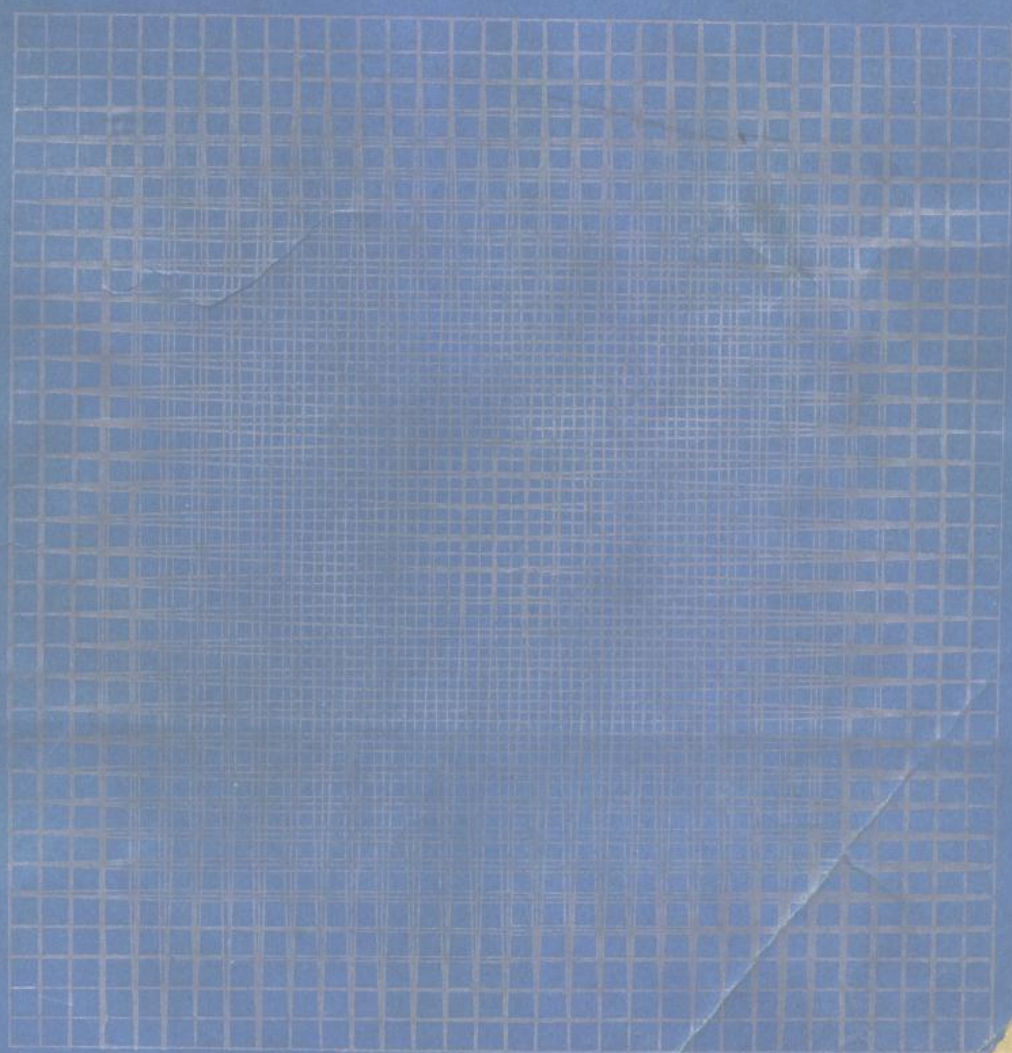


中等专业学校试用教材

机械设计基础

广西农业机械化学校 主编



中国农业机械出版社

中等专业学校试用教材

机 械 设 计 基 础

广西农业机械化学校主编

中 国 农 业 机 械 出 版 社

机 械 设 计 基 础

广西农业机械化学校主编

*

中国农业机械出版社出版

河北省永清县印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

新华书店经售

*

787×1092 16开 28 印张 686千字

1981年3月北京第一版·1985年5月北京第四次印刷

印数：35,501—43,800 定价 3.80元

统一书号：15216·041

前 言

本书是根据一九七八年一月农林部委托黑龙江、广西两省（区）农机局主持召开的桂林教材编写会议拟订的编写大纲而编写的，作为全国中等农机学校农机化专业和农机修理专业的通用教材。

本书在编写时，既注意到本课程作为技术基础课程本身的系统性，加强了理论分析与公式推导，又注意到专业的特点，使理论密切结合专业实际。在每章的末尾附以一定数量的思考题与习题，便于学生复习巩固所学内容。在文字叙述上，力求做到由浅入深，通俗易懂，适合中等专业学校学生的文化水平。

在编写过程中，许多学校、工厂和科研单位提供了丰富的资料；广东、湖南、江苏、安徽、山东、河北、北京、天津、黑龙江等省（市）农业机械化学校以及广西大学、西北农学院、广西农学院、广西机械工业学院、广西农机研究所等单位的有关同志审阅了教材初稿，并提出了很多宝贵意见；还有不少同志为编写本书做了大量的工作，在此一并表示衷心的感谢。

参加编写本书的人员有河北省廊坊地区农业机械化学校纪学礼（第一、二、三、四章）、陕西省农业机械化学校李敦诗（第五、六章）、四川省农业机械化学校李金国、谢琳（第七、八、九、二十一章）、山西省农业机械化学校陶建国（第十、十一、十二章）、新疆维吾尔自治区农业机械化学校梁肇基（第十三、十四、十五、十六章）、吉林省农业机械化学校杨宪礼（第十七、十八章）、广西壮族自治区农业机械化学校丁兴邦（第十九章）、甘肃省农业机械化学校廖兆华、吴新民（第二十、二十二章）等十位同志。丁兴邦担任主编，廖兆华担任副主编。

