

韩启纲 吴锡祺 主编

计算机

模糊控制技术

与

仪表装置

中国计量出版社

计算机
模糊控制技术
与仪表装置

中

TP272-4
115-116

社

TP273.4

H13

计算机模糊控制技术与仪表装置

韩启纲 吴锡祺 主编

/

中国计量出版社

图书在版编目(CIP)数据

计算机模糊控制技术与仪表装置/韩启纲,吴锡祺主编。北京:中国计量出版社,1999.7
ISBN 7-5026-1204-1

I . 计… II . ①韩… ②吴… III . ①计算机控制:模糊控制 – 技术 ②计算机控制:模糊控制 – 控制设备 IV . TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 45558 号

内 容 简 介

模糊控制技术作为现代工业与新产品开发的新技术,已受到国内外工程技术人员的普遍重视。本书集作者近年来教学研究及实践经验,在参考了大量应用成果的基础上,用通俗易懂的语言全面介绍了计算机模糊控制技术及其在仪表装置中的应用。其内容主要包括:模糊数学与控制原理;模糊控制技术的一般原理、方法和设计技巧;单片机模糊控制回路的原理及设计;模糊控制技术在生产过程控制及家用电器中的应用,例举了电饭锅、洗衣机、电冰箱等的智能化设计及性能分析;计算机模糊控制通用芯片与开发软件以及模糊控制技术的新进展。

本书可作为高等院校自动化专业教学用书,也可供从事新产品开发和设计人员、仪表及自动化控制工程技术人员阅读参考。

D6150 / 16

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

北京市迪鑫印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

*

787mm×1092mm 16 开本 印张 17 字数 409 千字

1999 年 8 月第 1 版 1999 年 8 月第 1 次印刷

*

印数 1-3000 定价:25.90 元

本书编委会

主编 韩启纲 吴锡祺

编委 (按姓氏笔画排序)

王妍平 何镇湖

徐伟 黄明

前　　言

模糊控制是一种基于语言规则与模糊推理的高级控制，是现代智能控制的重要分支，其应用涉及到非常宽广的领域，如过程控制、运动控制、汽车驾驶控制、智能机器人、自动化仪器仪表、医疗设备、天气预报、语音及图像识别、家用电器智能化等等。大量应用实例证明，基于模糊逻辑控制器(FLC)的系统，具有比一般的传统控制系统更优良的性能。因此，模糊控制技术被公认为现代工业与新产品开发的高新技术之一，受到国内外普遍重视。1965年，美国加州大学自动控制专家 Zadeh 引入模糊集合；1974年，英国伦敦大学教授 Mamdani 将模糊控制语句组的模糊控制器应用于锅炉和汽轮机的运行控制获得成功；80年代，模糊控制技术得到了普遍的应用，取得很大效益。于是，模糊理论与应用研究及模糊产品的开发愈加蓬勃发展。在我国，随着模糊控制技术的迅速发展和广泛的应用，越来越多的人对模糊技术产生浓厚的兴趣，他们希望能读到通俗易懂的既全面介绍模糊控制原理，又有应用实例可作参考的书籍。本书就是在模糊技术强劲发展的背景和读者的期盼中促成的。

本书集作者多年来从事教学和开展模糊技术的实际应用的体会与经验，在参考了大量应用成果的基础上，综述了计算机模糊控制技术的一般原理、方法及设计技巧。为有利于读者阅读及自学，本书叙述力求简明扼要，内容涉及应用实例面广、说明翔实，以帮助从事自动化工作的工程技术人员和产品开发工作者能够较快地了解和熟悉模糊控制这门新技术。

什么是模糊控制？它的神奇功效是怎样产生的？一个模糊控制器或模糊仪表装置应该如何设计？模糊控制技术的发展动向？等等是诸多读者感兴趣的问题，相信本书会对您解答这些问题有所启迪。

全书共十章。第一章概述；第二、三、四章阐述模糊数学与控制原理，包括集合论与模糊推理的概念和方法等；第五、六章主要论述模糊控制系统及模糊控制器的原理、组成、设计方法实施及特性分析；第七、八章以较大篇幅引述和介绍模糊控制的应用实例与成果，特别是对模糊电饭锅、自动洗衣机、电冰箱等家用电器的智能化设计及性能分析作了翔实举例；第九章着重综述模糊逻辑集成电路（模糊单片机）和通用软件开发工具；第十章介绍当前模糊控制发展动向，即模糊神经网络；模糊系统和专家系统的融合，揭示多种控制策略的相互渗透和组合所引起信息与自动化学科的巨大变革。

