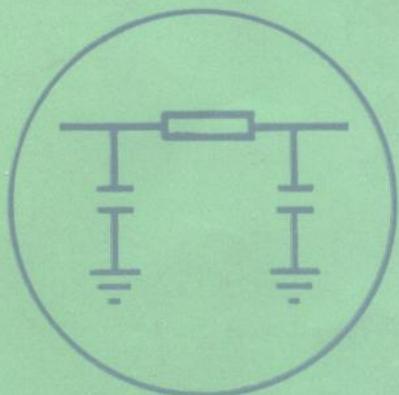


DIANLI XITONG GUZHANG DE  
JISUANJI FUZHU FENXI

电力系统故障的  
计算机辅助分析



● 米麟书 刘芳宁 编著

● 重庆大学出版社

# 电力系统故障的计算机 辅 助 分 析

米麟书

编著

刘芳宁

重庆大学出版社

## 内 容 介 绍

本书介绍电力系统故障的计算机辅助分析。包括简单故障与复杂故障的故障参数及任意节点电压与支路电流的计算模型和算法规律。讨论了变结构与变参数系统的各种故障电气量值的快速算法，并叙述了以梯形积分法求解集中参数电路暂态过程和以贝杰龙特征线法求解分布参数线路波过程为基础的电力系统电磁暂态过程数值计算的基本方法。

本书介绍的许多方法，不仅适用于计算机编程计算，也适用于计算器人工快速计算。本书还附有电力系统故障计算的微机程序。

本书适用于高校电力类专业的师生，亦可供电力部门的工程技术人员参考。

## 电力系统故障的计算机辅助分析

米麟书 刘芳宁 编著

责任编辑 黄开植

重庆大学出版社出版发行

新华书店 经销

重庆大学出版社印刷厂印刷



开本：787×1092 1/16 印张：12.5字数：312 千

1992年1月第1版 1992年1月第1次印刷

印数：1—2200

标准书号：ISBN 7-5624-0425-9  
TP·27 定价：3.68元

## 前　　言

本书是根据编者近年来在重庆大学为电力系统及其自动化专业本科生讲授“电力系统故障的计算机辅助分析”选修课的讲义和教学与科研的基础上整理编写而成的。全书共六章。前五章内容主要是计算简单故障与复杂故障电流、电压周期分量的初始值，其中以研究故障口电流及任意节点电压与支路电流的计算模型和算法规律为重点。讨论了系统同一运行方式下同一位置各种故障电气量值的快速算法。还讲述了复杂网络中任意电源对故障点转移阻抗的计算法，可供计算短路后任意时刻的电流周期分量之用。针对现代电力系统结构复杂、规模庞大、运行方式变化繁多的特点，以及为适应继电保护的整定计算与工况分析的需要，在第三章中还专门讨论了伴有拓扑结构与参数变化的电力系统故障的计算模型和计算方法。第六章主要是讲述以梯形积分法求解集中参数电路暂态过程和以贝杰龙（Bergeron）特征线法求解分布参数线路波过程为基础的电力系统电磁暂态过程数值计算的基本方法。在有关章节列举了一些例题，章末有习题，书末附有电力系统短路故障计算微机程序。为了便于教学和自学，例题和习题中的网络阻抗值均用纯电抗值。

本书第五章及附录由刘芳宁编写，其余部分由米麟书编写。

重庆大学叶一麟教授审阅了全部书稿，陈刚同志审阅了第六章，对他们提出的宝贵意见和建议表示衷心感谢。感谢方明、王建平同志为本书部分例题所做的核算工作。对重庆大学教务处、出版社、电气工程系等对本书出版给予热忱支持的单位及编写本书时参阅引用过的国内外文献的作者在此一并致谢。

编者水平有限，热忱欢迎读者提出批评和宝贵意见。

编著者

1990年8月

# 目 录

绪论.....	( 1 )
<b>第一章 支路追加法形成网络节点阻抗矩阵的算法.....</b>	<b>( 3 )</b>
1-1 网络节点阻抗矩阵元素的物理意义.....	( 3 )
1-2 不含互感支路的网络节点阻抗矩阵的形成算法.....	( 4 )
1-2-1 追加无互感树支 .....	( 4 )
1-2-2 追加无互感链支 .....	( 5 )
1-3 含互感支路的网络节点阻抗矩阵的形成算法.....	( 9 )
1-3-1 互感支路电流及端点电压方程 .....	( 9 )
1-3-2 追加互感树支 .....	( 10 )
1-3-3 追加互感链支 .....	( 12 )
1-4 电源对故障点转移阻抗的计算.....	( 18 )
习题.....	( 20 )
<b>第二章 用节点阻抗方程法计算故障系统的电气量值.....</b>	<b>( 22 )</b>
2-1 系统中任意节点三相对称短路故障的计算方法.....	( 22 )
2-1-1 故障口开路时的节点阻抗方程 .....	( 22 )
2-1-2 三相对称短路故障计算 .....	( 23 )
2-2 简单短路故障口与非对称断相口的口电流及任意节点电压与 支路电流的统一算法.....	( 26 )
2-2-1 概述 .....	( 26 )
2-2-2 故障口各序电流的计算 .....	( 27 )
2-2-3 任意节点的序电压及相电压计算 .....	( 31 )
2-2-4 任意支路的序电流及相电流计算 .....	( 31 )
2-2-5 用节点阻抗方程进行故障计算的步骤 .....	( 32 )
2-3 输电线上任意位置的短路故障计算.....	( 38 )
2-4 电力系统故障快速计算的比例系数法.....	( 41 )
2-4-1 概述 .....	( 41 )
2-4-2 同一位置的各种短路故障口与单相接地短路故障口同序口电流的比例系数, 一相断口与两相断口同序口电流的比例系数 .....	( 41 )
2-4-3 同一位置各种故障口电流及序网节点电压与支路电流的快速计算 .....	( 42 )
2-5 三相电力系统非对称断相的修正节点电流源计算法.....	( 50 )
2-5-1 概述 .....	( 50 )
2-5-2 非对称断相口各序电流的计算 .....	( 50 )
2-5-3 非对称断相状态下节点电压及支路电流的计算 .....	( 54 )
习题.....	( 57 )

