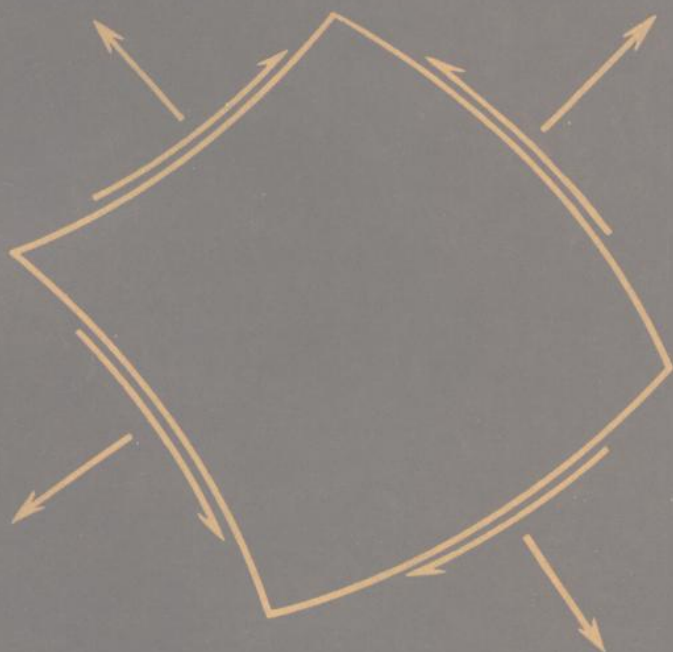


361

有限元分析的概念和应用

(第二版)

R. D. 库克 著



科学出版社

有限元分析的概念和应用

(第 二 版)

R. D. 库克 著

程耿东 何 穷 张国荣 译

科 学 出 版 社

1 9 8 9

276061

内 容 简 介

本书全面系统地论述了有限元法的基本概念及其在固体力学,包括平面桁架、平面问题、板、壳以及非结构问题等方面的应用。本书特点是数学基础知识简单、清晰,强调物理直观,具体论述了计算机上实现有限元的算法及技巧,附有大量最新参考文献及习题。

本书适于工科院校的力学、土木建筑、机械、造船等专业的师生及有关的工程技术人员阅读和参考。

Robert D. Cook
CONCEPTS AND APPLICATIONS OF FINITE
ELEMENT ANALYSIS
Second Edition
John Wiley & Sons, 1981

有限元分析的概念和应用 (第 二 版)

R. D. 库克 著
程耿东 何 穷 张国荣 译
责任编辑 李成香 朴玉芬

科学出版社出版
北京市东黄城根北街 16 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981 年 9 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32
1989 年 2 月第 二 版 印张: 20 1/8
1989 年 2 月第二次印刷 字数: 526,000
印数: 7101—10,340

ISBN 7-03-000616-X/O·160

定 价: 18.00 元

前 言

有限单元法是寻求数值解的一种通用方法,用它求解过应力分析、热传导、流体流动、电场和其他领域的问题。本书的重点是应力分析和结构力学。对于其他领域,也采用为应用分析工作者所易于理解的方式来介绍。在各种应用中,有限元的列式和计算过程基本上是相同的。

本教材是引论性质的,并侧重于实际应用,必要时也阐述理论。工程师通过学习本书可以学会如何有效和有把握地使用有限单元法。期望从事高级工作的人,在学过本书后也能获得坚实的物理概念,并且在此基础上继续深入。

本书的基础知识如下。读者必须掌握大学的静力学、动力学和材料力学课程。数学上要求很低,只要求掌握正弦、余弦和多项式函数的微分和积分。我们假定读者具有诸如矩阵乘法、转置和微分等矩阵运算的知识,了解矩阵求逆的含义(求逆的计算过程不是基本的)。学生们要能够用 Fortran 语言编制程序,达到能使用子程序、COMMON (公用)块和磁盘文件一类存储的程度。希望读者具备弹性理论、板壳理论、能量方法、数值分析等其他方面的知识,但这些并非紧要。幸好我们很少涉及这些领域,而当我们谈到它们时通常也只用到它们的基本概念。

下面列出的各条比较完整地描述了本书的内容和方向。

- 更多地考虑连续介质的分析,而不是适用于框架结构的特殊方法。但经常通过桁架单元和梁单元作简单而有用的解释。

- 重点是线性静力分析。

- 详细讨论的是以假定位移场为基础的单元,但不限于特殊形状,也不要求“过分的”节点连续性。在许多现有的单元中,我们只讨论其中的几种,重点是等参型单元。

● 为了清楚地说明某些方法的步骤,如果相应的 Fortran 程序不太长、简单且颇为有用,我们就在书中给出这些程序。这些程序可能不是最新和效率最高的。读者可由其他来源得到完整的程序。

