现代控制理论入门

马植衡 编译　　关肇直 校

国防工业出版社

现代控制理论入门

马植衡　编译

关肇直　　校

国防工业出版社

D2/0 0

内容简介

本书在控制工程技术人员所熟悉的自动调节原理的基础上，深入浅出地介绍了现代控制理论的初步知识。全书共十章，包括了在第五章、第九章和第十章叙述的现代控制理论的三个基础内容以及其它有关的基本知识。

书中通过和古典的自动调节原理进行对比，着重从物理概念上介绍现代控制理论的基本内容，以便使初学者易于掌握。为了便于读者自学，书中还专门介绍了断续系统以及概率论的基本知识，这对于现代控制理论的初学者来说是很需要的。

本书可做为已经学过自动调节原理的读者学习现代控制理论的自修读本，也可做为高等院校自动控制专业的教学参考书。

现代控制理论入门

马植衡　编译

关肇直　校

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

$787\times1092^{1}/_{32}$　印张$8^{1}/_{4}$　172千字

1982年2月第一版　1982年2月第一次印刷　印数：0,001—9,000册

统一书号：15034·2312　定价：0.89元

序

现代控制理论作为自动控制理论的一个发展阶段开始于本世纪五十年代末和六十年代初。到了七十年代，国外已经把这种理论广泛应用于宇航、航空、航海和武器的制导与控制以及工业控制方面，很有成效。近年来我国也有些同志把这种理论应用于工程实际，取得实效。

现代控制理论一方面是经典控制理论的继续与发展，另一方面，由于状态变量的引进，它所用的方法却与经典控制理论很不相同，特别是它应用了多方面的近代数学，使得一些工程技术工作者望之却步。因此，如何把这一理论向广大的工程技术人员普及，特别是向已经掌握了经典控制理论的工程设计人员普及，使他们用这种新理论武装起来，把工程设计工作做得更好，这在当前是一个十分迫切的任务。在国外，这种工作已提到日程上来，并以不同途径在进行。

马植衡同志根据他过去在高等工科学校讲授自动调节原理以及在工程研究设计单位从事控制系统设计的实际体会，用适合于工程技术人员的写法把现代控制理论介绍出来，这种努力是及时的，非常适合当前需要。特别他着重从经典控制理论出发，从对比之下把现代控制理论的特点突出出来。他以熟悉经典控制理论的工程人员便于接受的方式引进了现代控制理论的基础概念，如状态变量、能控性、能观测性、最优控制、极小方差递归滤波，等等。书中着重于新概念的说

明而避免了详细的严格数学论证，以使这本书适合于我国广大在职的工程技术人员的实际情况。我相信这本书能为工程人员起一种入门的作用，引起他们深入学习这种新理论的兴趣与信心，使他们在这本书的基础上再去钻研现代控制理论的一些专著，以提高控制系统的设计水平。

关 肇 直

前　言

随着生产和科学技术的迅速发展，在古典的自动调节原理的基础上，在1960年前后诞生了现代控制理论。

现代控制理论不仅为解决复杂的控制问题提供了新方法，而且还提出了新概念，进一步揭示了控制系统的本质规律。国外在空间技术、武器系统研制以及工业生产等许多方面都已经广泛应用现代控制理论。因此，为了赶上世界先进水平，对广大控制工程技术人员来说，迅速普及现代控制理论是十分重要的。

这本书是在《Time-Domain Analysis and Design of Control System》一书的基础上改写的。原书作者是美国加里福尼亚圣克拉（Santa Clara）大学的R·C·多尔夫(DORF)，是为初学者写的。它深入浅出地介绍了现代控制理论的一些基本概念和方法。但原书对某些重要内容，比如断续系统的基本知识，卡尔曼滤波器等没有讲到。而且，现代控制理论是在古典控制理论基础上发展起来的，应该着眼于它和古典理论的联系，使初学者能在已经掌握的自动调节原理的基础上，过渡到现代控制理论的新领域。为此，本书编者参阅了有关文献资料，把原书内容做了较多的增减，并根据自学的初步体会，从和古典理论对比的角度介绍现代理论的基本知识，重新写成了这本书。