<b>第三章 伴有拓扑结构及参数变化网络的节点阻抗方程及故障的算法</b>	( 59 )
3-1 概述	( 59 )
3-2 伴有拓扑结构与参数变化的大型网络节点阻抗矩阵方程的快速修正的统一算法	( 59 )
3-3 等值链支路阻抗矩阵 $Z_{eq}$ 的计算	( 63 )
3-4 伴有拓扑结构与参数变化的电力系统故障的快速计算	( 69 )
3-4-1 概述	( 69 )
3-4-2 正序网故障口等值电路参数计算	( 70 )
3-4-3 串联回路故障零序与负序电流电压及其故障口等值电路参数的计算	( 71 )
3-4-4 并联回路故障零序、负序电流与电压及其故障口等值电路参数的计算	( 72 )
3-5 大型电力系统故障的分块计算法	( 78 )
习题	( 87 )
<b>第四章 用节点导纳方程法计算故障</b>	( 89 )
4-1 节点导纳矩阵方程的形成	( 89 )
4-2 节点导纳矩阵方程的三角分解直接解算法	( 96 )
4-3 应用节点导纳矩阵方程及稀疏矩阵技术进行系统故障的数值计算	( 101 )
4-3-1 网络节点编号顺序问题	( 101 )
4-3-2 稀疏矩阵及其三角分解因子的存取方法	( 103 )
4-3-3 用节点方程进行故障数值计算的步骤	( 105 )
4-4 伴有拓扑结构及参数变化网络节点导纳方程的快速解算法	( 105 )
4-5 大型网络的等值节点方程及其等值电路	( 107 )
习题	( 109 )
<b>第五章 复杂故障计算</b>	( 110 )
5-1 概述	( 110 )
5-2 双口网络口参数方程	( 110 )
5-2-1 口阻抗参数方程	( 110 )
5-2-2 口导纳参数方程	( 112 )
5-2-3 混合型口参数方程	( 113 )
5-3 故障口电流电压的序分量边界条件方程	( 114 )
5-4 串-串型双重复杂故障计算	( 117 )
5-5 并-并型双重复杂故障计算	( 122 )
5-6 串-并型双重复杂故障计算	( 127 )
5-7 N重复杂故障计算	( 130 )
习题	( 133 )
<b>第六章 电力系统故障暂态过程数值计算的基本方法</b>	( 134 )
6-1 概述	( 134 )
6-2 单个线性集中参数元件暂态的数值计算及其等值电路	( 135 )
6-2-1 电感元件	( 135 )
6-2-2 电容元件	( 136 )

6-2-3	电阻元件 .....	( 137 )
6-3	有电磁耦合的多个集中参数元件的暂态等值计算电路 .....	( 137 )
6-3-1	具有电感耦合的电感元件 .....	( 137 )
6-3-2	节点间有电容耦合的电路 .....	( 139 )
6-3-3	有耦合的电感电阻串联支路的暂态等值计算电路 .....	( 141 )
6-4	单根均匀无损线波过程的贝杰龙 ( Bergeron ) 计算法及其等值电路 .....	( 144 )
6-5	单根线路损耗的近似处理方法 .....	( 147 )
6-6	暂态计算的离散等值网络节点导纳矩阵方程 .....	( 149 )
6-7	耦合多导线线路波动方程的相-模变换解算法 .....	( 152 )
6-7-1	相-模变换法 .....	( 152 )
6-7-2	均匀换位线路的相-模变换矩阵 .....	( 154 )
6-7-3	均匀换位线路的模量参数 .....	( 156 )
6-7-4	多导线模分量的计算方法 .....	( 158 )
6-7-5	多导线线路相域量的等值计算公式及其等值计算电路 .....	( 159 )
6-8	开关模型及其在电力系统暂态过程计算中的应用 .....	( 163 )
	习题 .....	( 163 )
附录	.....	( 164 )
附录一	互感线路上任意点阻抗元素计算公式的证明 .....	( 164 )
附录二	解线性代数方程组的高斯消元法 .....	( 165 )
附录三	网络节点阻抗矩阵的计算程序 .....	( 169 )
附录四	网络节点导纳矩阵的计算程序 .....	( 170 )
附录五	电力系统短路故障计算微机程序 .....	( 172 )
参考文献	.....	( 189 )

## 绪 论

在电力系统的规划、设计、运行、事故分析、继电保护与自动装置的整定计算和工况分析中，均需要足够快速和足够精确地进行大量的故障数值计算和分析。众所周知，如果采用传统的网络等值变换计算法，即使对于小系统的简单故障计算也是繁琐费时的。现代电力系统规模大，结构复杂，运行方式变化繁多，需要计算的故障点多，特别是对于复杂故障计算，采用传统算法困难极大，既不切合实际，也不能满足快速精确计算的要求。因此，人们曾用建立系统模型的方法进行模拟计算。1916年出现了计算电力系统短路电流的直流计算台。1929年又出现了比直流计算台更完善的交流计算台，用以进行电力系统的常用计算。由于模拟系统的规模、精度有限等原因，这些手段很难适应现代电力系统对故障计算的要求。

