

微波电子管原理

下 册

成都电讯工程学院 张兆镛 编

国防工业出版社



73.64
586

微波电子管原理

(下 册)

成都电讯工程学院 张兆镛 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书介绍微波电子管的基本原理，重点讨论各类微波管中电子注与电磁场的相互作用和换能机理，对整管的结构和特性也作了简要说明。

全书共七章，即：微波三、四极管，速调管，行波管，线形注微波管大信号分析，注入式正交场管，磁控管，分布发射式正交场管。分上、下两册出版，本书为下册，包括后三章、结束语及三个有关附录。

本书可作为高等学校电真空器件、电子物理等专业的教材，对雷达、电子对抗等专业也有参考价值，并可供有关工厂、研究单位的工程技术人员阅读。

微波电子管原理

(下 册)

成都电讯工程学院 张兆镛 编

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张12⁵/₈ 293千字

1981年1月第一版 1981年1月第一次印刷 印数：0,001—5,800册

统一书号：15034·2100 定价：1.35元

目 录

第五章 注入式正交场管 1	
§ 5.1 概述	1
5.1-1 正交场管的特点	1
5.1-2 注入式正交场管的基本概念	2
§ 5.2 注入式正交场管中的电子运动	5
5.2-1 正交场电子枪简介	5
5.2-2 相互作用空间的电子运动	7
5.2-3 电子的注入状态及其影响	12
5.2-4 空间电荷层流的概念	14
5.2-5 行波场对电子的作用	18
§ 5.3 注入式放大管的小信号分析	24
5.3-1 基本假设	25
5.3-2 相互作用空间中行波场的结构	26
5.3-3 行波场作用下的电子运动与密度调制	28
5.3-4 忽略空间电荷影响时的小信号分析	32
5.3-5 正交场中的电荷波效应	41
§ 5.4 注入式放大管的效率	49
5.4-1 线路效率	50
5.4-2 电子效率和总效率	52
5.4-3 提高效率的措施——降压收集极的应用	55
§ 5.5 注入式放大管的其它特性	59
5.5-1 注入式放大管的自激及其抑制	59
5.5-2 注入式放大管的增益和频宽	63
5.5-3 注入式放大管中的噪声	65
§ 5.6 注入式正交场返波管	67
5.6-1 返波管的小信号分析	67
5.6-2 返波振荡管的起振条件	71
5.6-3 返波振荡管的特性	78
§ 5.7 小结	82
第六章 磁控管 84	
§ 6.1 概述	84
§ 6.2 静态磁控管中的电子运动	85
6.2-1 电子在平板系统复合场中的运动	85
6.2-2 电子在圆柱系统复合场中的运动	88
6.2-3 静态磁控管中的阳极电流	91
6.2-4 磁控管中的层流模型	92
§ 6.3 磁控管中的谐振系统	94
6.3-1 磁控管谐振系统的谐振模式	95
6.3-2 磁控管谐振系统的谐振频率	97
6.3-3 相互作用空间内的高频场结构	100
6.3-4 相互作用空间内电子与行波同步	102
6.3-5 谐振模式与空间谐波	103
§ 6.4 磁控管中振荡的自激	104
6.4-1 自激的产生	104
6.4-2 磁控管的等效电路	105
6.4-3 磁控管中的相位聚焦和电子挑选	106
6.4-4 磁控管的同步电压	108
6.4-5 磁控管的门槛电压	109
6.4-6 磁控管的工作电压	111
§ 6.5 磁控管振荡的稳定性	113
6.5-1 非 π 模式振荡的不稳定性	113
6.5-2 振荡在非 π 模式上的可能性	115
6.5-3 隔模带的应用	117
6.5-4 异腔式阳极块谐振系统	120
6.5-5 提高 π 模式工作稳定性的其它措施	122
§ 6.6 磁控管的效率	123
6.6-1 磁控管的最大电子效率	123
6.6-2 磁控管的线路效率与总效率	126
§ 6.7 磁控管的工作特性和负载特性	128
6.7-1 磁控管的工作特性	128
6.7-2 磁控管的电子频率偏移	129
6.7-3 磁控管的负载特性	132

6.7-4 磁控管的频率牵引.....	134	7.2-2 最低工作电压.....	157
§ 6.8 磁控管的频率调谐.....	136	7.2-3 相互作用与电子回轰.....	159
6.8-1 容性调谐.....	136	7.2-4 电子群聚和电子流的形成.....	160
6.8-2 感性调谐.....	137	§ 7.3 分布发射式放大管的工作	
6.8-3 旋转调谐.....	139	状态和基本特性.....	162
6.8-4 耦合腔调谐.....	140	7.3-1 非重入式前向波放大管(代	
§ 6.9 同轴磁控管(CEM).....	141	玛管).....	162
6.9-1 普通磁控管中存在的问题.....	141	7.3-2 具有短漂移区的重入式分布	
6.9-2 同轴磁控管的基本原理和结构.....	142	发射放大管.....	165
6.9-3 同轴磁控管的特性.....	144	7.3-3 具有长漂移区的重入式分布	
§ 6.10 电压调谐磁控管(VTM).....	145	发射放大管.....	169
6.10-1 电调管的工作原理和结构.....	146	7.3-4 分布发射式放大管的效率.....	171
6.10-2 电调管的参量与特性.....	149	7.3-5 分布发射式放大管的其它特性.....	172
§ 6.11 磁控管的应用与发展.....	151	§ 7.4 小结.....	175
§ 6.12 小结.....	152	结束语.....	178
第七章 分布发射式正交场放大管	154	附录.....	183
§ 7.1 概述.....	154	附录 I 注入式放大管中高频行波电场	
7.1-1 磁控管振荡器与磁控管放大器.....	154	作用下的电子群聚.....	183
7.1-2 分布发射式正交场管的分类.....	154	附录 II 考虑空间电荷影响时,注入式	
§ 7.2 分布发射式放大管中电子		正交场放大管的小信号分析.....	186
流与行波的相互作用.....	156	附录 III 注入式正交场放大管中的初始	
7.2-1 特征电压与特征磁场.....	156	条件.....	194
		主要参考书目.....	197