限于我们的水平，又缺少编写经验，错误和疏漏之处在所难免，殷切期望兄弟学校的师生和使用本书的同志批评指正。

编 者

一九七九年七月

引 言

为了在本世纪末把我国建设成为农业、工业、国防和科学技术现代化的伟大的社会主义强国，必须培养和造就一支又红又专的技术队伍。

《机械设计基础》是中等农机专业学校学生必修的一门技术基础课，是在学生已学过高等数学、物理学、机械制图和金属工艺学的基础上开设的。开设本课程的目的，是使学生获得较为系统的工程力学和机械设计的基本知识，培养学生的辩证唯物主义观点和方法以及独立地分析和解决工程实际问题的能力，并为以后学习农业机械、拖拉机、农机运用与管理、拖拉机修理等专业课程以及在工作岗位上进行农机具的改革和修理工装的革新奠定必要的理论基础。

通过本课程的学习，要求学生能对农业机械中的普通构件作受力与变形分析，作运动学分析和动力学分析；了解机械设计的一般步骤和方法，掌握常用机构的工作原理和结构特点，能合理地使用和改进现有的机械设备或根据需要对创造新的机械提出建议；能正确地选用和设计各种机械中的通用零部件，较为熟练地查阅设计手册和其它标准规范。

本课程分为工程力学基础和常用机构与通用零件设计两部分。工程力学基础包括静力学基本概念、静力学平衡方程、重心和平衡的稳定性、摩擦、直杆的拉伸与压缩、剪切与挤压、圆轴的扭转、直梁的弯曲、组合强度、物体的运动分析、动力学基础以及动载荷与交变应力概念等内容。常用机构与通用零件设计包括机械设计概论、平面四杆机构、凸轮机构、其他常用机构、皮带传动、链传动、齿轮传动、蜗轮蜗杆传动、轴的设计和轴承等内容。第一部分内容是本课程的理论基础，但又不完全是为第二部分服务的，它同时也为学习专业课程和今后在工作中正确使用农业机械与分析零件损坏原因等提供必要的理论知识。

《机械设计基础》是一门理论性较强、与工程实际联系较为紧密的学科。在学习本课程时，必须加强基础理论学习，熟悉科学抽象、逻辑推理与数学演绎的研究方法，重视实验与设计练习，同时必须注意与生产实际相结合，运用所学到的理论知识去解释和解决工程实际问题。

目 录

引 言

第一篇 工程力学基础

第一章 静力学基本概念	1
§ 1-1 力的概念	1
§ 1-2 静力学公理	3
§ 1-3 力矩和力偶的概念	6
§ 1-4 约束和约束反力	8
§ 1-5 受力图	10
思考题与习题	13
第二章 静力学平衡方程	16
§ 2-1 平面汇交力系的平衡方程	16
§ 2-2 力矩和力偶的平衡	19
§ 2-3 平面任意力系的简化	23
§ 2-4 平面任意力系的平衡方程	25
§ 2-5 空间力系的平衡方程	29
思考题与习题	34
第三章 重心和平衡的稳定性	39
§ 3-1 物体重心的确定	39
§ 3-2 物体平衡的稳定性	43
思考题与习题	46
第四章 摩擦	47
§ 4-1 滑动摩擦	47
§ 4-2 考虑摩擦力存在时的平衡问题	50
§ 4-3 槽面滑动摩擦	52
§ 4-4 滚动摩擦	53
思考题与习题	55
第五章 直杆的拉伸与压缩	58
§ 5-1 强度、刚度、稳定性的概念和五种基本变形	58
§ 5-2 拉压的受力特点	59
§ 5-3 拉压时的应力与变形	60
§ 5-4 材料的机械性质	64
§ 5-5 拉压强度计算	67
§ 5-6 拉压静不定问题	70
思考题与习题	72

第六章 剪切与挤压	74
§ 6-1 剪切与挤压的受力特点	74
§ 6-2 剪切与挤压的强度计算	75
§ 6-3 平键的选择计算	80
思考题与习题	83
第七章 圆轴的扭转	85
§ 7-1 扭转时的受力特点	85
§ 7-2 扭转时的内力	86
§ 7-3 扭转时的应力	88
§ 7-4 扭转强度计算	91
§ 7-5 扭转角及扭转刚度计算	96
§ 7-6 矩形截面轴的扭转简介	99
思考题与习题	101
第八章 直梁的弯曲	104
§ 8-1 弯曲时的受力特点	104
§ 8-2 弯曲时的内力	105
§ 8-3 弯曲时的应力	113
§ 8-4 弯曲强度计算	119
§ 8-5 挠度、转角及弯曲刚度计算	122
§ 8-6 提高梁承载能力的措施	130
思考题与习题	134
第九章 组合强度	138
§ 9-1 拉伸(或压缩)与弯曲的组合强度计算	138
§ 9-2 弯曲与扭转的组合强度计算	143
思考题与习题	150
第十章 物体的运动分析	152
§ 10-1 物体的移动	152
§ 10-2 物体的转动	166
§ 10-3 传动系统的运动分析	170
§ 10-4 运动的合成和分解	173
思考题与习题	183
第十一章 动力学基础	188
§ 11-1 质点动力学基本方程	188
§ 11-2 转动物体动力学基本方程	194
§ 11-3 惯性力、动静法	199

§ 11-4 转动物体的平衡概念	203
§ 11-5 功和功率	205
思考题与习题	212
第十二章 动载荷与交变应力概念	216
§ 12-1 动应力和动载系数	216
§ 12-2 交变应力和持久极限	217
思考题	224
第二篇 常用机构与通用零件	
设计	
第十三章 机械设计概论	225
§ 13-1 机器的组成	225
§ 13-2 机构及其运动简图	226
§ 13-3 机械设计的基本要求和 一般步骤	234
思考题与习题	235
第十四章 平面四杆机构	237
§ 14-1 平面四杆机构的构造与 基本型式	237
§ 14-2 四杆机构的演化	241
§ 14-3 四杆机构的设计问题	244
思考题与习题	248
第十五章 凸轮机构	249
§ 15-1 凸轮机构的应用与分类	249
§ 15-2 简单平面凸轮轮廓曲线的设计	251
§ 15-3 设计凸轮时应考虑的几个 问题	254
思考题与习题	257
第十六章 其他常用机构	258
§ 16-1 间歇运动机构	258
§ 16-2 螺旋机构	260
§ 16-3 万向联轴节机构	261
§ 16-4 机械式无级变速机构	263
§ 16-5 液压传动简介	265
思考题	267
第十七章 皮带传动	268
§ 17-1 概述	268
§ 17-2 三角皮带传动的设计计算	275
§ 17-3 平皮带传动的设计计算	282
§ 17-4 皮带轮的构造和材料	286
§ 17-5 皮带传动的安装、张紧和 维护	290