随着电子数字计算机及其相关技术的迅猛发展和普及应用，计算机已越来越广泛地用于电力系统的计算、监控和管理中。对于电力系统中的许多计算，诸如潮流、短路、稳定计算等等，都早已采用计算机计算。

应用计算机进行电力系统故障计算同进行其它计算一样，其中特别重要的是需要掌握电力系统故障计算用的数学模型、计算方法以及编写计算程序等方面的知识。本书主要是讲述前二者。

一、建立数学模型。它是描述电力系统故障状态下有关参数间的数学方程式。从满足实际应用的需要出发，建立数学模型时往往要注意突出问题的主要方面，考虑影响问题的主要因素，而忽略一些次要因素，使数学模型既能正确地反映实际问题，又使计算不过于复杂，以便在计算机上求解或计算时间不太长。

我们在学习“电力系统暂态分析”课程时，已经知道在电力系统故障的工程计算中，多数情况下只要求计算故障电流电压周期分量的起始值，这一问题可归结为求解系统故障初始状态下的等值电路网络稳态解的问题。同时还学会了应用对称分量法将实际故障系统等值成正、负、零序电路网络的步骤和方法，它们是线性、非时变的集中参数网络。因此，在工程实用计算中，用于计算电力系统故障时网络节点电压周期分量起始值的数学模型，是具有恒定节点电流源的线性节点导纳或节点阻抗矩阵方程。从本书第六章将会知道，计算电力系统故障暂态过程中各离散时刻的节点电压数值解的数学模型，是具有时变电流源的线性节点导纳矩阵方程。

二、选择数值计算方法。要求所选用的计算方法能快速准确地得出正确结果。同时还要求在解算过程中占用的机器内存量少，以利提高计算机的解题规模。针对节点导纳矩阵方程和故障计算的特点，目前最常用的是以三角分解法为基础的一些直接解算方法。例如在故障电流电压周期分量起始值的计算中，其首要问题是联解各序故障口参数方程和故障口各序电流、序电压边界条件方程，求出各序故障口电流。故障口参数方程的类型与故障类型有关，但均是以故障口阻抗参数方程为基础的。将求得的故障口各序电流作为理想电流源，分别加于各序网故障口所关联的节点上，由各序网节点方程算出故障情况下任意节点的序电压，同时不难进一步算出任意支路的序电流和相电流。

节点导纳矩阵是稀疏矩阵，很容易形成，应用稀疏技术存储时占用内存少，网络变化时修改快，但解算节点方程费时。对中小系统或拓扑结构简单的系统，也可采用直接一次形成节点阻抗矩阵的解算方法。节点阻抗矩阵一般都是满阵，形成速度慢，占用内存多，网络变化时修改慢，但节点阻抗矩阵一经形成，便能迅速、方便和直观地进行系统任意位置的故障计算，规律性强，易于编写程序，也适宜于用计算器人工手算。以三角分解法为基础的算法，则同时利用了二者的优点。

三、编写计算程序，用计算机算出所需要的结果。显然，程序技巧在很大程度上影响计算速度和机器的解题规模。

# 第一章 支路追加法形成网络节点阻抗矩阵的算法

## 1-1 网络节点阻抗矩阵元素的物理意义

网络节点阻抗方程是通过网络的节点阻抗矩阵 $Z$ ，节点电流源列向量 $I$ 及节点电压列向量 $U$ 来描述网络电气特性的。对于独立节点数为 $n$ 的电路网络，其节点阻抗方程的矩阵形式为

$$U = Z I \quad (1-1)$$

式中

$$U = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_k \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1k} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2k} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{k1} & Z_{k2} & \cdots & Z_{kk} & \cdots & Z_{kn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nk} & \cdots & Z_{nn} \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_k \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{pmatrix}$$

$Z$ 为 $n \times n$ 方阵，它是由网络拓扑结构和阻抗参数所确定的，通常采用计算的方法求得； $U$ 、 $I$ 均为 $n$ 元列向量，其中 $I$ 通常是由网络的独立电源所确定，极易求得，常属已知量； $U$ 是各节点对参考点的电压值，常为待求的未知量。所以求解式(1-1)的关键问题是正确迅速地算出 $Z$ 。

对于一个只知其独立节点和参考点，而不知道网络拓扑结构及其具体支路阻抗参数的无源线性网络，可用实测法确定其 $Z$ 值。例如仅当第 $k$ 节点注入单位电流源，而其余节点注入电流源均为零时，在各节点所测得的电压值与 $Z$ 中第 $k$ 列的元素值相同。因为当

$$I = \begin{cases} \mathbf{0} \\ 1 \\ \mathbf{0} \end{cases} \leftarrow k \text{ 节点}$$

时由式(1-1)可得

$$\begin{pmatrix} Z_{1k} \\ Z_{2k} \\ \vdots \\ Z_{kk} \\ \vdots \\ Z_{nk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_k \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{pmatrix} \quad (1-2)$$