1620291

第五章 注入式正交场管

§ 5.1 概 述

5.1-1 正交场管的特点

前面几章讨论过的速调管和行波管，尽管在结构上有很大的差异，但是仍然存在着许多共同点：

(1) 相互作用空间内存在的轴向直流磁场与电子的能量转换过程无关。这一磁场完全是为了保持电子流的截面不变而采取的聚束措施（静电聚束系统例外）；电子流截面的形状和大小则由电子枪的参量决定。如果不考虑单个电子的运动轨迹，那么相互作用空间内的电子流，在外形上通常具有柱状、管状或带状的型式。这样的电子注又称为“线形注”，因而速调管和行波管又称为“线形注微波管”^①。

(2) 线形注微波管中的电子流，首先在电子枪区被加速到某一直流速度，然后通过相互作用区（谐振腔或慢波线），在这之后，失掉部分动能的电子流以较低的平均速度离开相互作用区。电子流速度的差异（与进入相互作用区时相比）说明电子流在微波电路上产生了高频功率。电子的动能转变成为高频能量是线形注微波管的主要特征。

从本章开始，我们将要讨论另一大类微波管。这些微波管在上述两个主要特征上与线形注微波管存在着显著的差异。

首先，这些管内的直流磁场，其方向总是与管内直流电场的方向相互垂直，并在电子运动和能量交换过程中是必不可少的，而且起着极为重要的作用。而线形注微波管中的直流磁场仅仅是用来聚束的，因此也可以采取其它聚束办法来代替。

其次，在能量交换机理上，M型微波管也与O型微波管不同，前者是利用电子丧失的位能，后者则是利用电子丧失的动能。在具有正交场的微波管中，磁场的存在使电子沿直流等位线横穿直流电场运动；达到同步以后，电子流的速度不需增加很多就能通过直流电场，并把电子具有的位能转变成为电路上的高频能量。失掉能量的电子以近似于同步的速度打到管子的阳极（或收集极）上。

具有上述特征的微波管，一般称之为“正交场微波管”或“正交场管”。

正是由于这种与电子运动方向相垂直的磁场的存在^②，使得正交场管内的电子运动特性发生了很大的变化，并出现了正交场微波管所特有的相位聚焦、电子挑选、电子回轰等一系列现象。

由于能量交换机理上的差异，正交场管具有大功率、高效率的特点。由于相位聚焦的作用，使得正交场管具有极高的相位稳定度。这些诱人的特性和潜力正吸引着雷达和其它

① 线形注微波管又称为“O”型微波管，以区别于下面即将讨论的正交场微波管（或“M”型微波管）。
② 在正交场微波管中，直流电场、直流磁场和电子运动方向都是互相正交的。

系统的设计者。直到目前为止，还未能找到在综合性能及成本、可靠性等方面能与之匹敌的微波固体器件。尽管它在增益、带宽、信噪比等方面仍未赶上线形注微波管的水平，但在效率、工作电压以及每单位体积或重量所产生的微波功率方面，却是线形注微波管所不及的。因此，正交场微波管仍然是雷达发射机、电子对抗技术、微波加热应用等领域中的主要微波功率源。

5.1-2 注入式正交场管的基本概念

正交场管，从其产生电子流的方式来讲，可以分为分布发射式和注入式两种。分布发射式正交场管中的阴极位于相互作用空间之内，管内没有电子枪，电子从阴极发射后同时受到直流场和高频场的共同作用，从而形成了特殊的运动特性。这一类型的正交场管将在以后的两章中分别讨论。

注入式正交场管在结构上类似于线形注微波管中的行波管，在图5-1中绘出了这类管子的示意图。从图中可以看出，它由电子枪区、相互作用区和收集极区三个部分组成。从图中还可看到，在相互作用空间内存在着一个由平滑金属构成的非发射的电极 \bullet ，这个电极通常称为“底极”。

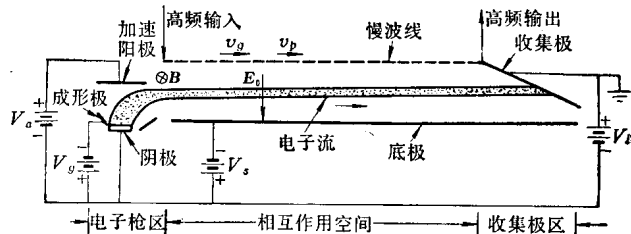


图5-1 注入式正交场放大管示意图

在电子枪区有阴极、成形极（或称聚束极）和加速阳极。加速阳极相对于阴极加有正的直流电压 V_a 。在电子枪区还有与直流电场相互垂直的直流磁场（这一磁场与相互作用空间内的磁场通常是相同的），但没有高频场。如果不考虑电子流中的噪声扰动，在这里发生的物理过程完全是一个静态电子运动的问题。在这一空间，外加的电磁场和空间电荷本身产生的库仑场决定了电子运动的轨迹、电子流的截面形状以及电子流注入相互作用区始端所具有的初始条件。成形极一般与阴极具有相同的电位，也可以加上适当的负偏压 V_g ，以控制电子流和轨迹。