编写这本书，是想为已经熟悉自动调节原理而要自学现

代控制理论的人们，提供一本普及性的参考书。对初学者来说，最重要的是不被许多数学行话所困惑，而能从和古典理论对比的角度上，从物理概念上弄懂现代理论的新概念和新方法。因此，本书只用较少的数学知识，着重从以上两个方面初步介绍了现代控制理论的主要内容。只要读者学过自动调节原理，并能进行基本的矩阵运算，就可以比较顺利地自修这本书。为了读者自学的方便，本书最后一章还扼要介绍了概率论的基本知识，因为这是现代控制理论重要的数学基础之一。

当然，现代控制理论作为一门新兴的学科仍在不断发展之中，本书只是介绍了它的一些最基本的知识。如果读者看完这本书有"学而后知不足"的感觉，编者将感到欣慰，因为这正是本书的目的。对现代控制理论某些内容更严格的推导及更详细的论述，感兴趣的读者可以在本书基础上进一步从有关文献中得到满足。

由于编译者水平所限，书中难免有错误或不妥之处，恳请读者指正。

在此特别感谢关肇直教授，本书的编写是在他的大力支持和耐心指导下完成的。他仔细审阅了本书的手稿，并提出了很宝贵的修改意见，其中附录A、B就是根据他写的讲义中两个问题的有关内容编写的。

本书§5-3中的部分内容选自范崇惠总工程师的讲稿；§10-1则是根据章再贻老师编写的讲义改写的。编译者以前在学习过程中都得到过他们的帮助，也一并在此表示感谢。

本书全稿经张最良同志审阅并提出宝贵修改意见，谨致谢意。

目　录

第一章　什么是现代控制理论

古典控制理论的发展过程　古典控制理论，也就是自动调节原理，是本世纪三十年代形成的一门独立学科。当时的控制系统比较简单，手解微分方程就可以分析，因此是时域的方法。随着控制系统日益复杂，特别是第二次世界大战前后，新武器的设计要求，手解微分方程分析高阶系统遇到了困难，促进了自动调节原理的大发展，先后出现了奈奎斯特(Nyquist)、伯德（Bode）的频率法和艾文思(Evans)的根轨迹法，这两种方法不用手解微分方程，就能分析高阶系统的稳定性、动态和稳态性能，为系统分析与设计提供了工程上很实用的方法，使系统分析由初期的时域转到了频域。直到现在，频域法仍是控制工程广泛使用的方法。

古典控制理论的局限性　古典控制理论本质上是一种频域法，要靠各个频率分量描述信号，这就是说只限于线性定常（常系数）系统才能用频率法，否则就不能用叠加原理进行分析。另外，古典理论是建立在传递函数的基础上的，归根到底是要设计一个满足一定指标的传递函数，这就是说古典理论只适用于单输入单输出的系统。总之，古典的自动调节原理只适用于单输入单输出线性定常系统的分析和设计。对这类比较简单的系统，正如有的文献谈到的，古典理论给出了一种“铅笔加白纸”就能初步解决问题的方法。

现代控制理论的产生　控制理论的发展来源于控制对象

的要求。近二十年来，科学技术的突飞猛进，特别是空间技术和各类高速飞行器的发展，要求控制高速度、高精度的受控对象，控制系统更加复杂，要求控制理论解决多输入多输出、非线性以及时变系统的设计问题。此外，对控制性能的要求也在逐渐提高，很多情况下要求系统的某种性能是最优的，而且对环境的变化有一定适应能力等。这些新的控制要求用古典理论是无能为力解决的。

科学技术的大发展不仅需要迅速发展控制理论，而且也给现代控制理论的发展准备了两个重要的条件，这就是现代数学和数字计算机。现代数学如泛函分析、现代代数等为现代控制理论提供了多种多样的分析工具，而数字计算机的发展更具有决定性的作用，可以说控制理论与控制技术是和数字计算机平行发展的。在这种情况下，1960 年前后开始形成了现代控制理论，它的主要标志是卡尔曼（Kalman）提出的能控性与能观测性的新概念，以及庞特略金（Pontryagin）提出的极大值原理。现代控制理论的内容很广泛，它本身仍在不断发展，但就目前来说，它包括以下三个基本内容：线性系统分析；极大值原理与最优控制；以及卡尔曼滤波。