当 $k$ 分别等于 $1, 2, \dots, n$ 时，仿上述方法可测定出 $Z$ 中的全部元素，并由此可知 $Z$ 元素的物理意义是：

对角元 $Z_{kk}$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) 为节点 $k$ 的自阻抗，数值上等于仅在第 $k$ 节点注入单位电

\* 表示 $I$ 列向量中，除第 $k$ 个元素为1外，其余元素全为0，下同。

流源而其余节点电流源开路、电压源短路时节点 $k$ 对参考点的电压值。它是以网络的 $k$ 节点与参考点为端口所看到的网络等值阻抗，常称端口自阻抗，亦即戴维南等值阻抗。只要 $k$ 节点与参考点之间具有电磁联系，则 $Z_{kk}$ 必定是一个非零的有限值。若 $k$ 节点与参考点是无电磁联系的孤立节点，则 $Z_{kk}$ 为无穷大。

非对角元 $Z_{ik}$ 为节点 $k$ 与节点 $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ,  $i \neq k$ ) 之间的互阻抗，数值上等于仅在节点 $k$ 注入单位电流源而其余节点的电流源开路，电压源短路时，节点 $i$ 对参考点的电压值。因为只要节点 $k$ 与节点 $i$ 之间有电磁联系时，其值都不为零，所以 $Z$ 一般都是满阵。具有互易特性的网络， $Z_{ki}=Z_{ik}$ ，其 $Z$ 是对称的。

对已知网络拓扑结构及支路阻抗参数时，可用计算的方法形成 $Z$ 。

对于特别简单的网络，我们可以直接根据 $Z$ 元素的物理意义迅速形成其 $Z$ 。在一般情况下，可用节点导纳矩阵求逆、解算节点导纳方程（第四章）以及支路追加法来形成网络的节点阻抗矩阵，本章将介绍后者。因为应用支路追加法的原理能灵活、方便、有效地分析处理伴有拓扑结构与参数变化的网络。

## 1-2 不含互感支路的网络节点阻抗矩阵的形成算法

支路追加法是形成网络节点阻抗矩阵的方法之一。支路追加法是将整个网络看成从第一条支路开始，逐条地增接支路，最后将全部支路按预定方式联接起来而构成的。在逐步追加支路的同时，根据节点阻抗矩阵元素的物理意义，逐步形成其对应的节点阻抗子矩阵，并随着支路的逐条追加而演变成最终网络的节点阻抗矩阵。在本章及第四章中我们将会看到，应用支路追加法也可以一次向网络追加、移去多条支路或者子网络。

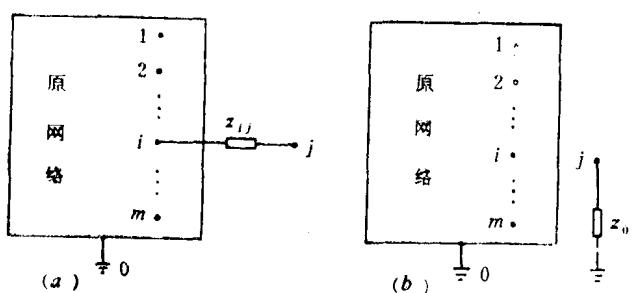


图1-1 向原网络接入非接地树支(a)及接地树支(b) 节点，已知其节点阻抗矩阵 $Z$ 为 $m \times m$ 方阵。若从原网络中的节点 $i$ 接入一条阻抗为 $z_{ii}$ 的树支，该网络将出现新增节点 $j$ 。故接入 $z_{ii}$ 后的网络节点阻抗矩阵 $Z'$ 将比 $Z$ 增加一阶，即

$$Z' = \begin{pmatrix} Z & | & Z_{kj} \\ Z_{ik} & | & Z_{jj} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} k=1, 2, \dots, m \\ j=m+1 \end{matrix} \quad (1-3A)$$

式中 $Z_{kj} = Z_{jk}^T$ ，为新增第 $j$ 列的非对角元； $Z_{jj}$ 为对角元。

因为 $z_{ii}$ 处于开路状态，故其接入不影响原网络中节点电压和支路电流的分布，即 $Z'$ 中与旧节点相对应的子网络的节点阻抗子矩阵仍为 $Z$ ，所以只需求 $Z_{kj}$ 及 $Z_{jj}$ 。

如图1-1(a)所示网络，仅在其节点 $j$ 注入单位电流源与仅在节点 $i$ 分别注入单位电流源

根据网络拓扑理论，网络中的支路分为树支与链支两种类型。根据树支与链支的两端点之一是否与参考点相联，又将它们分为接地树支与非接地树支、接地链支与非接地链支。

### 1-2-1 追加无互感树支

如图1-1所示原网络有 $m$ 个独立

时，原网络中的各节点电压所呈现的数值相同。因此，根据 $Z$ 元素的物理意义可知，新增的第*j*列非对角元素应与 $Z$ 中的第*i*列元素相等，即

$$Z_{kj} = Z_{ji}^T = \begin{pmatrix} Z_{1j} \\ Z_{2j} \\ \vdots \\ Z_{kj} \\ \vdots \\ Z_{mj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{1i} \\ Z_{2i} \\ \vdots \\ Z_{ki} \\ \vdots \\ Z_{mi} \end{pmatrix}$$