思考题与习题	291
第十八章 链传动	292
§ 18-1 概述	292
§ 18-2 套筒滚子链传动的设计计算	295
§ 18-3 链轮的构造和材料	298
§ 18-4 链传动的布置、张紧和润滑	302
思考题与习题	303
第十九章 齿轮传动	304
§ 19-1 概述	304
§ 19-2 齿轮传动的稳定性及 其齿廓曲线	307
§ 19-3 标准渐开线齿轮各部分名称和尺 寸计算	312
§ 19-4 一对标准渐开线齿轮的连续传 动条件	317
§ 19-5 渐开线齿轮的齿厚计算和 测量	320
§ 19-6 渐开线齿形加工原理	324
§ 19-7 根切现象和最少齿数	326
§ 19-8 齿轮的损坏情况和齿轮的材料 选择	328
§ 19-9 直齿圆柱齿轮的强度计算	332
§ 19-10 齿轮的精度选择	340
§ 19-11 变位直齿圆柱齿轮传动的几何 设计	343
§ 19-12 斜齿圆柱齿轮传动	358
§ 19-13 直齿圆锥齿轮传动	367
§ 19-14 螺旋锥齿轮传动简介	376
§ 19-15 齿轮的构造和齿轮零件工 作图	378
思考题与习题	384
第二十章 蜗轮蜗杆传动	386
§ 20-1 概述	386
§ 20-2 蜗轮蜗杆传动的主要参数和尺 寸计算	388
§ 20-3 蜗轮蜗杆传动的受力分析	392
§ 20-4 蜗轮蜗杆的材料和构造	394
思考题与习题	395
第二十一章 轴的设计	396
§ 21-1 概述	396
§ 21-2 轴的结构设计	398

§ 21-3 轴的强度计算	401	§ 22-2 滚动轴承概述	416
思考题与习题	407	§ 22-3 滚动轴承的选择与计算	420
第二十二章 轴承	409	§ 22-4 滚动轴承的组合设计	435
§ 22-1 滑动轴承	409	思考题与习题	438

第一篇 工程力学基础

第一章 静力学基本概念

在工程上及日常生活中，常会遇到物体受力的作用而保持平衡的情况。静力学的任务主要是研究物体受力分析的基本方法以及物体在受力作用下的平衡条件。

所谓平衡，是指物体相对于周围物体处于静止的状态或作匀速直线运动。平衡是物体在机械运动中的一种特殊情况，它是相对的，有条件的。通常我们习惯于取地面作为参考，来衡量物体是否处于平衡状态。

任何物体在受力作用时，总要或多或少地产生变形。但是在许多工程问题中，物体的变形一般都非常微小，甚至只有用专门的精密仪器才能测量出来。因此，为了使问题简化，在静力学中一般不考虑这种变形，而将物体看成刚体。所谓刚体，是指在任何外力作用下都不发生变形的物体，即刚体内任意两点间的距离在任何情况下均保持不变，因此刚体永远保持自身的几何形状和大小。刚体是一个抽象的概念，是一种理想化的力学模型，在现实的客观世界上并不存在。

本章着重讨论力的概念和它所遵循的规律，以及如何运用这些规律正确地分析物体的受力情况。

§ 1-1 力的概念

一、力的定义

在物理课中，我们已经学过了关于力的一些简单知识；在实践中也看到了如何利用人力、畜力、风力、水力以及柴油机或电动机所产生的力来改造自然的情况。在此基础上可以概括建立起力的科学概念。

在工程力学中，力是指物体之间的相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生改变或使物体产生变形。必须注意，力虽然不是客观存在的实际物体，但是任何力都不能离开相互作用的物体而凭空存在。

二、力的三要素

实践表明，力对物体的作用效果是由力的大小、方向和作用点这三个因素决定的。其中任何一个因素改变了，力的作用效果就会因之而改变。

以推车为例（图1-1），给它一个足够大的作用力，它就会产生运动；推车的力越大，车速增加就越快。这说明力的大小不同，所产生的运动变化也就不同。推车时，车向前运行，若把作用力倒过来，那末，车就被拉向后退。这说明作用力的方向改变了，物体运动的方向

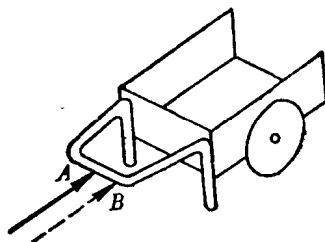


图1-1 手推车

也将发生变化。当推力作用在车把的中点 A 时，车沿直线前进，如果把这个力改为作用在 B 点，车就会向左转弯。可见，在力的大小、方向都相同的情况下，改变其作用点的位置，车的运动状态也将随之改变。

再以拖拉机牵引犁铧耕地为例。东方红-75在一档时牵引力为 3.6tf ，三档时为 2.32tf 。由于一档的牵引力比三档的大，就可以耕深一些，或多带犁铧。又若拖拉机牵引力方向改变了，则犁的运动方向必然会随之改变。另外牵引犁的横拉杆上有若干销孔（图1-2），可供调整拖拉机牵引力的作用点，以消除重耕或漏耕等现象。