从这里我们可以看到，正交场电子枪通常提供一个具有一定截面大小和电流强度的带状电子注，而且电子离开阴极时的方向与进入相互作用区时的方向相差 90° （在线形注微波管中，除磁控注入枪外，这两个方向是一致的）。

在相互作用空间，慢波线相对于阴极加有直流电压 V_i ，底极相对于阴极则加有负电压 V_b 。这样，在慢波线与底极之间就建立起了横向的直流电场 E_0 ，如图中所示。具有负电位的底极的存在是必要的，这样可以保证电子流在相互作用空间具有合适的横向位置，并防止电子轰击底极。

在相互作用空间内，静态下的电子运动轨迹，既决定于这个空间内的直流电磁场，也决定于电子注入这一空间时的初始边界条件；后者与电子枪区的电磁场结构有关。在特定的条件下，这种正交场中的电子流也可以形成直线形的空间电荷层流，其中电子速度只有

● 在实际结构中，为了改善管子的性能，往往使这个电极带有横向隙缝或纵向槽沟，见后。

纵向分量。

在相互作用空间内，不论电子的注入条件和轨迹的具体形状如何，电子的纵向漂移速度只取决于这一空间内的直流电场 E_0 和磁场 B 的比值（即： $v_e = \frac{E_0}{B}$ ），而与电子枪区无关。改变电子的注入条件，只影响其后的电子轨迹，而不影响其漂移速度 v_e 。为了保证电子流与慢波线上的行波产生有效的能量交换，像线形注微波管中一样，必须满足电子与行波的同步条件，即 $v_e = v_p$ ， v_p 为慢波线上某一空间谐波的相速。这样的电子流就会与高频场发生相互作用。在高频纵向减速场中的电子，向慢波线作横向漂移，慢慢靠拢慢波线，在这一过程中，电子的直流位能降低（这一部分直流能量就转变成成为高频能量），直到打上慢波线或收集极为止。在高频纵向加速场中的电子则向底极方向漂移，并吸收高频能量，提高其原有的位能。然而，由于强烈的相位聚焦作用，使得这部分电子中相当多的电子改变其相位，从而进入纵向减速场中，继续参与能量交换作用。慢波线上的高频场由于受到相互作用空间内分布激励的功率流的不断补充，其幅值逐步增长，从而可在输出端获得比输入端大得多的高频功率。这样，就完成了功率放大器的作用。

收集极位于慢波线的末端，一般与慢波线具有相同的电位，也可以像线形注微波管中那样，使收集极电压低于慢波线的电压（降压收集极）以提高管子的效率。

注入式正交场管根据电子与慢波线上与之相互作用的空间谐波的性质，又可分为前向波放大管、返波放大管及返波振荡管。前者利用慢波线上正色散特性的空间谐波，后者利用负色散特性的空间谐波。在结构上则有线型和圆型两种。在图 5-2 中画出了注入式正交场前向波放大管的两种基本结构示意图。

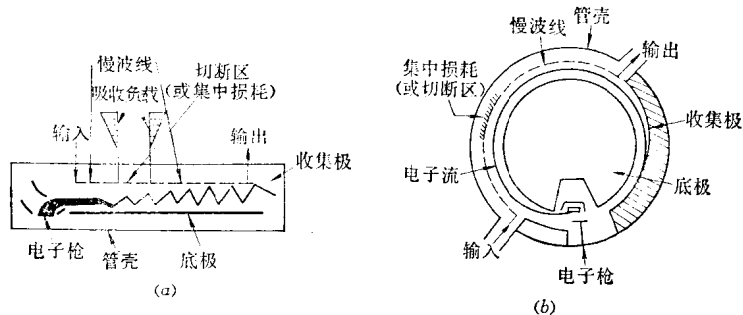


图5-2 注入式正交场前向波放大管结构示意图

(a) 线型结构；(b) 圆型结构。

两种结构在工作原理上是相同的，圆型结构可以看成是由线型结构弯曲而成。图中管内的“切断区”或集中损耗像线形注行波管中一样，起着抑制自激振荡的作用。由于结构上的特点，圆型管内部的高频传输状态比较复杂，管子易于产生不希望有的自激振荡，成为提高增益的障碍。而在线型管中，这一问题的严重性较轻，因此有可能使增益做得高些；例如，当希望增益在20分贝以上时，一般多采用线型结构。

到目前为止，这类管子都作为大功率放大之用，这主要是因为它具有较高的效率。由于它的“信噪比”较低，因而不宜作为输入级的小信号放大之用。

在注入式正交场管中，如果使电子与慢波线上的返波同步而相互作用，这种管子称为“返波管”。返波管又有放大管和振荡管之分。返波放大管应用较少，返波振荡管像“O”

型返波管一样，具有电子调谐的特性，因此获得了广泛的应用。注入式返波振荡管的原理图如图 5-3 所示。从图中可以看出，除了采用负色散的慢波线之外，其它都类似于注入式前向波放大管，放大管的输入端变为高频功率的输出端，而输出端则接以匹配负载（一般都在管内）。这类管子为了减轻磁铁的重量，一般都做成圆型结构图，如 5-4 所示。