简记为

$$Z_{kj} = Z_{ki} \quad (1-3B)$$

显然，新增节点*j*的自阻抗 $z_{jj}$ 等于节点*i*的自阻抗 $Z_{ii}$ 与 $z_{ii}$ 之和，即

$$Z_{jj} = Z_{ii} + z_{ii} \quad (1-3C)$$

图1-1(b)所示为向原网络接入接地树支 $z_{0i}$ 的情况。根据节点阻抗元素的物理意义直接可得其节点阻抗矩阵 $Z'$ 为

$$Z' = \begin{pmatrix} Z & 0 \\ 0 & z_{0i} \end{pmatrix} \quad (1-4)$$

## 1-2-2 追加无互感链支

如图1-2所示，原网络有*m*个独立节点，其节点阻抗矩阵为 $Z$ 。若在原网络的节点*i*、*j*之间接入一条阻抗为 $z_{ij}$ 的链支，因不出现新节点，故接入 $z_{ij}$ 后的网络节点阻抗矩阵的阶数不变；但由于网络新增加了一个包括 $z_{ij}$ 在内的独立回路，该回路电流 $i_L$ 使网络内的各节点电压发生了变化。如用反映网络结构与阻抗特性的节点阻抗矩阵来描述 $z_{ij}$ 对原网络的影响，则

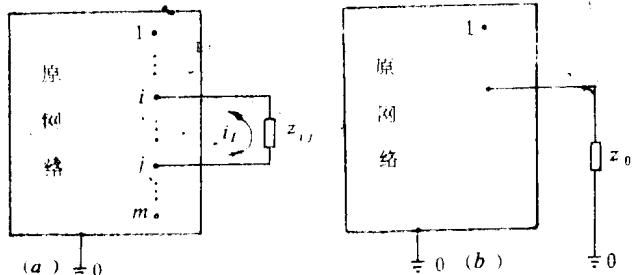


图1-2 向原网络接入非接地链支(a)及接地链支(b)

节点阻抗矩阵将由 $Z$ 变为 $Z'$ ，即必须修改 $Z$ 中的各元素值。

根据戴维南定理可知，图1-2(a)中新增的独立回路的总阻抗 $Z_{LL}$ 由两部分组成，即

$$Z_{LL} = Z_p + z_{ij} \quad (1-5A)$$

式中  $Z_p = Z_{ii} + Z_{jj} - Z_{ii} - Z_{ji}$   $(1-5B)$

$Z$ 对称时， $Z_{ii} = Z_{ji}$ ， $Z_p = Z_{ii} + Z_{jj} - 2Z_{ii}$   $(1-5C)$

$Z_p$ 是从网络节点*i*、*j*端口看进去的网络等值端口阻抗，即戴维南等值阻抗。 $Z_p$ 可由端口节点*i*、*j*的自阻抗和互阻抗计算得到，如式(1-5B)、(1-5C)所示。端口阻抗的物理意义是非常明显的。当原网络中的电压源短路与电流源开路(即处于无源状态)时，端口阻抗在数值上等于为驱使单位端口电流(即*i<sub>L</sub>*=1)所需要的端口电压源，故对于如图1-2(a)所示回路电流*i<sub>L</sub>*的参考方向，等效于

$$I = \begin{cases} \mathbf{0} \\ 1 \\ -1 \\ \mathbf{0} \end{cases} \begin{array}{l} \leftarrow i\text{节点} \\ \leftarrow j\text{节点} \end{array}$$

则由式(1-1)算得其中端口节点*i*、*j*的电压为

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_i \\ \dot{U}_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{ii} - Z_{ij} \\ Z_{ji} - Z_{ii} \end{pmatrix}$$

$$\text{故 } Z_p = \dot{U}_i - \dot{U}_j = Z_{ii} + Z_{ji} - Z_{ij} - Z_{ii}$$

当原网络的节点电流源为*I*<sup>o</sup>时,其端口节点*i*、*j*间的开路电压 $\dot{U}_p^o$ 就是该端口的等值发电机电压,它可根据式(1-1)算出,即

$$\begin{aligned} \dot{U}_p^o &= \dot{U}_i - \dot{U}_j = (Z_{i1} - Z_{i1} \quad Z_{i2} - Z_{i2} \quad \dots \quad Z_{ik} - Z_{ik} \quad \dots \quad Z_{im} - Z_{im}) I^o \\ &= \mathbf{Z}_{Lm} I^o \end{aligned} \quad (1-6)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{Lm} &= (Z_{i1} - Z_{i1} \quad Z_{i2} - Z_{i2} \quad \dots \quad Z_{ik} - Z_{ik} \quad \dots \quad Z_{im} - Z_{im}) \\ I^o &= (\dot{I}_1^o \quad \dot{I}_2^o \quad \dots \quad \dot{I}_k^o \quad \dots \quad \dot{I}_m^o)^T \end{aligned}$$

故新增独立回路的电流,亦即 $z_{ii}$ 中的电流为

$$i_L = \frac{-\dot{U}_p^o}{Z_p + z_{ii}} = -Z_{LL}^{-1} \mathbf{Z}_{Lm} I^o \quad (1-7)$$