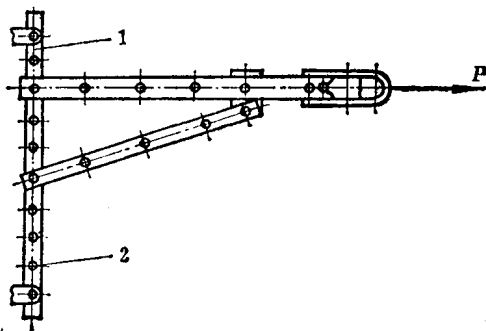


图1-2 机引犁的牵引装置

1—横拉杆 2—销孔

力的大小、方向和作用点称为力的三要素。它表明力是一个有大小和方向的物理量，所以力是矢量^①。通常用带箭头的线段表示力，线段的长短按选定的比例尺（即每单位长度代表多少公斤力）表示力的大小，箭头的指向表示力的方向，箭尾或箭端表示力的作用点。与表示力的线段重合的直线就是力的作用线。在静力学和动力学中书写力矢量时，要用带箭头的符号 $\vec{P}$ 或黑体字 $\mathbf{P}$ 表示。若在字母的上面不加箭头或用一般字体书写，则只表示力的大小，如 $P = 3.6\text{tf}$ 。

在常用的工程单位制中，力的基本单位是公斤力，习惯上称为公斤（用符号 kgf 表示），数值较大时用吨力（简称吨，用符号 tf 表示）做单位。吨与公斤的关系是

$$1\text{tf} = 1000\text{kgf}$$

在国际单位制中，用牛顿（ N ）作为力的单位，公斤与牛顿的换算关系是

$$1\text{kgf} = 9.8\text{N} (\approx 10\text{N})$$

三、力系

两个或两个以上的力同时作用在一个物体上，构成力系。

作用于物体上使其处于平衡状态的力系称为平衡力系。

力系可以按各力作用线分布情况来分类。各力的作用线均在同一平面之内的力系称为平面力系，否则称为空间力系。

在平面力系中，各力的作用线均通过同一点时，此力系称为平面汇交力系；各力的作用线均互相平行时，此力系称为平面平行力系；不具备上述条件的一般平面力系称为平面任意力系。平面汇交力系和平面平行力系可以看作是平面任意力系的特殊情况。

如果作用在物体上的某一个力系可以用另一个力系代替而不改变对物体的作用效果，则此二力系互为等效力系。如果一个力与一个力系等效，则此力称为该力系的合力，而力系中的各力称为此合力的分力。

^① 矢量又称为向量，例如力、速度、加速度和应力等。只有大小而与方向无关的物理量称为标量或数量，例如长度、面积、温度和角度等。

§ 1-2 静力学公理

静力学公理是研究静力学知识的基础，它们是力的基本性质的概括和总结。这些公理产生于人们大量的实践活动，同时也早已为客观事实所证实。

一、二力平衡公理

要使作用于同一刚体上的两个力平衡，必要与充分的条件是：这两个力的大小相等，方向相反，并且作用在同一条直线上。图 1-3 所示的悬挂着的物体处于平衡状态，它所受绳子的拉力 T 和重力 G （地球对物体的吸引力）必然是大小相等，方向相反，作用在同一条直线上的。

显然，二力平衡是平衡力系中最简单的情况。

二、加减平衡力系公理

在已知力系上增加或去掉任何平衡力系，并不改变原来的力系对刚体的作用效果。这个公理的实质在于平衡力系对刚体的平衡或运动状态不发生影响，这对于研究力系的简化很有用处。

推论：作用在刚体上的力可以沿着力的作用线移到任意点，而不改变力对刚体的作用效果。这一推论称为力的可传性原理。

证明：设在刚体上的 A 点作用着一个力 P （图 1-4a）。今于力 P 的作用线上任取一点 B ，

在 B 点沿力 P 的作用线加上一对平衡力 P_1 和 P_2 ，并使所加二力的大小都等于力 P （图 1-4b），即

$$P_1 = P_2 = P$$

根据加减平衡力系公理，在此刚体上增加一个平衡力系并不影响力 P 对刚体的作用效果，所以图 1-4a 与图 1-4b 等效。由于作用在 A 点的力 P 和作用在 B 点的力 P_2 等量、反向、共线，所以根据二力平衡公理，它们构成一个平

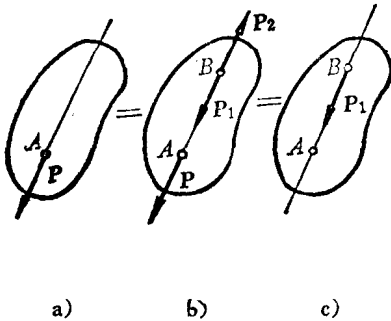


图 1-4 力的可传性

衡力系，并根据加减平衡力系公理，将此平衡力系去掉，结果只剩下作用于 B 点上的一个力 P_1 了（图 1-4c）。图 1-4c 与图 1-4b 同样是等效的，因此图 1-4c 与图 1-4a 也是等效的。对比 a、c 两图可知，力 P 由 A 点沿其作用线移到 B 点，作用效果不变。

三、力的平行四边形公理

作用于物体上某一点的两个力的合力也作用于该点上，其大小和方向可以由此二力为邻边所作的平行四边形的对角线来表示，这就是力的平行四边形公理。

图 1-5a 表示两个不平行的力 P_1 和 P_2 作用在拖车的 A 点上，它们的合力 R 也作用在 A 点上，以力 P_1 和 P_2 为邻边作平行四边形，其对角线即表示合力 R 的大小和方向。如果两个力 P_1 和 P_2 不作用在拖车的同一点上，但它们的作用线相交于一点 O （图 1-5b），力的平行四边形公理仍可应用。这时只需应用力的可传性原理，先将 P_1 和 P_2 分别沿各自的作用线移至交点 O ，再以 P_1 和 P_2 为邻边作平行四边形，其对角线就是合力 R 。由此可见，力的平行四边形公理解决了两力汇交的合成问题。若用矢量公式表示，即为