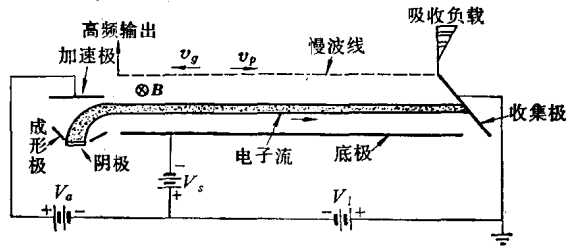


图 5-3 注入式正交场返波振荡管原理示意图

在管内，电子流与高频场的相互作用类似于“O”型返波管，但其能量转换机理却具有正交场管的特点。在这种管内，一般采用基波为负色散的对插销型慢波线，线上相速的方向与群速方向相反。因此输出端靠近电子枪区，而靠近收集极一端的慢波线则接以匹配负载，吸收从输出端和沿慢波线反射回来的高频功率，以保证返波管

振荡频率和功率的稳定。

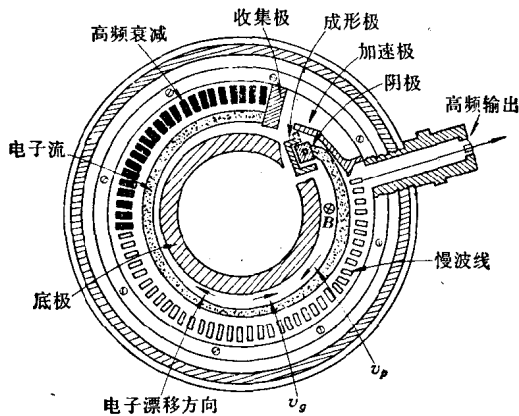


图 5-4 注入式返波管的基本结构

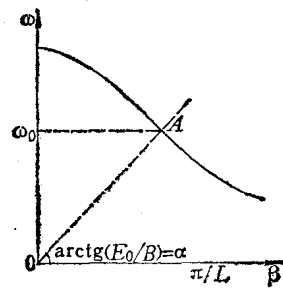


图 5-5 电子与慢波线负色散基波同步

由于正交场中的电子纵向漂移速度决定于其中电场与磁场的比值，如果慢波线与底极间的距离为 d_0 ，那么 $v_e = \frac{E_0}{B} = \frac{V_1 + V_s}{B d_0}$ ，换句话说，电子速度与电压 V_1 或 V_s 线性相关。如果慢波线的色散特性如图 5-5 所示，图上的 $\text{tg} \alpha$ 即为 A 点的相速，该点的角频率为 ω_0 ，由此可见，在不大的频率范围内，可以近似地认为相速与频率是线性的关系。这样，当改变慢波线电压 V_1 或底极电压 V_s 时，与电子速度保持同步的相速所对应的频率就近似地与这个电压成正比，即

$$\omega \approx k_1 V_s$$

或

$$\omega \approx k_2 V_1$$

式中， k_1 、 k_2 是决定于慢波线色散特性和管子工作条件的两个比例常数。而在“O”型返波管中，由于电子的纵向速度与电压的平方根成正比，因此，返波管自激的振荡频率与加速电压有下述关系[●]：

● 详见本书上册第三章。

$$\omega \approx k_3 \sqrt{V_0}$$

式中, k_3 是决定于慢波线色散特性的比例常数。由此可以看出, 两种类型的返波振荡管, 其电子调谐特性有着明显的差别。正交场返波管具有较高的调谐灵敏度, 较好的调谐线性度, 较高的效率和较小的电子频移, 但却具有较高的噪声和较多的寄生振荡等缺点。

注入式正交场管可以工作在连续波状态, 也可以工作在脉冲状态, 两种工作状态在原理上是相同的, 而在某些特性参量的量值上却有着显著的差异。

注入式正交场放大管主要用在相对说来是低峰值功率和宽频带的场合下, 例如在电子对抗设备中, 这种管子具有系统所要求的基本特性。然而它的效率与分布发射式正交场管相比则较低, 一般只有后者典型值的一半左右。

注入式正交场返波管在目前仍然是电子对抗设备中作为快速调谐发生器所选用的主要管型之一。

§ 5.2 注入式正交场管中的电子运动

5.2-1 正交场电子枪简介

注入式正交场管相互作用空间内的电子流, 是由正交场电子枪产生并注入的。因此, 在讨论相互作用空间内的电子运动特性以前, 应简单地讨论一下正交场电子枪的某些特点。

图 5-6 是两种基本类型的正交场电子枪。它们都是由一个发射电子的阴极、一个加速电子的阳极和一个位于阴极两侧与阴极具有相同电位 (有时低于阴极电位) 的成形极 (或称聚束极) 所组成。在电子枪区还存在一个与图面垂直并指向里面的直流磁场 B 。在电子枪区中的电子运动轨迹, 决定于这一空间内的电场和磁场的结构。在大部分空间内, 电场结构又取决于加速阳极和阴极的电位和形状; 但在注入区 (或称过渡区) 附近, 其电场结构在很大程度上又依赖于成形极的形状、位置和电位的选择。正交场电子枪中的加速阳极, 不仅使电子加速并引出管子所要求的一定强度的电子流, 而且还能使电子流横截面形成所要求的形状, 因此又称之为“成形阳极”或“聚束阳极”, 这一点是与线形注微波管中的电子枪不同的。