上式两端同乘以 $Z_{LL}$ ,经整理后可得新增回路的电压方程为

$$\mathbf{Z}_{Lm} I^o + \mathbf{Z}_{LL} i_L = 0 \quad (1-8)$$

设原网络的节点电压方程为 $\mathbf{U} = \mathbf{ZI}$ 。当链支 $z_{ii}$ 接入原网络后,根据叠加原理和替代定理,其节点电压 $\mathbf{U}'$ 将等于 $\mathbf{U}$ 再加上原网络由*i*节点注入 $i_L$ ,*j*节点注入 $-i_L$ 所引起的附加电压 $\Delta\mathbf{U}$ 之和,其中

$$\Delta\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \Delta\dot{U}_1 \\ \Delta\dot{U}_2 \\ \vdots \\ \Delta\dot{U}_k \\ \vdots \\ \Delta\dot{U}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{1i} & Z_{1j} \\ Z_{2i} & Z_{2j} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{ki} & Z_{kj} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{mi} & Z_{mj} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_L \\ -i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{1i} - Z_{1i} \\ Z_{2i} - Z_{2i} \\ \vdots \\ Z_{ki} - Z_{ki} \\ \vdots \\ Z_{mi} - Z_{mi} \end{pmatrix} i_L = \mathbf{Z}_{nL} i_L$$

式中

$$\mathbf{Z}_{nL} = \begin{pmatrix} Z_{1i} - Z_{1i} \\ Z_{2i} - Z_{2i} \\ \vdots \\ Z_{ki} - Z_{ki} \\ \vdots \\ Z_{mi} - Z_{mi} \end{pmatrix}$$

显然, 当 $\mathbf{Z}$ 对称时,  $\mathbf{Z}_{nL}$ 与 $\mathbf{Z}_{Ln}$ 互为转置。故原网络接入链支 $z_{ii}$ 后的节点电压为

$$\mathbf{U}' = \mathbf{U} + \Delta \mathbf{U} = \mathbf{Z} \mathbf{I}^o + \mathbf{Z}_{nL} i_L \quad (1-9)$$

将式(1-7)代入式(1-9)可得

$$\mathbf{U}' = (\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_{nL} \mathbf{Z}_{LL}^{-1} \mathbf{Z}_{Ln}) \mathbf{I}^o = \mathbf{Z}' \mathbf{I}^o \quad (1-10A)$$

式中

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{Z} - \mathbf{Z}_{nL} \mathbf{Z}_{LL}^{-1} \mathbf{Z}_{Ln} \quad (1-10B)$$

$\mathbf{Z}'$ 就是原网络接入链支后的节点阻抗矩阵。式(1-10B)是接入一条或多条链支时,  $\mathbf{Z}$ 的修正计算公式的通用形式。

当向原网络节点 $i, j$ 间接入一条阻抗为 $z_{ij}$ 的链支时, 对称 $\mathbf{Z}'$ 中的任意上三角元素为

$$Z'_{hk} = Z_{hk} - \frac{(Z_{hi} - Z_{kj})(Z_{ki} - Z_{kj})}{Z_{ii} + Z_{jj} - 2Z_{ij} + z_{ij}} \quad h=1, 2, \dots, m \quad k=h, h+1, \dots, m \quad (1-10C)$$

如图1-2(b)所示追加接地链支 $z_{ei}$ 时, 根据节点阻抗矩阵元素的物理意义可知式(1-10C)中下标有 $i$ 的节点阻抗元素均为零, 故

$$Z'_{hk} = Z_{hk} - \frac{Z_{hi}Z_{ki}}{Z_{ii} + z_{ei}} \quad h=1, 2, \dots, m \quad k=h, h+1, \dots, m \quad (1-10D)$$

不难看出, 式(1-9)、(1-8)也可联合写成原网络的节点阻抗增广矩阵方程的形式, 即

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}' \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z} & \mathbf{Z}_{nL} \\ \mathbf{Z}_{Ln} & \mathbf{Z}_{LL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}^o \\ i_L \end{pmatrix} \quad (1-11A)$$

由上式可得 $\mathbf{U}'$ 的解如式(1-10A),  $\mathbf{Z}$ 的修正计算公式如式(1-10B)。

为了便于记忆和掌握式(1-10B)、(1-10C)的计算过程用以编写计算程序或利用计算器人工手算, 可将节点阻抗增广矩阵记为下列更为形象的表格形式, 并利用其对称性, 只需存储和修改 $\mathbf{Z}$ 的上三角矩阵元素。现以追加一条链支 $z_{ii}$ 为例:

$$\begin{array}{c|c} \mathbf{Z} & \mathbf{Z}_{nL} \\ \hline \text{对称} & \mathbf{Z}_{LL} \end{array} = \begin{array}{cc|c} i\text{列} & j\text{列} & i\text{列}-j\text{列} \\ \hline Z_{11} & Z_{12} \dots Z_{1i} & Z_{1i} - Z_{1j} \\ Z_{21} & \dots Z_{2i} & Z_{2i} - Z_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{ii} & Z_{ij} \dots Z_{im} & Z_{ii} - Z_{ij} \\ \text{对称} & Z_{ji} \dots Z_{jm} & Z_{ji} - Z_{jj} = Z_{ij} - Z_{jj} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{mm} & Z_{mi} - Z_{mj} = Z_{im} - Z_{mj} & \\ \hline \text{对称} & Z_{ii} + Z_{jj} - 2Z_{ij} + z_{ii} & i\text{行}-j\text{行} + z_{ii} \end{array} \quad (1-11B)$$

消去式(1-11B)中的增广列(即 $\mathbf{Z}_{nL}$ 列)元素, 便是式(1-10B)、(1-10C)的计算过程。这种消元运算是颇具规律性的, 极易编写计算程序, 即使应用计算器手算也是很方便的, 远远优越于传统的网络等值变换计算法。