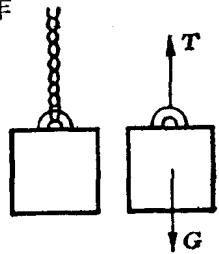
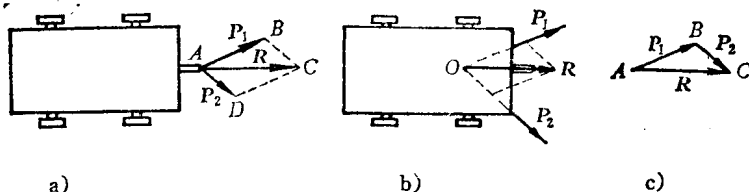


图 1-3 二力平衡公理

$$\mathbf{R} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2$$

(1-1)

在力的平行四边形 $ABCD$ 中 (图1-5a), AB 边表示力 $\mathbf{P}_1$, AD 边表示力 $\mathbf{P}_2$, 对角线



AC 表示合力 $\mathbf{R}$ 。但也可以用 BC 边表示力 $\mathbf{P}_2$ 的大小和方向。因此可自力 $\mathbf{P}_1$ 的末端 B 点作矢量 $\overrightarrow{BC}$ 平行且等于 $\mathbf{P}_2$ (图1-5c), 可得 c 点; 由

图1-5 两个汇交力的合成

$\mathbf{P}_1$ 的始端 A 至 $\mathbf{P}_2$ 的末端 C 连线段, 得矢量 $\overrightarrow{AC}$, 显然, $\overrightarrow{AC}$ 即为力 $\mathbf{P}_1$ 和 $\mathbf{P}_2$ 的合力 $\mathbf{R}$ 。△ ABC 称为力三角形, 这种求合力的方法称为力三角形法则。力三角形法则完全是由平行四边形公理简化来的。但应注意, 在力三角形中, 并不能完全表示各力作用线的位置。

运用平行四边形公理也可将一个力分解为两个分力。由于用同一条对角线可以画出任意多个平行四边形, 因而一个力可以分解成任意多组的二分力。但是, 若二分力的方向已确定, 或其中一分力的大小和方向已确定, 则分解的结果将是确定的唯一解。工程中常常需要将一个力分解为两个互相垂直的分力, 例如分析斜坡上停放的拖拉机的受力 (图1-6), 需将其重力 $\mathbf{G}$ 分解为沿斜面方向的下滑力 $\mathbf{P}$ 和垂直于斜面方向的正压力 $\mathbf{N}$ 。如图示, 可按斜面方向和垂直于斜面的方向作平行四边形 (此时为矩形), 并根据合力 $\mathbf{G}$ 求得二分力 $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{N}$ 。

现在来研究多个汇交力的合成。设有四个力 $\mathbf{P}_1$ 、 $\mathbf{P}_2$ 、 $\mathbf{P}_3$ 和 $\mathbf{P}_4$ 作用在物体上的 O 点 (图1-7), 求此四个力的合力。

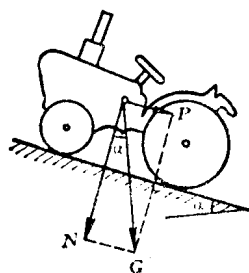


图1-6 拖拉机的重力分析

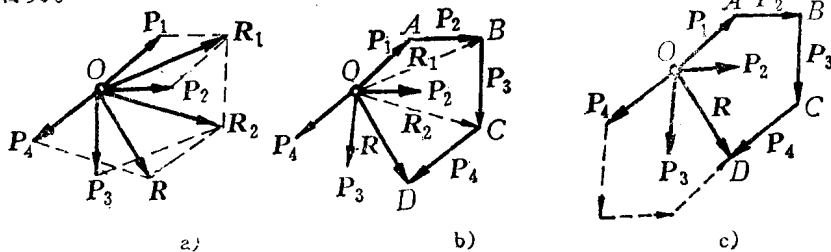


图1-7 多个汇交力的合成

当然可以根据力的平行四边形公理, 首先以力 $\mathbf{P}_1$ 和 $\mathbf{P}_2$ 为邻边作力平行四边形, 求得 $\mathbf{P}_1$ 与 $\mathbf{P}_2$ 的合力 $\mathbf{R}_1$; 然后以 $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{P}_3$ 为邻边作力平行四边形, 得 $\mathbf{R}_1$ 与 $\mathbf{P}_3$ 的合力 $\mathbf{R}_2$; 最后以 $\mathbf{R}_2$ 和 $\mathbf{P}_4$ 为邻边作力平行四边形, 得 $\mathbf{R}_2$ 与 $\mathbf{P}_4$ 的合力 $\mathbf{R}$ 。显然此合力 $\mathbf{R}$ 就是力系 $\mathbf{P}_1$ 、 $\mathbf{P}_2$ 、 $\mathbf{P}_3$ 和 $\mathbf{P}_4$ 的合力 (图1-7a), 但是这种方法较为复杂。现用力三角形法则, 先求出 $\mathbf{P}_1$ 和 $\mathbf{P}_2$ 的合力 $\mathbf{R}_1$, 再求出 $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{P}_3$ 的合力 $\mathbf{R}_2$, 最后求出 $\mathbf{R}_2$ 和 $\mathbf{P}_4$ 的合力 $\mathbf{R}$ (图1-7b)。但在作图过程中, 不必画出 $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{R}_2$, 可直接画成如图1-7c所示的那样, 结果成为一个由诸分力依次首尾相接的力多边形。很明显, 上述情况可以推广到任意个汇交力合成的一般情况。由此得出结论:

任意个汇交力的合力, 必作用于汇交点, 其大小和方向等于诸分力所组成的力多边形的封闭边。运用矢量公式可表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 + \cdots + \mathbf{P}_n = \Sigma \mathbf{P}$$

(1-2)

