方或上方，题中只作了一解。





4. 已知直线的投影$a''b''$和a'，且知AB的实长为25mm，求作此直线的三投影(见右上图)。

【分析】 1）根据直角三角形法，如以侧面投影$a''b''$为底边以AB两点的X坐标差为直角边，则斜边即为AB线的实长，实长与$a''b''$成α角，现实长已知，即可以$a''b''$为直角底边，求出X坐标差；

2）将此X坐标差量至A点左右两侧即可得两解；

3）本题只作出一解如图所示。

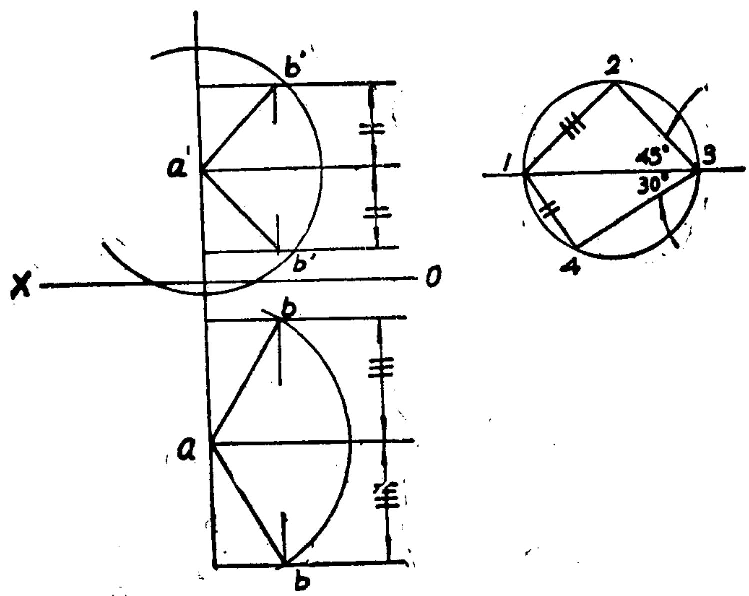
5. 过A点作一直线AB使其实长等于20mm，且AB线与H面、V面分别成$\alpha=30°$、$\beta=45°$，完成此直线的两投影。

【分析】 1）在用直角三角形法求L，α，β时：

① 如以水平投影之长为底边，以Z坐标差为直角边所成的直角三角形，其斜边即为实长，斜边与底边所夹的即为α角；

② 同理，以正面投影长为底边，以Y坐标差为直角边所成的直角三角形，其斜边亦为实长，斜边与底边夹成β角。

2）利用平面几何的作图，以实长为直径作圆，并分别作与之成45°和30°的两直角三角形，则此两直角三角形各自的一边即为投影长，另一边即为相应的坐标差。



【解】 1）作出所需的辅助图形如上图所示；

2）因为1 3等于AB的实长等于20mm，则3 4为ab之长，1 4为AB两点之Z坐标差，同理1 3等于AB的实长等于20mm，则2 3为$a'b'$之长，1 2为AB两点之Y坐标差；