由以上的分析计算可知: 追加树支极为直观、容易、运算量小; 追加链支要修改原矩阵

的所有元素，运算量大，但很有规律性。当逐条追加树支时，在满足第一条追加支路必须是接地树支、其后追加支路的连接节点中至少有一个是旧节点（包括参考节点）及新增节点是连续递增的条件下，支路追加顺序可以是任意的。为了提高计算速度，宜于在低阶时追加链支，即网络每增加一个新节点，应将与之有关的链支追加完毕后再追加下一条树支。

不难看出，当网络中某支路阻抗值由 $z_{ij}$ 变为 $z'_{ij}$ 时，等效于与该支路并联接入一条阻抗值为

$$z''_{ij} = z_{ij} z'_{ij} / (z_{ij} + z'_{ij}) \quad (1-12)$$

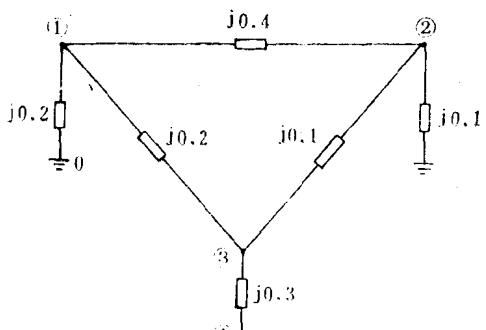


图1-3 例1-1的网络图

的链支。例如要从网络节点 $i$ 、 $j$ 间移去阻抗为 $z_{ij}$ 的支路时，等效于向网络节点 $i$ 、 $j$ 间接入一条阻抗为 $-z_{ij}$ 的链支。

**例1-1** 用支路追加法计算图1-3所示网络的节点阻抗矩阵。

**解** 利用节点阻抗矩阵的对称性，本例中只需计算其上三角矩阵元素。

1. 追加 $z_{01}$ ，为接地树支

$$j[0.2]$$

2. 追加 $z_{12}$ ，为不接地树支。由式(1-

$-3B$ )、(1-3C)得

$$\mathbf{Z}_A = j \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & \text{对称} 0.6 \end{bmatrix}$$

3. 追加 $z_{02}$ ，为接地链支。由式(1-11B)可得

$$j \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ \text{对称} & 0.6 & 0.6 \\ \text{对称} & 0.6+0.1 \end{bmatrix}$$

由式(1-10D)可得

$$Z_{11} = j (0.2 - \frac{0.2 \times 0.2}{0.7}) = j0.1429$$

$$Z_{12} = j (0.2 - \frac{0.2 \times 0.6}{0.7}) = j0.0286$$

$$Z_{22} = j (0.6 - \frac{0.6 \times 0.6}{0.7}) = j0.0857$$

4. 追加 $z_{13}$ ，为不接地树支。由式(1-3B)、(1-3C)可得

$$\mathbf{Z}_B = j \begin{bmatrix} 0.1429 & 0.0286 & 0.1429 \\ \text{对称} & 0.0857 & 0.0286 \\ \text{对称} & 0.0286 & 0.3429 \end{bmatrix}$$

5. 追加 $z_{23}$ ，为不接地链支。由式(1-11B)可得

$$\begin{array}{c|ccc|c}
 & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{2} \text{列} - \textcircled{3} \text{列} \\
 \hline
 j & 0.1429 & 0.0286 & 0.1429 & -0.1143 \\
 \text{对} & & 0.0857 & 0.0286 & 0.0571 \leftarrow \textcircled{2} \text{行} \\
 \text{称} & & & 0.3429 & -0.3143 \leftarrow \textcircled{3} \text{行} \\
 \hline
 & \text{对} & \text{称} & & 0.4714 \leftarrow \textcircled{2} \text{行} - \textcircled{3} \text{行} + z_{13}
 \end{array}$$

由式(1-10C)可得

$$Z_{11} = j \left[ 0.1429 - \frac{(-0.1143)^2}{0.4714} \right] = j0.1152$$

$$Z_{12} = j \left[ 0.0286 - \frac{(-0.1143)(0.0571)}{0.4714} \right] = j0.0424$$

$$Z_{13} = j \left[ 0.1429 - \frac{(-0.1143)(-0.3143)}{0.4714} \right] = j0.0667$$

$$Z_{22} = j \left[ 0.0857 - \frac{(0.0571)^2}{0.4714} \right] = j0.0788$$

$$Z_{23} = j \left[ 0.0286 - \frac{(0.0571)(-0.3143)}{0.4714} \right] = j0.0667$$

$$Z_{33} = j \left[ 0.3429 - \frac{(-0.3143)^2}{0.4714} \right] = j0.1333$$

6. 追加 $z_{34}$ , 为不接地树支。按式(1-3B)、(1-3C)计算, 最终得图1-3所示网络的节点阻抗矩阵为

$$j \begin{pmatrix} 0.1152 & 0.0424 & 0.0667 & 0.0667 \\ 0.0424 & 0.0788 & 0.0667 & 0.0667 \\ 0.0667 & 0.0667 & 0.1333 & 0.1333 \\ 0.0667 & 0.0667 & 0.1333 & 0.4333 \end{pmatrix}$$