● 着重讨论那些看来很有用处而且公认经得起考验的课题。至于那些不大能经久的课题,例如对目前通用的计算机程序的解释,我们就略去了。

在第二版中力图避免有冗长的叙述。第一版中的课题,凡是不适应本书程度和方向的便予以省略,而只是列出了文献,只增加了一些显然是合适的新课题(见第 14, 17, 18 章)。增加了较多的数值例子。不太明显的改动是重新安排了段落,并在修辞上作了改进。第二版还包括了多年来作者从文献、学生和同事的意见中选出的很有价值的见解。增加了许多习题,并在书末给出答案。这些习题用来说明原理和方法并培养洞察力。多数题目不要求用计算机,也不需要作大量的数值计算。

有限单元法实际上能否成功,取决于是否有一个可靠的计算机程序。攻读第一期课程的学生认为,编制程序是一个很好的学习方法。他们喜欢编写和考核一个完整而简单的程序,而不只是编写一些子程序。下面列出了可以用来编程的典型单元和情形。只要读者愿意,都可以调用高斯积分来建立单元刚度列式。兴趣不在结构力学的学生,也可将范围类似的非结构问题作为编程课题。

1. 标准的梁单元,每个节点两个自由度。
2. 与第 1 项相同,但增加内部自由度。
3. 弹性基础上的剪切梁,每个节点一个自由度(见图 9.5.2,对于梁只考虑 w 以及由 γ_{xy} 存储的能量。)
4. 作为退化的等参板单元的梁(图 9.5.1 或图 9.5.2)。
5. 带锥度的杆单元,有两个节点自由度和一个非节点自由度。
6. 常厚度和变厚度的平盘,只考虑环状单元和扭转荷载。
7. 与第 6 项相同,但增加非节点自由度。

8. 与第 6 项相同,但只用径向荷载。

9. 与第 6 项相同,但只允许横向剪切刚度和横向荷载,并加上弹性基础。

10. 与第 5 项相同,但只考虑扭转作用。

11. 平面框架,每个节点三个自由度。

12. 与第 11 项相同,但用第 4 项的单元。

13. 用于调和方程的矩形单元,每个节点一个自由度(如肥皂膜,渗流等)。

14. 将方程 (4.10.4) 用于带锥度、受到轴向分布荷载的杆。也可以在第二期课程中安排编程课题。荷载的傅里叶级数分量及各个解的叠加就是可以做的一个题目。简支板的有限条分析,关于环形单元和非对称荷载的圆域的平面应力问题也都是这类例子。关于自振频率和动力反应的课题也是很好的。另一个途径是,如果能得到具有人机交互图形功能的通用程序,用它来解决实际问题,对学生也不无益处。

我感谢我的学生,他们提出的问题使我得以作出更好的解释和改进家庭作业。本书的内容大部分来自已经发表的论文。我对这些论文的作者也表示感谢。(以下从略)

R. D. 库克

符 号

这里列出了主要的符号。局部使用的符号及本符号表中略有修改的符号(如添加下标)的定义,在用到时给出。与此类似,在不同地方具有不同含义的符号,也在用到时给予定义。矩阵用黑体字表示。

数学符号

$[\quad]$ 矩阵或方阵。

$| \quad |$ 对角矩阵。

$| \quad |$ 行向量。

$\{ \quad \}$ 列向量。注意 $\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \equiv \{u \ v\}$ 。

$[\quad]^{-1}$ 矩阵的逆。

$[\quad]^T$ 矩阵转置(也可应用于行和列向量)。

$[\quad]^{-T}$ 逆转置; $[\quad]^{-T} \equiv ([\quad]^{-1})^T \equiv ([\quad]^T)^{-1}$ 。

注意,对于子矩阵以及用括号括起来的矩阵乘积中的各个矩阵,可以省略上述方括号和圆括号。

· 对时间微商,例如, $\dot{u} = du/dt$, $\ddot{u} = d^2u/dt^2$ 。

· 当下一个下标是字母时表示偏微商;例如, $w_{,x} = \partial w / \partial x$, $w_{,xy} = \partial^2 w / \partial x \partial y$ 。

— 振幅;例如, $u = \bar{u} \sin \omega t$ 。(还有很多其他含义)