3）将投影长及坐标差移至投影图中，为此以a为圆心，以$ab=34$之长为半径作弧，再在a的上下方各截取Y坐标差等于1 2之长，则其交点即为点b的两解；

4）同理以a'为圆心以$a'b'=3\ 2$为半径作弧，再在a'点上下方各截取Z坐标差等于1 4之长即可求得b'。

【讨论】 1）显见本题只作了四解，在A点左方还可有4解，如果AB线的走向即AB两点的相对位置不加限制则本题可有八解；

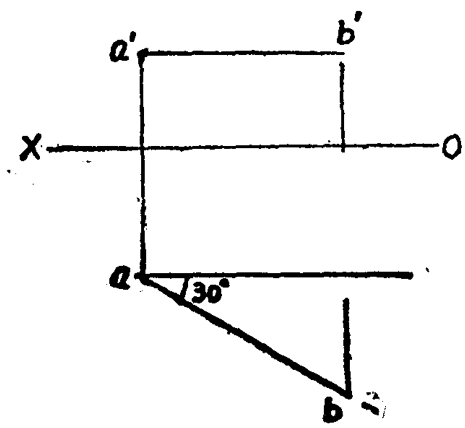
2）本题用旋转法求解可更便捷(见旋转法部分)；

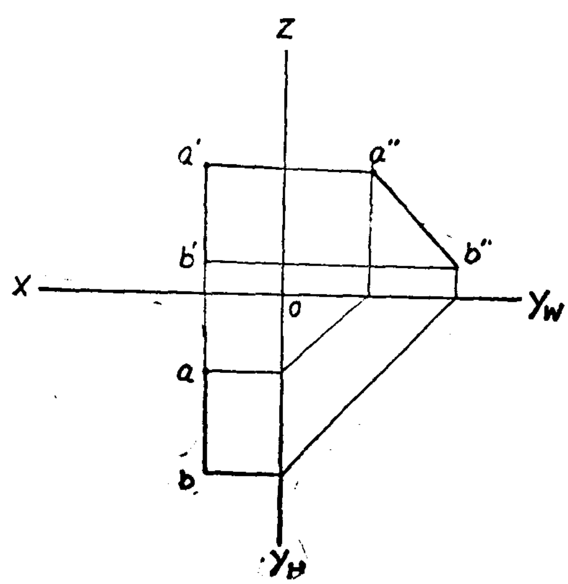
3）一般位置直线与H面、V面所成之角α、β应满足$\alpha+\beta<90°$的条件(见以后的证明题)；如$\alpha+\beta>90°$则本题无解，当$\alpha+\beta=90°$时则此线必为侧平线，其侧面投影反映α、β的实形。

6. 过已知点A作直线AB，使$AB \parallel H$面，且B点在A点的右方及前方，并知AB与V面所成之角$\beta = 30°$，求此线的H面、V面两投影(见左下图)。

【分析】 1）因为$AB \parallel H$面故它为水平线，根据水平线的投影特性其正面投影平行OX轴，其水平投影与OX轴成β角，根据B点在A点的右前方则可定出其水平投影的方向；

2）因AB线的长未加限定，可在其上任取一点B，则$a'b'$，ab即为所求。





7. 过已知点A作一侧平线AB，已知其实长等于15mm，且AB与H面、V面所成之角$\alpha = \beta$(见右上图)。

【分析】 根据侧平线的投影特性，其V面、H面两投影分别平行于OZ轴及OY轴，其W面投影反映实长及α和β角；

故本题可由侧面投影着手。

【解】 1）作出a''；

2）过a''作45°线并在其上截取15mm即得 b''(B点的方位未加限制可任作，本题可有四解)；

3）$\alpha = \beta = 45°$，$a''b'' = 15$mm，则$a'b'$，ab即为所求。

8. 求直线EF和$\triangle ABC$平面的交点K，并判别EF线的可见性（见左下图）。

【分析】 1）因EF为铅垂线其水平投影有积聚性并积聚成点；

2）EF与$\triangle ABC$的交点K的水平投影也必积聚于同一点；

3）因此本题可转化为已知平面内一点K的水平投影求其正面投影k'的问题；

4）假设平面形为不透明，则EF穿过$\triangle ABC$后交点K即为可见性的分界点，利用交叉两线的重影点可判别可见性。

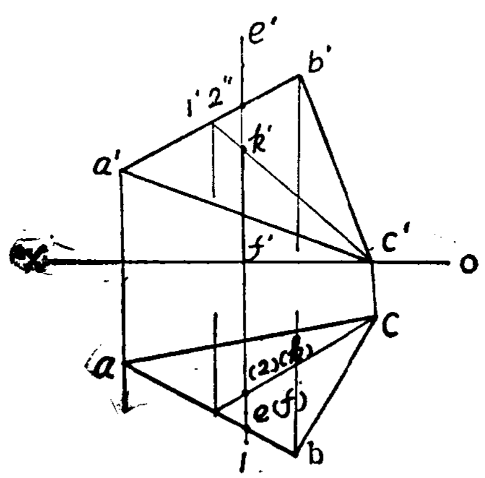
【解】 1）连辅助线ce并延长至与ab相交；

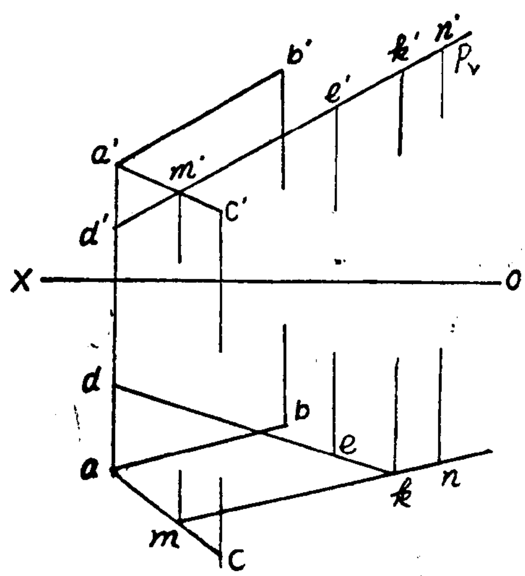
2）求出此线的V面投影，并在它与$e'f'$的相交处即得k'；

3）因EF穿过$\triangle ABC$，EF与$\triangle ABC$的三边均交叉，$a'b'$与$e'f'$的交点为重影点Ⅰ Ⅱ的V面投影$1'2'$，其水平投影一点1在ab上，另一点2和ef积聚于同一点。