总的说来, 电子流的形成取决于各个有关电极的电位和几何形状。阴极一般都是平板形的。阳极有平板形的, 它平行于或基本上平行于阴极平面, 如图 5-6 (a), 这种电子枪常称为“平行面电极正交场电子枪”^①。在图 5-6 (b) 中, 阳极与成形极都是曲面形状的, 一般称为“曲面电极正交场电子枪”^②。这两种电子枪的设计原理是不同的, 前者建立在忽略空间电荷影响的单个电子运动轨迹的基

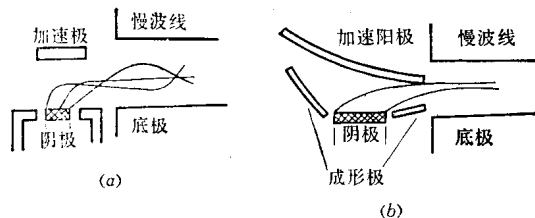


图5-6 正交场电子枪的两种基本结构
(a) 平行面电极正交场电子枪; (b) 曲面电极正交场电子枪 (空间电荷流电子枪)。

① 文献中有时称为“Charles枪”或“法国短枪”。

② 文献中有时称为“Kino短枪”。

础上；后者建立在正交场二极管空间电荷流的概念上，因此也可称为“正交场空间电荷流电子枪”，其原理相似于线形注微波管中的皮尔斯（Pierce）电子枪。

图 5-7 是平行面电极电子枪的基本结构型式。阴-阳极间距离及慢波线-底极间距离分别为 d_1 及 d_0 。电子枪区及相互作用区的直流电场分别为 E_1 及 E_0 。各个电极上加有如图所标明的直流电压，电子枪区及相互作用区都存在横向磁场 B 。忽略空间电荷影响时，在正交的电磁场中，单个电子的运动轨迹将是一条具有轮摆半径为 $R_c = \frac{mE_1}{eB^2}$ 的轮摆线（详见后述）。

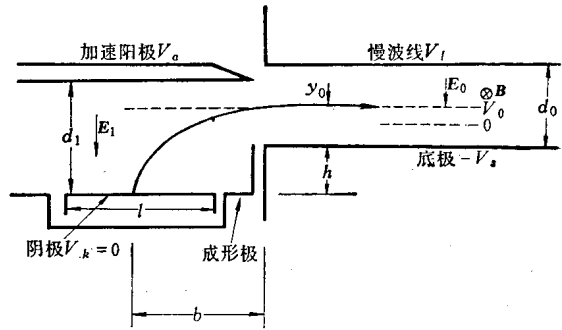


图 5-7 平行面电极电子枪的一般结构及理想的电子运动轨迹

从阴极表面出发的电子，在正交电磁场的作用下，经过半个轮摆周期时，正好到达轮摆的顶点。这时，电子具有的速度为

$$\left. \begin{aligned} v_{0y} &= 0 \\ v_{0z} &= 2 \frac{E_1}{B} \end{aligned} \right\} \quad (5.2-1)$$

而由能量守恒定律可知，到达这一顶点位置时相应的直流电位 V_0 由下式确定，即

$$eV_0 = \frac{1}{2} m v_{0z}^2 \quad (5.2-2)$$

由图可见，电子离开阴极后在横向（ y 向）所作的位移为

$$y_0 + h = 2R_c = 2 \frac{mE_1}{eB^2} \quad (5.2-3)$$

自发射点至注入截面所作的纵向位移（ z 向）为

$$b = \pi R_c \quad (5.2-4)$$

为了使电子注入相互作用空间后作直线运动，要求电子摆到顶点时恰好位于注入截面上，并且要求注入速度正好等于保证相互作用空间内轨迹为直线时的速度，即

$$v_{0z} = 2 \frac{E_1}{B} = v_e = \frac{E_0}{B} \quad (5.2-5 a)$$

或

$$E_0 = 2E_1 \quad (5.2-5 b)$$

这就是说，满足直线运动轨迹的条件是相互作用空间内的电场为电子枪区电场的两倍，这也正是这类电子枪的基本特征。

实际上，电子枪的阴极长度一般为阴-阳极间距离的 1~2 倍。在这种情况下，从不同位置出发的电子到达注入截面时将具有不同的注入状态，因而无法同时满足上述的注入条件。换句话说，各个电子注入相互作用空间后不可能都作直线运动，而出现了程度不同的轮摆轨迹。这种电子枪的电子流收敛比一般只能做到 2 左右。

图 5-6 (b) 所示的空间电荷流短枪，其原理建立在正交场无限大平板二极管空间电荷流的基础上。这种电子枪的电子流收敛比较大。在理想情况下，从阴极不同位置发射的电子，具有互不交叉的运动轨迹。由于注入时速度的横向分量较小，因而在相互作用空间内轮摆幅度也较小，接近于直线层流的电子流。

5.2-2 相互作用空间的电子运动

注入式正交场管在结构上有线型和圆型两种。因此，在讨论相互作用空间内电子运动特性时，就要分别讨论平板电极系统和同轴圆柱电极系统两种不同的情况。在实际结构中，圆型系统的底板半径与阳极（慢波线）半径之比十分接近于1。这样，就可以近似地将圆柱系统看作为平板系统。