合力的大小和方向与诸分力组成力多边形时的顺序无关, 如图1-7c的虚线所示。

有一个特殊情形：力系中各个力所组成的力多边形自行封闭（图1-8）。这说明力系的合力为零，被作用的物体处于平衡状态。显然，当已知物体受一平面汇交力系作用而处于平衡状态时，即可根据力多边形自行封闭的原理，由已知力解出未知力（大小和方向）。这叫做解平面汇交力系平衡问题的几何法。

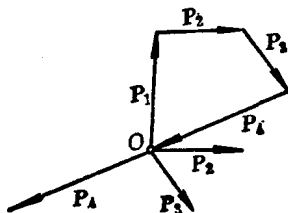


图1-8 封闭的力多边形

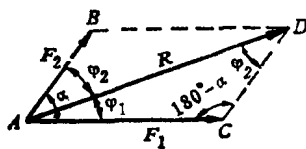


图1-9 计算法求合力

两个汇交力的合成不仅可用上述作图法来进行，也可用计算法进行。如图1-9，设已知两个分力的大小为 F_1 和 F_2 以及它们的夹角 α ，则合力 R 的大小可由解 $\triangle ADC$ 得出，应用余弦定理：

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180^\circ - \alpha)$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} \quad (1-3)$$

另外，设合力 R 与分力 F_1 和 F_2 的夹角分别为 φ_1 与 φ_2 ，对 $\triangle ADC$ 应用正弦定理，得

$$\frac{F_1}{\sin\varphi_2} = \frac{F_2}{\sin\varphi_1} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha)}$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{F_2}{R} \sin\alpha$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{F_1}{R} \sin\alpha \quad (1-4)$$

上式为确定合力 R 的方向的公式。

下面讨论几种特殊情况：

当两个分力 F_1 和 F_2 共线并且同向时，它们的夹角 $\alpha = 0$ （图1-10a），此时力平行四边形闭缩成一条直线。合力 R 也在这条直线上，其大小根据公式（1-3）有

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-5)$$

当两个分力 F_1 和 F_2 共线但是反向时，它们的夹角 $\alpha = 180^\circ$ （图1-10b），设 $F_1 > F_2$ ，此时力平行四边形同样变成一条直线，合力 R 亦在这条直线上，并与较大的分力 F_1 同向。 R 的大小根据公式（1-3）有

$$R = F_1 - F_2 \quad (1-6)$$

以上两种特例的讨论亦可推广到若干个共线力的合成，这将在后面的合力投影定理一节

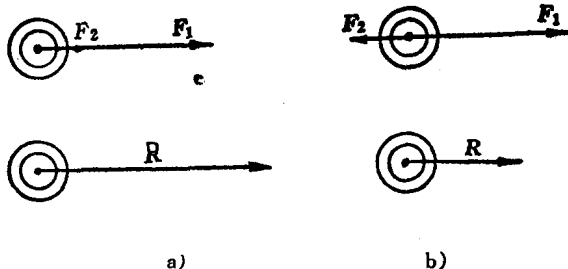


图1-10 共线力的合成

中加以讨论。应该注意，由于力是矢量，故在计算时，除共线力这一特殊情况外，绝不可只将各力的数值简单地相加减，而必须通过解力平行四边形或力三角形来求得力系的合力。

在解决实际问题时，常常遇到两个分力成互相垂直的情形，即它们的夹角 $\alpha = 90^\circ$ （图1-11）。根据公式

（1-3），合力 R 的大小为

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (1-7)$$

根据公式 (1-4), 合力 R 的方向可由 R 与 F_1 的夹角 φ_1 确定, 即

$$\varphi_1 = \arctg \frac{F_2}{F_1} \quad (1-8)$$

下面介绍力的平行四边形公理的一个推论: 当刚体受同一平面内互不平行的三个力作用

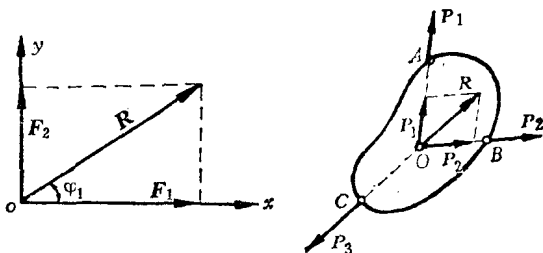


图1-11 垂直力的合成 图1-12 三力汇交定理

而平衡时, 此三力的作用线必汇交于一点。这一推论称为三力平衡汇交定理。证明: 如图1-12, 设平面内有三个互不平行的力 P_1 、 P_2 和 P_3 分别作用在刚体的 A 、 B 和 C 三点上, 且组成平衡力系。将其中任意两个力 P_1 和 P_2 分别沿其作用线移至它们作用线的交点 O , 并求出此二力的合力 R 。因 P_3 与 P_1 和 P_2 平衡, 故 P_3 应与力 R 平衡, 所以 P_3 与 R 应在同一条直线上, 即 P_3 的作用线也通过 O 点, 因此 P_1 、 P_2 和 P_3 三力的作用线汇交于一点。

上述三力作用线汇交于一点只是三力平衡时的一个必要条件, 而只满足此条件的三个力并不一定平衡。在平面力系中, 时常会遇到物体受三个力的作用而平衡的问题。在这类问题中, 三力平衡汇交定理非常有用, 因为如果其中两力的作用线完全确定了, 而另一力的作用点也知道了, 便可由此推出该力的作用线必过原来两力作用线的交点。

四、作用与反作用公理

在某物体对另一物体有一个作用力的同时, 另一物体对此物体必有一个反作用力, 这两个力大小相等, 方向相反, 且作用在同一直线上。

这个公理概括了物体之间作用和反作用的关系, 表明力总是成对出现的, 因此在分析和解决实际问题时有重要的意义。图 1-13a 表示用钢丝绳将一台电机吊起来, 钢丝绳作用给电机一个力 T , 同时电机也必然会给钢丝绳一个反作用力 T' , 根据作用与反作用公理, 力 T 和 T' 等量, 反向, 且共线 (图 1-13b)。