$\left\{ \frac{\partial \Pi_p}{\partial a_i} \right\}$ 表示 $\left\{ \frac{\partial \Pi_p}{\partial a_1} \quad \frac{\partial \Pi_p}{\partial a_2} \quad \dots \quad \frac{\partial \Pi_p}{\partial a_n} \right\}$, 这里的 Π_p 是参数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的标量函数。

拉丁文符号

A 面积。

$[A]$ 将 $\{d\}$ 和 $\{a\}$ 联系起来; $\{d\} = [A]\{a\}$ 。

$\{a\}$	广义坐标.
B	矩阵的半带宽.
$[B], [B_s]$	“应变-位移”矩阵(4.3节).
C_n	n 阶连续性(见4.2节).
$C(K)$	$[K]$ 的条件数(见15.6节).
$[C]$	阻尼矩阵或约束矩阵.
D	位移.
d. o. f	自由度.
$\{D\}$	结构的节点自由度(全局自由度).
$\{d\}$	单元节点自由度.
$[\mathcal{D}]$	板的弯曲刚性矩阵.
e	伸长.
E, E_s	分别为弹性模量(E)及割线模量(E_s)(见图13.10.1).
$[E]$	弹性性质矩阵(见1.5节).
$\{F\}$	单位体积上的体力.
$\{f\}$	位移场;在三维空间中 $\{f\} = \{u \ v \ w\}$.
G	剪切模量.
$[H]$	使用方式和 $[Q]$ 一样.
I	梁的惯性矩.
$[I]$	单位矩阵(也称为恒等矩阵).
J	雅可比矩阵 $[J]$ 的行列式.
$[J]$	雅可比矩阵.
k	弹簧刚度,热传导系数(见第17章).
$[K]$	结构(全局)刚度矩阵.
$[k]$	单元刚度矩阵(在第17章中为传导矩阵).
$[K_s]$	结构(全局)应力刚度矩阵.
$[k_s]$	单元应力刚度阵.
L, l	长度.
l, m, n	方向余弦.
$[M]$	结构(全局)质量矩阵.
$[m]$	单元质量矩阵.
M, N	弯矩(M),膜力(N).

NDOF	每个节点的自由度数	} 在第 2 章中首次使用。
NUMEL	一个结构的单元数	
NUMNP	一个结构中的节点数	
$[N]$, $\{N\}$	形函数矩阵; $\{f\} = [N] \{d\}$.	
O	阶数; 例如, $O(h^2)$ = 阶数为 h^2 的项.	
$[O]$, $\{o\}$	零矩阵, 零向量.	
p_i, q_i	在节点 i 上的集中力(第 1 和第 2 章).	
P	力.	
$\{P\}$	作用于结构节点上的外荷载向量.	
$[Q]$, $\{Q\}$	各种用途的矩阵, 在使用时予以定义.	
q	横向荷载(表面或线).	
R	残数(见 15.9 节, 第 18 章).	
$\{R\}$	结构节点上的总荷载; $\{R\} = \{P\} + \sum \{r\}$.	
$\{r\}$	单元作用于节点上的力(见方程 (4.3.5)).	
$\{\bar{r}\}$	$\{\bar{r}\} = -\{r\}$ (见 2.4 节).	
S	表面积.	
S, i	坐标方向, 通常是笛卡儿坐标.	
T	温度.	
t	厚度; 时间.	
$[T]$	变换矩阵.	
U, U_0	应变能, 单位体积的应变能.	
u, v, w	位移分量.	
V	体积.	
x, y, z	笛卡儿坐标.	
x', y', z'	局部笛卡儿坐标.	

希腊文符号

α	热膨胀系数.
α, β, γ	面积坐标(见 7.9 节).
β	角度, 松弛因子, 基础模量等.
$[F]$	雅可比逆阵; $[F] \equiv [J]^{-1}$.
Δ	小变化算子, 例如, Δt 是时间增量.
δ	虚算子, 例如, δu 是虚位移.

$\{\varepsilon\}, \{\varepsilon_0\}$	应变, 初始应变(见 1.6 节).
θ	角, 环向坐标.
$\{K\}$	曲率向量(例如, 在板弯曲中要用到).
λ	特征值, 拉格朗日乘子.
ν	泊松比.
ξ, η, ζ	等参坐标(见第 5 章).
Π	泛函 (Π_p = 总势能).
π	3.1415926536...
ρ	质量密度.
$\{\sigma\}, \{\sigma_0\}$	应力, 初始应力(见 1.6 节).
ϕ	一个相关变量; 壳体子午角(见第 10 章).
$\{\Phi\}$	表面力向量(见 1.3 节).
ω	以每秒弧度为单位的圆频率.