下面分析忽略空间电荷影响时平板电极系统中的电子运动规律。

在图 5-8 中画出了平板型相互作用空间示意图，电极间的直流电场为 E_0 ，磁场 B 垂直于电场，其方向指向里面。我们忽略了平板系统的边缘效应，并假设电子注入时的初始速度为 v_0 。一般情况下，它具有 y 方向分量 v_{0y} 和 z 方向分量 v_{0z} ，即

$$\mathbf{v}_0 = k_y v_{0y} + k_z v_{0z} \quad (5.2-6)$$

式中， k_y 、 k_z 为 y 方向和 z 方向的单位矢量。

假定电子运动仅限于 yz 平面之内（二维的），即 $v_{0x} = 0$ 。当两电极间的电位差为 V ，电场 E 只有 y 分量，即

$$E = -k_y E_0 = -k_y \frac{V}{d_0} \quad (5.2-7)$$

而磁场只有 x 分量，即

$$B = k_x B \quad (5.2-8)$$

式中 k_x —— x 方向的单位矢量。

为了简化数学分析起见，我们把直角坐标系统的原点选在电子的注入点上。于是，电子运动方程为

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (5.2-9)$$

$$\text{或} \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = -e \left(E_x + B_z \frac{dz}{dt} - B_y \frac{dz}{dt} \right) \quad (5.2-10)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -e \left(E_y + B_x \frac{dz}{dt} - B_z \frac{dx}{dt} \right) \quad (5.2-11)$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -e \left(E_z + B_y \frac{dx}{dt} - B_x \frac{dy}{dt} \right) \quad (5.2-12)$$

将式 (5.2-7) (5.2-8) 代入上述三式后，可得

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0 \quad (5.2-13)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{e}{m} \left(E_0 - B \frac{dz}{dt} \right) \quad (5.2-14)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{e}{m} B \frac{dy}{dt} \quad (5.2-15)$$

对式 (5.2-13) 进行积分，并代以下述的初始条件：

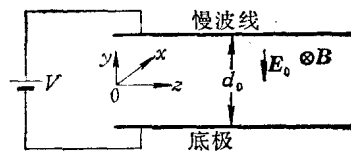


图5-8 平板型相互作用空间示意图

$$t = 0, \quad x = 0, \quad v_{0x} = 0$$

于是可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} = v_x = 0 \\ x = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.2-16)$$

这一条件说明了电子运动限于 yz 平面之内。

对式 (5.2-15) 积分一次后, 得

$$\frac{dz}{dt} = \frac{e}{m}By + C_1 = \omega_c y + C_1$$

式中 $\omega_c = \frac{e}{m}B = \eta B$ —— 电子回旋角频率,

η —— 电子的荷质比。

以初始条件 $t = 0, y = 0, \frac{dz}{dt} = v_{0z}$ 代入上式, 即可求得积分常数

$$C_1 = v_{0z}$$

于是有

$$\frac{dz}{dt} = \omega_c y + v_{0z} \quad (5.2-17)$$

以式 (5.2-17) 代入式 (5.2-14), 则有

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{e}{m}(E_0 - \omega_c B y - B v_{0z})$$

或

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_c^2 y = \frac{e}{m}E_0 - \omega_c v_{0z} \quad (5.2-18)$$

这一微分方程的通解为

$$y_1 = C_2 \sin \omega_c t + C_3 \cos \omega_c t \quad (5.2-19)$$

其特解为

$$y_2 = C_4$$

代入式 (5.2-18) 可得

$$C_4 = \frac{1}{\omega_c^2} \left(\frac{e}{m} E_0 - \omega_c v_{0z} \right)$$

于是

$$y_2 = \frac{1}{\omega_c^2} \left(\frac{e}{m} E_0 - \omega_c v_{0z} \right) \quad (5.2-20)$$

因此

$$y = y_1 + y_2 = C_2 \sin \omega_c t + C_3 \cos \omega_c t + \frac{e}{m} \frac{E_0}{\omega_c^2} - \frac{1}{\omega_c} v_{0z} \quad (5.2-21)$$

以初始条件 $t = 0, y = 0, \frac{dy}{dt} = v_{0y}$ 代入后可得

$$C_3 = -\frac{e}{m} \frac{E_0}{\omega_c^2} + \frac{1}{\omega_c} v_{0z}$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega_c} v_{0y}$$

于是有

$$y = \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) (1 - \cos \omega_c t) + \frac{v_{0y}}{\omega_c} \sin \omega_c t \quad (5.2-22)$$

将式 (5.2-22) 代入式 (5.2-17), 则有

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} &= \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) (1 - \cos \omega_c t) + v_{0y} \sin \omega_c t + v_{0z} \\ &= \frac{E_0}{B} - \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) \cos \omega_c t + v_{0y} \sin \omega_c t\end{aligned}\quad (5.2-23)$$

积分后得

$$z = \frac{E_0}{B} t - \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) \sin \omega_c t - \frac{v_{0y}}{\omega_c} \cos \omega_c t + C_5$$

以 $t = 0, z = 0$ 条件代入后, 得

$$C_5 = \frac{1}{\omega_c} v_{0y}$$

$$\text{于是} \quad z = \frac{E_0}{B} t - \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) \sin \omega_c t + \frac{v_{0y}}{\omega_c} (1 - \cos \omega_c t) \quad (5.2-24)$$

这样, 我们就求得了电子运动的轨迹方程

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) (1 - \cos \omega_c t) + \frac{v_{0y}}{\omega_c} \sin \omega_c t \\ z &= \frac{E_0}{B} t - \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) \sin \omega_c t + \frac{v_{0y}}{\omega_c} (1 - \cos \omega_c t)\end{aligned}$$

在数学上这是一组以 t 为参变量的摆线方程。从这一组方程可以得出以下几点有用的结论:

(1) 从电子枪注入相互作用空间的电子具有一定的初速时, 其运动轨迹将是一条较为复杂的摆线。这一摆线的角频率为 $\omega_c = \frac{e}{m} B$, 在磁场固定的情况下, 它将保持不变且与初速无关。