必须指出, 虽然作用力和反作用力等量、反向、共线, 却是分别作用在两个不同的物体上, 这和二力平衡公理中所说的两个作用在同一刚体上的平衡力不同。因此, 不能认为作用力和反作用力互相平衡, 或作用力和反作用力互相抵消。而且, 在分析物体受力时, 必须弄清哪个是施力物体, 哪个是受力物体, 避免将作用力和反作用力混淆起来。

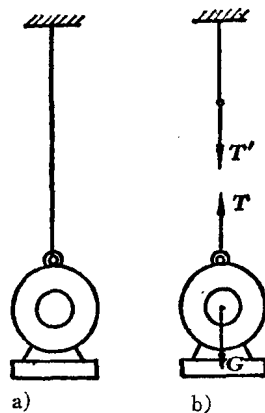


图1-13 作用与反作用

§ 1-3 力矩和力偶的概念

一、力矩的概念

用扳手拧螺母时 (图1-14), 力 P 使扳手及螺母绕 O 点转动。为了度量力使物体绕一点转

动的作用效果而引入力对点之矩，即力矩的概念。转动中心称为矩心，从转动中心 O 到力 P 作用线的垂直距离 d 叫做力臂。力 P 对 O 点之矩用符号 $M_o(P)$ 表示。实践表明，力矩 $M_o(P)$ 的大小与力 P 的大小成正比，与力臂 d 的大小也成正比，于是可得力矩计算公式：

$$M_o(P) = \pm Pd \quad (1-9)$$

即力对点之矩等于力的大小与该点到力的作用线间的垂直距离的乘积，或简单地说是力矩等于力乘力臂。

式中的正负号是为了区别力使物体绕定点转动的两种不同的转向。通常规定：

力使物体产生逆时针方向转动或转动趋势时，力矩为正值（图 1-14a）；力使物体产生顺时针方向转动或转动趋势时，力矩为负值（图 1-14b）。

力矩的单位是由力和长度的单位决定的，在工程单位制中通常为公斤·米 ($\text{kgf}\cdot\text{m}$) 或公斤·厘米 ($\text{kgf}\cdot\text{cm}$)。

在国际单位制中，力矩的单位是牛顿·米 ($\text{N}\cdot\text{m}$)。工程单位制与国际单位制的换算关系是：

$$1\text{kgf}\cdot\text{m} = 9.8\text{N}\cdot\text{m} (\approx 10\text{N}\cdot\text{m})$$

$$1\text{kgf}\cdot\text{cm} \approx 0.1\text{N}\cdot\text{m}$$

必须注意，力臂 d 应该是矩心。到力的作用线间的垂直距离，以任何斜线长度代入公式都是不正确的。当力 P 的作用线通过矩心 O 时，因力臂 d 为零，故力矩 $M_o(P)$ 也为零，此时力不能使物体绕矩心转动。

二、力偶的概念

驾驶汽车和用丝锥攻螺纹时，方向盘（图 1-15）和丝锥手柄（图 1-16）上通常受到大小相等、方向相反、作用线互相平行的两个力的作用。这两个力由于作用线不在同一条直线上，因此不能平衡，而且使物体产生转动。这种大小相等、方向相反、作用线互相平行的一对力称为力偶。

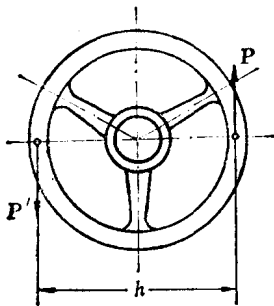


图 1-15 力偶作用在方向盘上

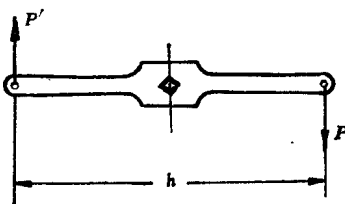


图 1-16 力偶作用在丝锥手柄上

力偶所在的平面称为力偶作用面。组成为力偶的两个力的作用线间的垂直距离称为力偶臂，以 h 表示。物体在力偶作用下的转动效果用力偶矩来度量。实践表明，这个转动效果与组成为力偶的力 P 的大小成正比，与力偶臂 h 也成正比。若以符号 $M(P, P_1)$ 表示力偶矩（通常简写为 M ），则有

$$M = \pm Ph \quad (1-10)$$

即力偶的力偶矩等于力偶中一个力的大小与力偶臂的乘积，或简单地说是力偶矩等于力乘力偶臂。

式中正负号的意义和规定与力矩相同，即使物体产生逆时针方向的转动或转动趋势时取

正号，产生顺时针方向的转动或转动趋势时取负号。

力偶矩的单位也和力矩一样，通常采用公斤·米 (kgf·m) 或 公斤·厘米 (kgf·cm)。

§ 1-4 约束和约束反力

客观存在着的每一个物体，无论是静止的还是运动的，都和它周围的其他物体互相联系着，互相影响着。机器的各个构件也是按一定的方式互相联系、互相制约的。拖拉机在运动时受到了地面的限制，所以拖拉机只能沿着地面行驶。转动轴受到轴承的限制，只能绕其轴线转动。日光灯吊在空中，由于绳链的限制而静止在那里，不会落下。我们把阻碍物体运动的周围物体叫做约束，把约束所产生的阻碍物体运动的力，叫做约束反力。另外将促使物体产生运动的力叫做主动力。在上面所举的例子中，地面就是拖拉机的约束，地面对拖拉机所产生的支承力和运动阻力就是约束反力，拖拉机的重力和地面对它的推动力（切向牵引力）是拖拉机运动的主动力。同样，轴承是轴的约束，绳链是灯的约束，轴承和绳链分别对轴和灯产生的力是约束反力，发动机带动轴转动的力和作用在灯上的重力都是主动力。约束反力以下简称反力。

约束既然阻碍着物体的运动，所以它所产生的约束反力的方向就必然与它所阻碍物体的运动或运动趋势的方向相反；同理，主动力必然与它所促使物体的运动或运动趋势的方向相同。根据以上分析，便可确定约束反力和主动力的方向。