现代控制理论与古典控制理论的关系　现代控制理论本质上是时域法，信号的描述和传递都是在时域内进行的，这使系统分析和设计又回到了频率法及根轨迹法出现以前的情况。现代控制理论是建立在状态概念的基础上的，它不用传递函数，而是用状态向量方程作基本工具，因此原则上可以分析多输入多输出、非线性以及时变系统。此外，古典控制理论的一些设计方法往往依赖设计人员的经验，而不能从理论上给出某种性能最优的系统，现代控制理论原则上可以做

到这一点。总之，现代控制理论不仅提供了设计结构复杂，性能先进的各种控制系统的新方法，而且提出了一些新概念，比古典控制理论更深刻地揭示了控制系统的一些本质特性。目前，国外在空间技术，飞行控制系统设计以及工业生产等许多方面都已广泛采用现代控制理论，极大地促进了生产和科学实践的发展，而新技术的发展又不断向控制理论提出新的更高要求，促使现代控制理论也在不断发展。

虽然现代控制理论有很多优点，但正像任何事情都有两重性一样，现代控制理论也有其本身的弱点；同样，古典理论也有它的长处。譬如频率法的物理意义就很直观，很实用，尤其是在研究控制系统中各种各样的振动问题时，频率分析能给出明确的概念和结果。现代控制理论是在古典控制理论的基础上发展起来的，二者是相辅相成的。对现代理论我们应该通过与古典控制理论联系对比的方法来研究、学习和应用现代控制理论。比如，现代控制理论是建立在状态概念基础上的，而这个概念本身就是从古典理论来的，只不过在自动调节原理中它不是重点，没有引起人们的注意罢了。

强调一下现代控制理论和古典控制理论的密切关系是很有必要的，这一点往往被人们所忽视。如果能从二者结合的角度来进行研究而在现代控制理论和古典控制理论之间架起一座“桥梁”，那末就会进一步推动实践和理论的发展。这方面的研究工作目前国内外都在进行中。

第二章　系统性能的内部描述
——"状态"的概念

§2-1　"状态"并非新概念——回顾相平面法

现代控制理论是建立在状态概念的基础上的。状态并不是新概念，古典控制理论中的相平面法也叫状态平面法，就是用状态的概念表示系统的，只不过受当时条件的限制，相平面法只能研究二阶系统，没有推广到高阶系统。

首先回顾一下相平面法，我们的着眼点是状态的概念，而不是方法本身。

我们研究一下由线性弹簧、质量和阻尼器组成的机械系统，见图2-1。

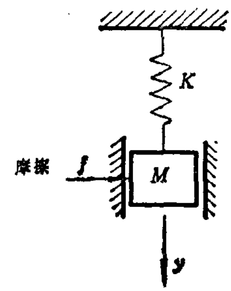

图2-1　弹簧、质量、阻尼器系统

如果输入量（或控制量）是外力 $u(t)$，输出量是位移 $y(t)$，这个系统的动态特性就可以用熟知的二阶微分方程来描述：

$$M\frac{d^2y(t)}{dt^2}+f\frac{dy(t)}{dt}+Ky(t)=u(t) \qquad (2\text{-}1)$$

当给定外力 $u(t)$ 的形式，各系数（M、f 和 K）的数值以及初始条件后，求解这个方程就可以得到我们想要知道的输出量的变化规律，这就是古典的办法。不过用相平面法研究这个系统不是直接解二阶微分方程。从式（2-1）我们看

到，当$u(t)$已知时，等号右边的三项只要有两项已知，另一项也就唯一确定了。也就是说这个二阶方程只有两个实际的未知变量。当然，我们可以任取两个，但习惯上是把位置$y(t)$和速度$dy(t)/dt$作未知量，只要这两个量为已知，这个系统的运动状态就完全被确定了，因此，这两个量($y(t)$和$dy(t)/d(t)$)就叫做这个二阶系统的两个状态变量。