(2) 从轨迹方程可以清楚地看到, 电子在纵向 (z 向) 有个平均速度 $\frac{E_0}{B}$, 此即漂移速度。这一漂移速度与初速无关, 只取决于相互作用空间内直流电磁场的比值。换句话说, 尽管电子的瞬时速度一直在变化, 但其在 z 向的平均速度却保持不变。

(3) 电子漂移的方向与直流电场及磁场相互垂直。

(4) 电子轮摆的频率为 $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$, 每轮摆一次在 z 向的前进距离称为“回旋波长”并以 λ_c 表示。由于平均漂移速度为 v_e , 所以 $\lambda_c = \frac{2\pi}{\omega_c} v_{e0}$ 。

(5) 摆线滚动圆半径为

$$R_c = \frac{v_e}{\omega_c} = \frac{1}{\omega_c} \frac{E_0}{B}$$

由此可见, 电子漂移速度 v_e 、滚动圆半径 R_c 、回旋频率 f_c 、回旋波长 λ_c 都与电子初速无关, 而完全决定于该空间的电场和磁场的大小。因此, 电子初速的影响将表现在电子轮摆幅度的大小即电子的具体轨迹形状上。

下面讨论一种特殊情况下的电子运动轨迹, 这对于理解轨迹方程和它的本质是有帮助的。

如果在电子注入点上电子无横向速度分量, 即 $\left. \frac{dy}{dt} \right|_0 = 0$, 这时的轨迹方程将变为

$$y = \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) (1 - \cos \omega_c t) \tag{5.2-25}$$

$$z = \frac{E_0}{B} t - \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) \sin \omega_c t \tag{5.2-26}$$

此时如果

$$v_{0z} = \frac{E_0}{B}$$

则

$$\left. \begin{aligned} y &= 0 \\ z &= \frac{E_0}{B} t \end{aligned} \right\} \tag{5.2-27}$$

这就表明，电子在相互作用空间中作直线运动，其速度恰好是电子的漂移速度 $v_e = \frac{E_0}{B}$ 。

如果

$$v_{0y} = v_{0z} = 0$$

那末

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{\omega_c} \frac{E_0}{B} (1 - \cos \omega_c t) \\ z &= \frac{E_0}{B} t - \frac{1}{\omega_c} \frac{E_0}{B} \sin \omega_c t \end{aligned} \right\} \tag{5.2-28}$$

这是一个“圆摆线”的轨迹方程●。

一般情况下， $v_{0y} = 0$ 、不同 v_{0z} 值时的电子运动轨迹如图 5-9 所示。

当 $v_{0z} = \frac{E_0}{B}$ 时，作用于电子上的电场力正好与磁场力（劳伦茨力）相互抵消。因此，电子轨迹具有直线形状。当 $v_{0z} < \frac{E_0}{B}$ 时，电子所受的电场力大于磁场力。因此，电子先是向阳极移动，在移动过程中，其速度渐增，随着电子速度的增大，磁场力也逐步增大，因而使得电子逐步改变运动方向，并转而向底极方向移动；在改变移动方向以后，电子将受到电场力的减速作用，速度逐渐减小，因之磁场力也随之减小；这样又导致了电子转向阳极方向移动。如此周而复始，形成了摆线轨迹。图中的(c)、(b)、(a)即属于这种情况。

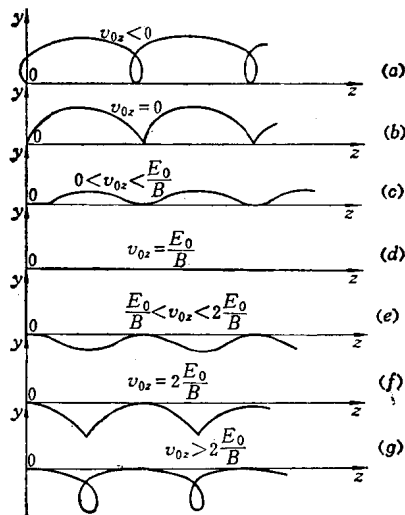


图5-9 当 $v_{0y} = 0$ 、不同 v_{0z} 值时的电子运动轨迹

当 $v_{0z} > \frac{E_0}{B}$ 时，情况正好相反。开始时，磁场

力大于电场力，电子先是向底极移动，然后改变方向并向阳极移动，最后也形成了摆线轨迹。图中的(e)、(f)、(g)就是这种情况。

在同轴圆柱电极系统相互作用空间内，求解电子运动轨迹要复杂得多，但是可以通过坐标转换写出相应的运动方程。图 5-10 中画出了坐标转换的相互关系。由图可见，

● 这正是磁控管和分布发射式正交场放大管中电子运动的轨迹方程。

$$\left. \begin{aligned} y &= r \sin \varphi \\ z &= r \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5.2-29)$$

两种坐标系统中力的相互关系为

$$\left. \begin{aligned} F_r &= F_z \cos \varphi + F_y \sin \varphi \\ F_\varphi &= F_y \cos \varphi - F_z \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5.2-30)$$

在直角坐标系中, 有

$$\left. \begin{aligned} F_x &= m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ F_y &= m \frac{d^2 y}{dt^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.2-31)$$