工程中的约束是复杂多样的，下面把各式各样的实际约束形式加以简化、分类，并逐类分析其反力特点。

一、柔性约束

绳索、皮带和链条等柔软物体叫做柔体。柔体所提供的约束叫做柔性约束。图 1-17 表示一个日光灯被绳链吊着，绳链约束限制日光灯沿绳链方向的运动。一般柔体的自重忽略不计，因为柔体所承受的力比自身重量大得多，所以柔性约束的反力特点，显然是沿着柔体，背离所研究的物体，而形成拉力（如图 1-17）。

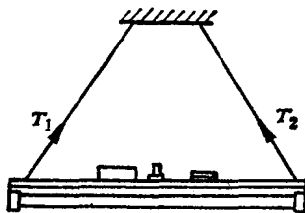


图1-17 柔性约束的反力

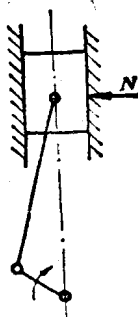


图1-18 缸壁的反力
(侧压力)

二、刚性光滑接触表面约束（简称光滑面约束）

发动机中缸筒对活塞的约束（图 1-18），车床上的导轨对溜板的约束（图 1-19），齿轮啮合时齿面之间的约束（图 1-20 中的轮齿 A 对轮齿 B）等，在不计摩擦的情况下，都属于光滑面约束，支承表面不能限制物体沿其切线方向滑动，仅能阻止物体沿支承面法线向支承面内的运动。所以光滑面约束的反力特点是沿接触面法线方向指向物体。

三、圆柱铰链约束

这类约束在工程实践中极为常见，它被广泛地应用在不限制转动的联接件中，例如各种轴类和轴承，杆件和销子等。图 1-21a 表示用销钉 C 将 A、B 两杆联接起来构成一个最简单的圆柱铰链约束（以下简称为铰链约束，参看图 1-21b），并以图 1-21c 所示的简单符号表示它。

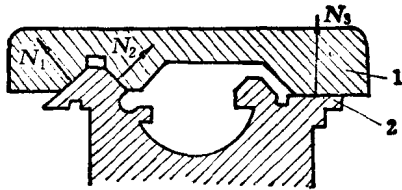


图1-19 导轨的反力
1—溜板 2—导轨

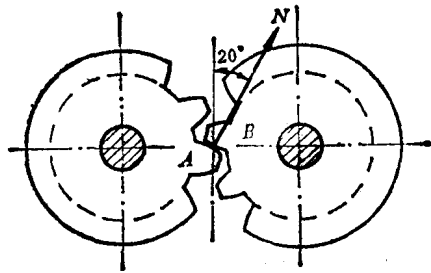


图1-20 齿面的反力

铰链约束可分为两种：一种是完全限制 A 、 B 两个物体之间的相对移动的，称为固定支座铰链约束（简称固定支座），如图 1-22a 所示；一种是只限制 A 、 B 两物体之间在某一个方向上的相对移动，而不限制与此方向垂直的相对移动，这种铰链约束称为活动支座铰链约束（简称活动支座），如图 1-23a 所示。由于两种铰链约束的反力特点不同，下面分别进行讨论。

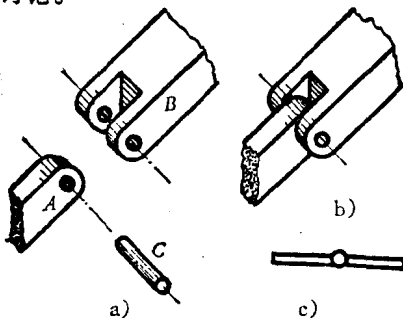


图1-21 铰链约束

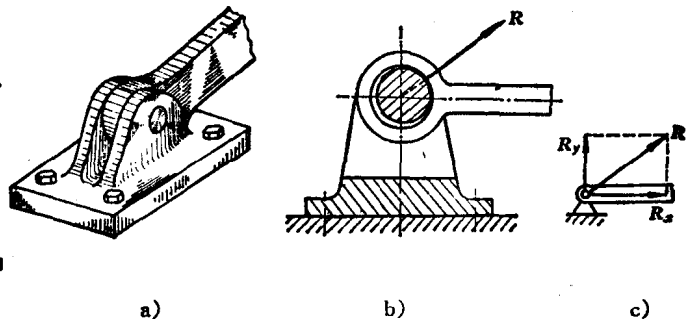


图1-22 固定支座铰链约束及其反力
1—杆 2—销钉 3—固定支座

〈一〉固定支座铰链约束

参看图1-22b，由于销钉与杆之间可以看成是以两个光滑圆柱面相接触，因此销钉通过接触点给杆一个反力 R ，力 R 必定通过销钉中心。但随着杆所受主动力不同，杆与销钉接触点的位置也随之不同，所以力 R 的方向也就不同，必须根据主动力的作用情况和平衡条件确定。因为支反力 R 的方向不能预先确定，所以通常用它的过铰链中心且互相垂直的两个分力 R_x 和 R_y 来表示（图1-22c）。

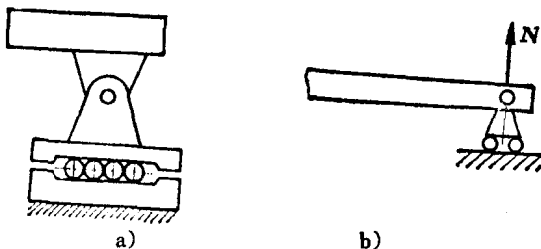


图1-23 活动支座铰链约束及其反力

总之，固定支座的反力特点是在与销钉垂直的平面内通过销钉中心，并且以互相垂直的一对分力来代替。也可以这样理解，因为固定支座限制了物体在两个不同方向上移动，所以在两个不同方向上都有反力的作用效果。而如果两个不同方向上的移动都被限制了，那么在平面内任何方向上的移动就都被限制了。