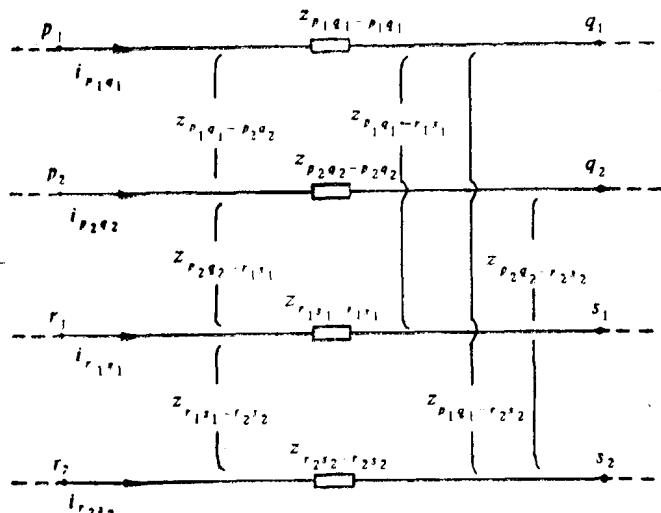


图1-4 互感支路组

### 1-3 含互感支路的网络节点阻抗矩阵的形成算法

#### 1-3-1 互感支路电流及端点电压方程

设系统内包含的一个互感支路组如图1-4所示。各支路间直接或间接地存在互感耦合关系, 其支路阻抗矩阵为 $\mathbf{z}_M$ , 支路电流及支路电压分别为 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{u}$ 。根据欧姆定律可得

$$\mathbf{u} = \mathbf{z}_M \mathbf{i} \quad (1-13A)$$

上式的展开式为

$$\begin{pmatrix} u_{p_1 q_1} \\ u_{p_2 q_2} \\ u_{r_1 s_1} \\ u_{r_2 s_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{p_1 q_1 - p_1 q_1} & Z_{p_1 q_1 - p_2 q_2} & Z_{p_1 q_1 - r_1 s_1} & Z_{p_1 q_1 - r_2 s_2} \\ Z_{p_2 q_2 - p_1 q_1} & Z_{p_2 q_2 - p_2 q_2} & Z_{p_2 q_2 - r_1 s_1} & Z_{p_2 q_2 - r_2 s_2} \\ Z_{r_1 s_1 - p_1 q_1} & Z_{r_1 s_1 - p_2 q_2} & Z_{r_1 s_1 - r_1 s_1} & Z_{r_1 s_1 - r_2 s_2} \\ Z_{r_2 s_2 - p_1 q_1} & Z_{r_2 s_2 - p_2 q_2} & Z_{r_2 s_2 - r_1 s_1} & Z_{r_2 s_2 - r_2 s_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{p_1 q_1} \\ i_{p_2 q_2} \\ i_{r_1 s_1} \\ i_{r_2 s_2} \end{pmatrix} \quad (1-13B)$$

为了便于研究互感耦合支路组中某一部份支路 $p-q$ 中的电流、电压，可将式(1-13B)按 $p-q$ 支路与其余支路 $r-s$ 进行分块，则式(1-13B)可简记为

$$\begin{pmatrix} u_{pq} \\ u_{rs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{pq-pq} & Z_{pq-rs} \\ Z_{rs-pq} & Z_{rs-rs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{pq} \\ i_{rs} \end{pmatrix} \quad (1-13C)$$

式中下标符号 $pq$ 、 $rs$ 分别代表支路集合 $pq = \{p_1-q_1, p_2-q_2, \dots\}$ ， $rs = \{r_1-s_1, r_2-s_2, \dots\}$ ； $p$ 与 $r$ 、 $q$ 与 $s$ 分别代表互感支路中的同极性端点的集合，以图1-4为例， $p = \{p_1, p_2\}$ ， $r = \{r_1, r_2\}$ 为同名端； $q = \{q_1, q_2\}$ ， $s = \{s_1, s_2\}$ 为同名端。

由矩阵相等的性质，将式(1-13C)与式(1-13B)对比，便不难知道式(1-13C)中各项的意义与表达内容。

将式(1-13C)两端前乘互感耦合支路组的支路阻抗矩阵的逆矩阵，可得互感支路组的支路电流为

$$\begin{pmatrix} i_{pq} \\ i_{rs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{pq-pq} & Y_{pq-rs} \\ Y_{rs-pq} & Y_{rs-rs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{pq} \\ u_{rs} \end{pmatrix} \quad (1-14A)$$

式中

$$\begin{pmatrix} Y_{pq-pq} & Y_{pq-rs} \\ Y_{rs-pq} & Y_{rs-rs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{pq-pq} & Z_{pq-rs} \\ Z_{rs-pq} & Z_{rs-rs} \end{pmatrix}^{-1} \quad (1-14B)$$

为支路导纳矩阵。

由式(1-14A)可得

$$i_{pq} = y_{pq-pq} u_{pq} + y_{pq-rs} u_{rs} \quad (1-15A)$$

上式就是计算互感支路电流的公式。其中右端第一项是由 $p-q$ 支路自身的电压差所引起；第二项是与 $p-q$ 支路有互感耦合的各支路 $r-s$ 所引起。

将式(1-15A)中的支路电压用其所关联的网络节点电压差来表示，即以

$$u_{pq} = U_p - U_q$$

$$u_{rs} = U_r - U_s$$

代入式(1-15A)，可得

$$i_{pq} = y_{pq-pq}(U_p - U_q) + y_{pq-rs}(U_r - U_s) \quad (1-15B)$$

由上式可得

$$U_q = U_p - y_{pq-pq}^{-1} i_{pq} + y_{pq-pq}^{-1} y_{pq-rs} (U_r - U_s) \quad (1-16)$$

### 1-3-2 追加互感树支

在图1-5(a)框内所示独立节点数为 $m$ 的网络中，接入支路阻抗为 $Z_{pq-pq}$ 的互感树支，将新