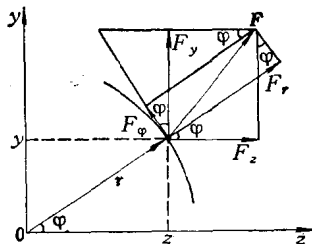


图5-10 直角坐标与极坐标的关系

将式 (5.2-29) 对时间微分二次后代入式 (5.2-31), 再代入式 (5.2-30), 则有

$$\left. \begin{aligned} F_r &= m \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] \\ F_\varphi &= m \left[2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.2-32)$$

如果在相互作用空间内的电磁场为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= -k_r E_{or} \\ \mathbf{B} &= k_r B \end{aligned} \right\} \quad (5.2-33)$$

式中 k_r —— r 方向的单位矢量。

那末, 我们可以得到在 $r\varphi$ 平面内的电子运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 &= \frac{e}{m} \left(E_{or} - rB \frac{d\varphi}{dt} \right) \\ 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= \frac{e}{m} B \frac{dr}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (5.2-34)$$

由于圆柱系统中 $E_{or} = f(r)$, 因此求解上述方程时遇到了很大的困难。

我们不去进行详细的分析, 只定性地在图 5-11 中给出忽略空间电荷影响时, 并以不同的初始角速度注入时的一些电子运动轨迹。由图中可以看出, 这些轨迹十分类似于平板系统中的电子轨迹。

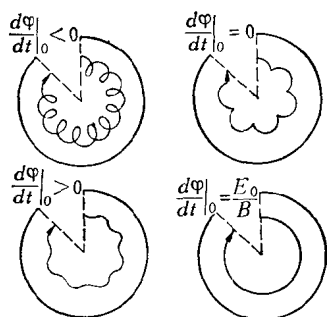


图5-11 不同初始角速度时圆柱系统中的电子运动轨迹

5.2-3 电子的注入状态及其影响

电子的注入状态指的是电子进入相互作用空间时具有的速度及其相应的横向位置。这两者是相互联系的，因为在直流场的作用下，电子具有的速度与该点上的直流电位存在着对应关系。

设电子离开阴极时的初速为零，在电场作用下，到达某一点的速度为 v ，该点的电位为 V ，那末从能量守恒的观点出发，应有如下的关系：

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV$$

图 5-12 是管内等位线的分布

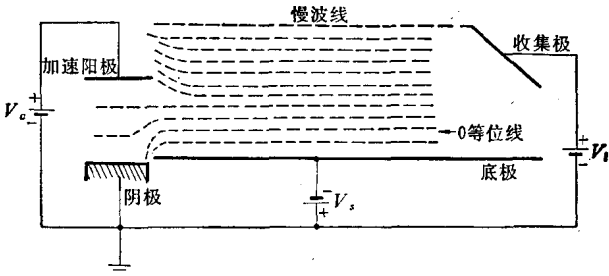


图5-12 注入式线型管内直流电位等位线分布示意图

示意图。从能量观点看，由于阴极处于零电位，因此电子不可能在零等位线之下注入。

一般说来，电子注入时的速度具有两个分量 v_{0y} 及 v_{0z} ，而速度的绝对值为 $v = \sqrt{v_{0y}^2 + v_{0z}^2}$ 。不同速度的电子注入相互作用空间时，其速度应与所在位置的电位相对应。也就是说，不同速度的电子不可能在同一点注入；反之，在不同位置上注入的电子必然具有不同的速度。

如令电子注入相互作用空间时的位置为 y_0 及 z_0 ，则前述的电子轨迹方程可以改写成下列形式：

$$\left. \begin{aligned} y - y_0 &= \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) (1 - \cos \omega_c t) + \frac{1}{\omega_c} v_{0y} \sin \omega_c t \\ z - z_0 &= \frac{E_0}{B} t - \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{E_0}{B} - v_{0z} \right) \sin \omega_c t + \frac{1}{\omega_c} v_{0y} (1 - \cos \omega_c t) \end{aligned} \right\} \quad (5.2-35)$$

如果注入时的横向速度分量 v_{0y} 为零，则相应于几个不同注入速度 v_{0z} 的电子轨迹如图

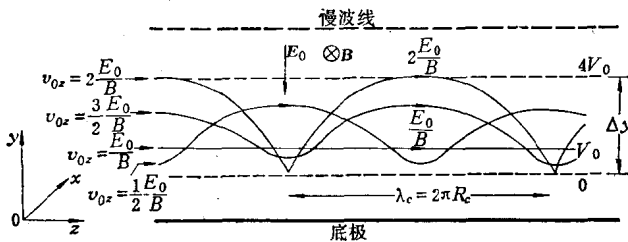


图5-13 几个具有不同注入速度的电子运动轨迹 ($v_{0y} = 0$)

5-13所示。 $v_{0z} = \frac{E_0}{B} = v_e$ 时，电子在相互作用空间内作直线运动，轮摆的幅度为零。当不满足这一条件时，电子都要作不同程度的轮摆；注入速度与 v_e 的差别愈大，轮摆的幅度也就愈大。

以后的分析将会指出，相互作用空间内电子运动轨迹的轮摆幅度对电子效率有很大的影响。轮摆幅度较大的电子，在相互作用完后将以较大的动能打上慢波线或收集极，从而降低了从位能转变而来的高频功率，这样就降低了电子的转换效率。

如果电子按直线轨迹运动时所具有的漂移速度为 $v_e = \frac{E_0}{B}$ ，那末，以 $v_{0z} = 0$ 或以 $v_{0z} = 2 \frac{E_0}{B}$ 速度注入的电子，其最大速度将为 $v_{max} = 2 \frac{E_0}{B} = 2v_e$ ，这类电子在行波场作用