图形符号



力或位移向量.



力矩或转角向量(用右手法则).



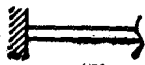
弹簧或弹性支承.



滚动支承(抵抗正或负的法向力).



铰支承(抵抗所有的力, 但不抵抗力矩).



固定支承(抵抗所有的力和力矩).

目 录

符号.....	xii
第 1 章 引论.....	1
1.1 有限单元法	1
1.2 某些重要的矩阵和方程	7
1.3 弹性理论	10
1.4 应变-位移关系	12
1.5 应力-应变关系	14
1.6 温度影响, 初应力和初应变	16
1.7 补充资料	18
1.8 计算机	19
问题	20
第 2 章 刚度法和平面桁架.....	23
2.1 引言	23
2.2 结构刚度方程	23
2.3 $[K]$ 的性质. 未知数的求解	26
2.4 单元刚度方程	28
2.5 单元刚度矩阵的拼装	29
2.6 平衡方程的拼装	32
2.7 产生带状矩阵的节点编号	35
2.8 节点的自动重编号	38
2.9 位移边界条件	39
2.10 支承反作用力. 应力计算	43
2.11 方程的高斯消元法	44
2.12 高斯和乔列斯基求解算法	48
2.13 关于方程求解器的说明	51
2.14 间接方程求解器	53
2.15 将本章内容归纳为一个程序	55

• ▼ •

2.16 某些有关的非结构问题	57
问题	58
第3章 势能和瑞雷-里兹法	64
3.1 引言	64
3.2 总势能	64
3.3 几个自由度. 矩阵运算	67
3.4 总势能表达式	70
3.5 瑞雷-里兹法	73
3.6 对瑞雷-里兹法的评注	76
3.7 瑞雷-里兹法的有限单元形式	77
3.8 结语	83
问题	84
第4章 基于假定位移场的单元	88
4.1 引言	88
4.2 插值	88
4.3 单元矩阵的公式	93
4.4 桁架、梁和框架单元的矩阵	98
4.5 常应变三角形	101
4.6 线性矩形单元	105
4.7 解的平衡和协调	106
4.8 收敛要求. 分片试验	108
4.9 对收敛和不变性的进一步要求	111
4.10 应力计算	115
4.11 角节点、边节点、耗费和维数	119
4.12 有限单元与有限差分的比较	120
4.13 边界解法	121
问题	124
第5章 等参列式	132
5.1 等参单元	132
5.2 一维问题的例子	133
5.3 平面线性等参单元	135
5.4 高斯积分法提要	139
5.5 线性单元的计算机子例程	142

5.6	某些补充的平面单元	145
5.7	三维等参单元	149
5.8	由表面力和体积力产生的节点荷载	151
5.9	等参单元的适用性	154
5.10	合适的积分阶数	157
5.11	应力计算的注记	161
5.12	结语、例题和误差	163
	问题	167
第 6 章	坐标变换	173
6.1	引言	173
6.2	应力、应变和材料性质的变换	173
6.3	二维刚度变换	176
6.4	处理斜支承的变换	178
6.5	空间变换, 长方形矩阵 $[T]$	180
6.6	非相似单元的彼此连接	182
6.7	刚性连杆、刚性单元、额外的铰	184
6.8	约束和变换方程	186
6.9	约束和拉格朗日乘子	189
6.10	约束和罚函数	191
6.11	利用结构对称性	193
6.12	循环对称	195
6.13	子结构分割	197
	问题	201
第 7 章	单元列式和使用中的课题	210
7.1	弹性核和广义单元	210
7.2	单元内部节点、凝聚	212
7.3	非节点自由度、全局-局部列式	214
7.4	凝聚和恢复算法	218
7.5	高阶导数作为节点自由度	221
7.6	在线性单元中的寄生剪切	223
7.7	QM6 单元、非协调单元	225
7.8	翘曲膜单元	229
7.9	三角形单元和面积坐标	231