如果把$y(t)$当作横坐标，$dy(t)/dt$为纵坐标，就组成了状态平面，也叫相平面。由这两个状态变量之间的关系（微分方程）确定的曲线就是大家知道的相迹或状态轨迹，见图2-2。得到了这个状态轨迹，系统运动的内部状态就一目了然。比如图2-2的轨迹告诉我们，这个机械系统的运动是个衰减振荡过程。相迹形状不同，系统的运动状态就不同。这种相迹图可以用图解法、解析法或实验法得到。我们感兴趣的是状态、状态变量、状态平面这些概念，并且要把它们推广到高阶系统。

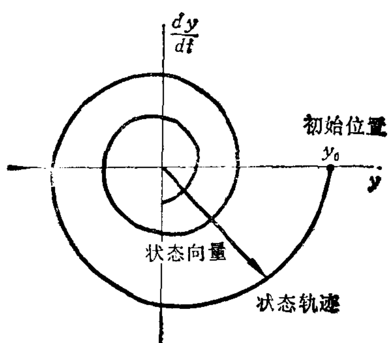

图2-2　状态平面及状态轨迹

§2-2 状态向量和状态方程

上面的二阶微分方程（2-1）式也可以用状态变量表示。我们把位置 $y(t)$ 和速度 $\dot{y}(t)=dy(t)/dt$ 这两个状态变量用 x_1 和 x_2 表示，即

$$\begin{cases} y=x_1 & (2\text{-}2)\\ \dot{y}=x_2 & (2\text{-}3)\end{cases}$$

因为

$$\dot{x}_1=x_2 \tag{2-4}$$

由（2-1）式知

$$\ddot{y}=-\frac{f}{M}\dot{y}-\frac{K}{M}y+\frac{u}{M}$$

也就是说

$$\dot{x}_2=-\frac{f}{M}x_2-\frac{K}{M}x_1+\frac{u}{M} \tag{2-5}$$

这样我们就把原来的二阶微分方程（2-1）分解成了两个联立的一阶微分方程（2-4）和（2-5）。把这两个一阶方程写成矩阵形式更为简便，即

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{-K}{M} & \frac{-f}{M}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{M}\end{bmatrix}u \tag{2-6}$$

进一步还可以缩写成更紧凑的向量矩阵的形式：

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{Ax}+\boldsymbol{Bu} \tag{2-7}$$

式中（2-7）的 $\boldsymbol{x}=[x_1\ \ x_2]^T$，叫做这个系统的状态向量，见图（2-2）。在状态平面上这个状态向量的两个分量就是两个状态变量（位置和速度）。另外方程（2-7）就叫这个系统的

状态向量微分方程，也有的叫向量矩阵微分方程或状态方程，以下我们都把式（2-7）简称做状态方程。

在古典控制理论中，系统的响应和输出量是一回事，一般都能测量或观测到，但在现代控制理论中，状态变量不一定都能观测到，直接能观测到的响应才叫做输出量，它和状态变量有一定的函数关系。因此，除了状态方程还要给出输出方程。比如上面的二阶系统，我们已经选定了输出量为 $y=x_1$，那么输出方程就是：

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \tag{2-8}$$

其中

$$\boldsymbol{C}=[1,\ 0]$$

从上面的例子可以看到，二阶系统有两个状态变量，它的状态方程实质是两个一阶微分方程的组合。这种表示方法推广到高阶系统，结果是类似的。譬如 n 阶系统，一定有 n 个状态变量，这 n 个状态变量就组成一个 n 维的状态空间（状态平面就是二维状态空间）。它的状态方程形式上和式（2-7）完全一样，只不过是 n 个一阶微分方程的组合罢了。系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是 $n\times n$ 阶方阵，$\boldsymbol{B}$ 是 n 个元素的列阵。总之，对二阶系统的直观概念加以推广，对高阶系统也就不难理解了。

下面我们举个例子说明怎样从微分方程写出状态方程和输出方程。假定某系统的输出是 y，输入是 u，系统的微分方程为

$$\dddot{y}+6\ddot{y}+11\dot{y}+6y=6u \tag{2-9}$$

选取系统的三个状态变量为