4）因为点1的Y坐标大于点2的Y坐标，即相对于V面而言AB边在EF之前，因此直线EF从$\triangle ABC$上后方穿出，故$1'2'$到k'部分不可见；

5）因为交点k'为可见性的分界点，因此$k'f'$必可见。





9. 求直线DE与平面BA，AC的交点K（见右上图）。

【分析】 BA与AC为两相交线所定的一般位置平面，直线DE亦为一般位置，故求交点必须分三步即包含DE作平面，求它和已知面的交线，再找出交线和DE的交点。

【解】 1）为使解题方便应包含DE作特殊位置平面，现作正垂面P其V面迹线有积聚性标成P_V；

2）求P面与两相交线BA与AC所定平面的交线；

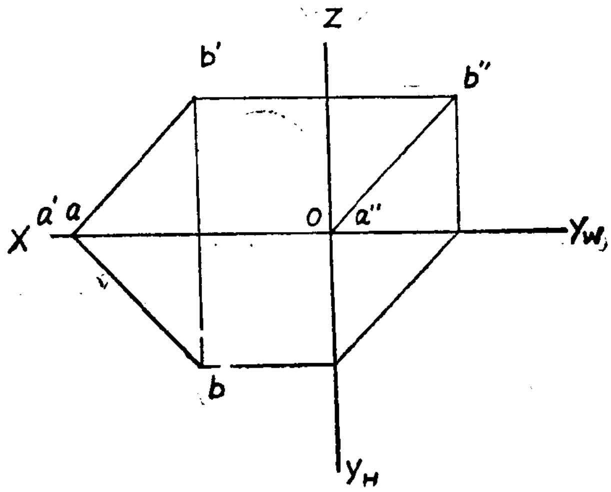
3）利用P_V有积聚性可求出两平面上的一个公有点M从m'得m；

4）因为$P_V \parallel a'b'$，根据在平面内作线的几何条件mn必平行ab，直线MN为所求交线因它既在BA和AC所定的平面上又在P面上；

5）交线与直线同面投影的交点即为所求交点故de与mn交于k，由k可得k'，点K即为所求交点，它既在BA，CA平面的MN线上，也在直线DEL；

6）当平面用两平行线或相交线表示时不判别可见性。

10. 已知直线AB的一端点A位在 OX轴上，且与W面相距30mm，其另一端点与H面、V面、W面均相距15mm，试作出此直线AB的三投影，并求出AB线的实长。



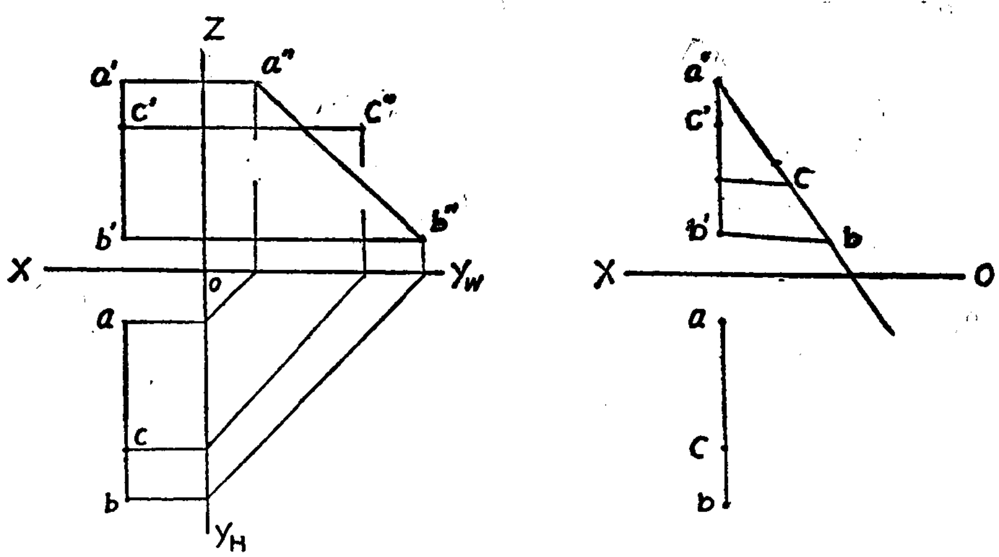
【分析】 1）位于OX轴上之点A，其H面、V面两投影a、a'均重合于OX轴，而其侧面投影a''则与原点重合；