7.10	二次三角形、数值积分	235
7.11	单元列式的其它方法	240
7.12	单元的退化	242
7.13	模型化, 网格布局和网格过渡	245
7.14	特殊形状或无限单元	249
7.15	断裂力学, 奇异单元	252
	问题	257
第 8 章	旋转体	267
8.1	引言	267
8.2	轴对称荷载作用下的单元列式	267
8.3	关于傅里叶级数的注记	271
8.4	一般荷载: 引言	274
8.5	一般荷载: 单元矩阵	278
8.6	一般荷载和一般材料性质	280
8.7	结语	281
	问题	283
第 9 章	平板弯曲	287
9.1	板壳特性	287
9.2	有限单元和有限条	292
9.3	等参板单元	300
9.4	等参板单元 (续)	303
9.5	厚板或薄板等参单元	307
9.6	板弯曲考题	311
	问题	315
第 10 章	壳体	320
10.1	引言	320
10.2	平直单元	321
10.3	刚体运动	324
10.4	壳体理论和位移场的选择	326
10.5	等参壳体单元	329
10.6	等参壳体单元 (续)	332
10.7	壳体单元的考题	335

10.8	旋转薄壳	338
10.9	旋转薄壳(续)	341
10.10	关于旋转薄壳的结论	344
10.11	旋转壳的等参单元	345
	问题	348
第 11 章	动力和振动问题中的有限单元	355
11.1	引言	355
11.2	质量阵和阻尼阵. 动力方程	356
11.3	质量阵(协调的和对角的)	357
11.4	自振频率. 特征值问题	362
11.5	凝聚以减少自由度数	366
11.6	特征问题的求解技术	370
11.7	动力反应. 振型法	374
11.8	动力反应. 直接积分	376
11.9	动力反应. 关于方法的评述	380
11.10	各种动力问题	382
	问题	382
第 12 章	屈曲以及膜力的其他效应	389
12.1	引言	389
12.2	杆、梁和板的应力刚度阵	391
12.3	更一般的列式	396
12.4	临界荷载(一种特征值问题)	400
12.5	分叉, 缺陷, 极限点和非线性	404
	问题	406
第 13 章	非线性问题引论	411
13.1	引言. 几何非线性	411
13.2	修正的拉格朗日列式	413
13.3	求解算法(牛顿-芮夫逊法)	415
13.4	求解算法的解释	418
13.5	总拉格朗日列式	422
13.6	进一步的求解算法. 直接迭代	425
13.7	连缝、裂缝和接触问题	427
13.8	缆索、膜和壳体	431

13.9	材料非线性. 增量理论	432
13.10	形变理论. 直接迭代解法	436
13.11	增量塑性算法	440
13.12	材料非线性时的弯曲作用	445
13.13	材料非线性的其他情形	447
13.14	解法的选择	450
	问题	451
第 14 章	数据、程序和编程的处理	461
14.1	引言	461
14.2	文档	461
14.3	网格生成	462
14.4	计算机图形学	466
14.5	错误和错误检测	467
14.6	关于大程序和小程序的评述	468
14.7	关于程序设计的建议	470
14.8	动态存储分配	472
14.9	耗费	474
第 15 章	数值困难的检查和避免	476
15.1	引言	476
15.2	单元特征值试验	477
15.3	单元品质试验	478
15.4	理想化误差, 收敛速度	479
15.5	病态、截断误差和舍入误差	484
15.6	条件数	487
15.7	方程排序	489
15.8	对角系数的衰减	490
15.9	残数和迭代改进	491
15.10	结语	493
	问题	494
第 16 章	结构力学的各种课题	497
16.1	平衡法、混合法和杂交法	497
16.2	直梁和曲梁	499
16.3	弹性基础	500

16.4	逐次建造	502
16.5	结构修改后的重分析	503
16.6	不可压缩介质	505
16.7	流体和结构的相互作用	506
	问题	510
第 17 章	热传导问题和其他非结构问题引论	515
17.1	热传导和其他问题列式	515
17.2	平面热传导方程	516
17.3	一种有限元列式	519
17.4	一般三维体和旋转体	521
17.5	瞬态热问题	522
17.6	关于热传导的各种评述	524
17.7	拟调和方程	525
17.8	在二维流体流动中的应用	527
17.9	波动方程、空腔中的声学模态	529
	问题	532
第 18 章	加权残数法引论	536
18.1	使用加权残数法的理由	536
18.2	某些加权残数法	536
18.3	数值例题	539
18.4	伽略金有限单元法	543
18.5	伽略金法在二维问题中的应用	546
18.6	分部积分	548
18.7	最小二乘配点法	550
18.8	伽略金有限单元法, 混合列式	552
18.9	拟调和方程的伽略金处理	554
	问题	555
附录 A	平面梁-柱的刚度矩阵	560
附录 B	有限单元网格实例	562
答案		568
参考文献		592
索引		619