2）与H面、V面、W面均相距为15mm之点B，其三坐标X_B，Y_B，Z_B均为15mm。

【解】 1）根据坐标定出B点的H面、V面两投影$b'b$，并求出b''；

2）连$a'b'$，ab，$a''b''$即得所求。

11. 用作图说明C点是否位于AB线上。



【分析】 1）根据点在线上的投影规律，点的各投影应在直线的各同面投影上，可用以检验C点是否在AB上；

2）根据分线段成定比的原理，如C在AB上则 $a'c':c'b'=ac:cb$也可检验此线段。

【解】 1）在左图中分别作出AB及C点的侧面投影，因为c''不在$a''b''$上，故C点不在AB上；

2）用定比法，过a'任作一直线，在其上截取ac，cb之长连bb'，因为$cc'\neq bb'$，故 C 不在AB上。

12. 作出直线AB的水平迹点与正面迹点，并分析此直线AB的空间走向(见左下图)。

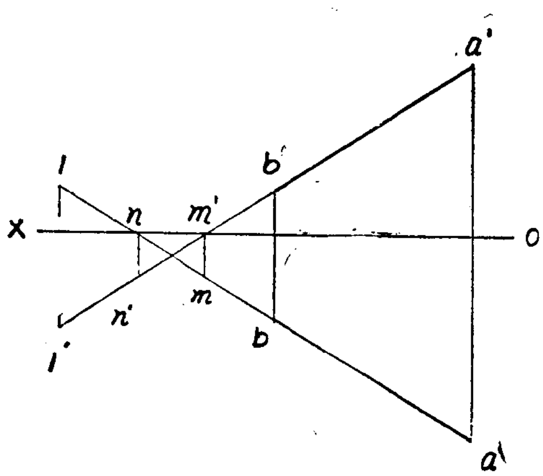
【分析】 AB的水平迹点用M表示，正面迹点用N表示而AB线的走向是指AB线延长后所经过的分角及所穿过的投影面。

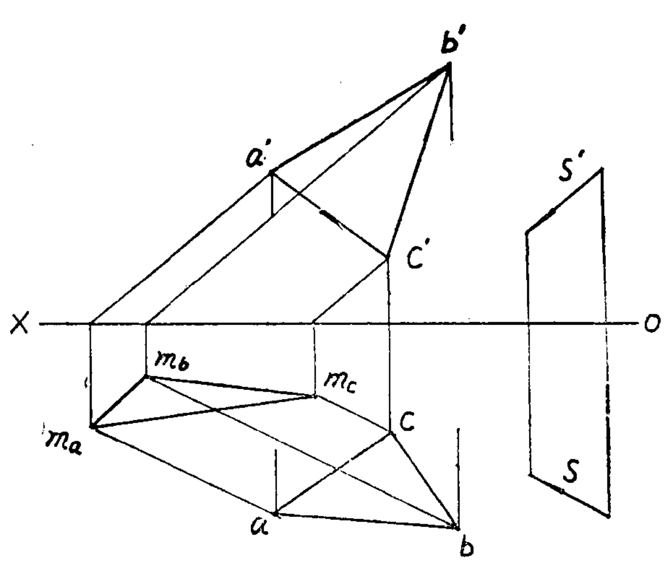
【解】 1) 延长AB至与H面相交，为此延长$a'b'$及ab，当$a'b'$交OX轴于m'时，因其Z坐标为零，故AB线已与H面相交而m'即为水平迹点的正面投影，由m'可作出m;

2) 同理延长AB，当ab与OX轴相交时，其Y坐标为零，即AB已与Y面相交，交点n为正面迹点的水平投影，由n可求出n';

3) 当AB再延长至NI时则都在第三分角内;

4) 故此直线AB的走向如下：从第一分角穿过H面到第四分角再穿过V面到第三分角。





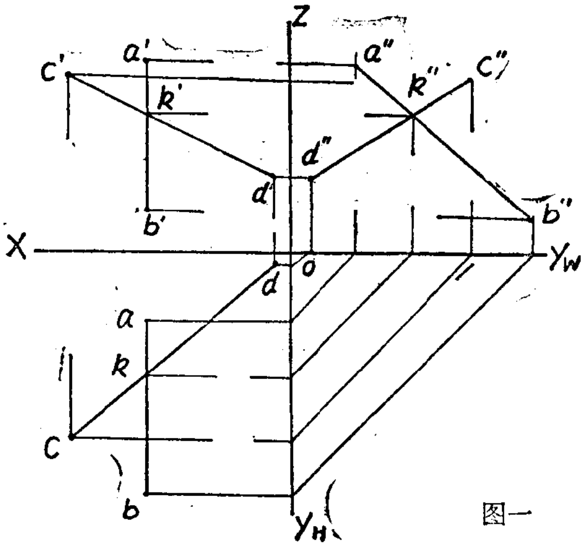
13. 作出$\triangle ABC$在阳光S照耀下落在H面上之阴影(见左上图)。

【分析】 因所给阳光S的两投影S'及S为已知，本题可归结为求出A,B、C三点在S方向投影到H面上的点，亦即求出A,B,C三点沿S方向在H面上的水平迹点即可得解。

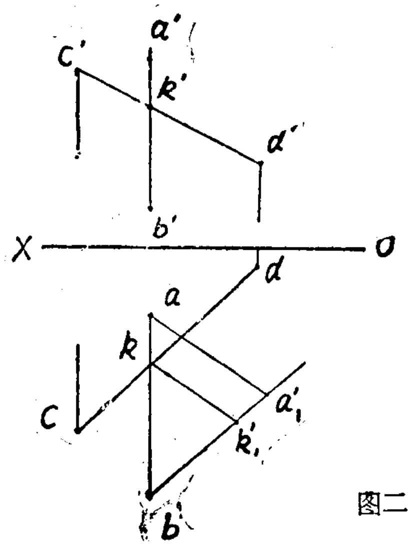
【解】 1) 过A,B,C，三点分别按$S'S$的方向，作出ABC三点的水平迹点的水平投影m_a，m_b，m_c;

2) 顺序连此三点m_a，m_b，m_c即得$\triangle ABC$在H面上之投影。

14. 已知AB,CD两直线交于K点,且AB、$c'd'$及c为已知,求cd。



图一



图二

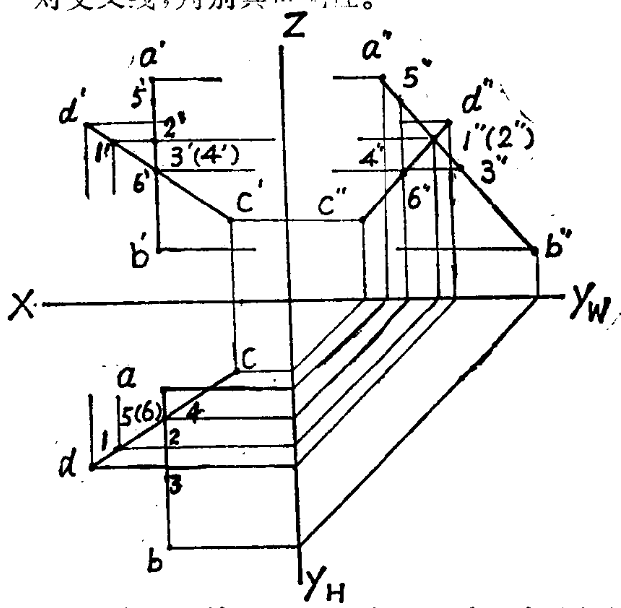
【分析】 1) 因交点K为AB,CD两直线公有,它必在AB,CD各对同面投影的相交处,利用侧面投影可以求解;

2) 因为K点在AB上,利用段线成定比,亦可在ab上求出k。

【解】 1) 见图一先作出侧面投影$a''b''$,$c''k''$从而得d'',再返求H投影cd;

2) 见图二在ab上求出k,连ck并延长至与过d'的投影线交于d,则cd即为所求。

15. 已知AB,CD为一对交叉线,判别其可见性。



【分析】 交叉两线同面投影的交点不是该两线的交点而是重影点的投影,利用它们坐标值的大小可判别其可见性。

【解】 1) $a''b''$与$c''d''$交于重影点$1''$及$2''$,因点Ⅰ在AC上,点Ⅱ在AB上$x_Ⅰ>x_Ⅱ$故$1''$可见,$2''$不可见应加括号;

2) $a'b'$,$c'd'$交于重影点$3'4'$,设点Ⅲ在AB上,点Ⅳ在CD上,∵$Y_Ⅲ>Y_Ⅳ$∴$3'$可见,$4'$不可见;

3) 同理,ab,cd交于点5,6,设点Ⅴ在AB上点Ⅵ在CD上,∵$z_Ⅴ>z'_Ⅵ$,∴5可见,6不可见。