本书由几位作者合力完成，其中第一章，第四章第三、四节，第四、六章及第十章第一、二节的一部分由韩启纲编写；第二章、第三章及第四章第一、二节由黄明编写；第五章由徐伟编写；第七章、第十章的第一、二、四节由吴锡祺编写；第八章由何镇湖编写；第九章、第十章第三、四节及第七章的第二节由王妍平编写。全书由韩启纲、吴锡祺统稿。

本书既适于自动化领域的工程技术人员、大专院校的学生自学入门，也可供从事模糊控制应用研究和开发的科技工作者、研究生等参考。

本书得惠于中国计量出版社何伟仁副总编及有关同志的指导、帮助。在此，作者一并表示衷心的感谢。

由于编著者学识水平所限，书中不当之处敬请读者们批评斧正。

主编

1999年6月

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 精确数学的局限性及模糊数学的诞生.....	(1)
第二节 传统控制理论的局限性及模糊控制理论的产生.....	(3)
第三节 模糊控制理论的发展.....	(4)
第二章 普通集合论基础	(7)
第一节 集合及其表示方法.....	(7)
第二节 集合的运算.....	(9)
第三节 特征函数	(11)
第四节 集合的直积	(12)
第五节 关系及其运算	(13)
第三章 模糊集合论	(16)
第一节 模糊集合及其表示方法	(16)
第二节 模糊集合的运算	(19)
第三节 隶属函数的确定	(20)
第四节 λ 水平截集	(25)
第五节 分解定理与扩张定理	(26)
第六节 模糊数及其应用	(29)
第七节 模糊关系	(33)
第四章 模糊逻辑与模糊推理	(41)
第一节 模糊逻辑和模糊逻辑函数	(41)
第二节 模糊语言	(50)
第三节 模糊语句与假言推理	(55)
第四节 模糊推理	(62)
第五章 模糊控制原理与模糊控制器设计基本方法	(75)
第一节 模糊控制系统与模糊控制器的组成及工作原理	(75)
第二节 模糊控制器的结构	(82)
第三节 模糊控制器设计的基本方法	(90)
第四节 模糊控制规则的产生方法.....	(109)

第六章 模糊控制系统设计和分析	(120)
第一节 自调整控制规则的自组织模糊控制器设计	(120)
第二节 带修正因子的自组织模糊控制器设计	(125)
第三节 自调整量化因子、比例因子的自组织模糊控制器设计	(131)
第四节 PID参数自组织模糊控制器的设计	(134)
第五节 积分型模糊控制器的设计	(141)
第六节 自适应模糊控制器的设计	(144)
第七节 高精度模糊控制器的设计	(149)
第八节 模糊控制器模型结构及系统稳定性分析	(152)
第七章 单片机模糊控制回路的原理及设计	(159)
第一节 单片机单回路数字调节器	(159)
第二节 单变量模糊控制回路设计实例(一): 细纱恒张力模糊控制器的设计	(162)
第三节 单变量模糊控制回路设计实例(二): 聚合反应温度模糊控制器的设计	(167)
第四节 双变量模糊控制回路设计实例: 过热蒸汽压力与温度模糊控制器的设计	(173)
第八章 模糊控制的应用	(179)
第一节 模糊控制在家用电器中的应用	(179)
第二节 模糊控制在过程控制中的应用	(208)
第九章 模糊控制通用芯片与开发软件	(219)
第一节 模糊控制通用芯片	(219)
第二节 NLX230 模糊单片机	(222)
第三节 ADS230 开发系统	(229)
第四节 模糊逻辑开发软件	(231)
第十章 模糊控制技术的新进展	(236)
第一节 变结构模糊控制系统	(236)
第二节 复合型模糊控制系统	(239)
第三节 模糊-神经网络控制系统	(243)
第四节 模糊专家系统	(252)
参考文献	(262)

第一章 絮 论

第一节 精确数学的局限性 及模糊数学的诞生

一、精确数学的局限性

人们现在所熟习的数学是用精确方法描述和处理问题的,这种数学也叫做精确数学。例如:我们要解一个 1000 阶线性方程组,虽然这需要繁琐的计算步骤,相当大的工作量,但它的数学模型是精确的,每计算一步其数学含义也是十分明确的。

精确数学是建立在经典集合论的基础之上的。这种集合论要求一个事件对于一个集合要么属于、要么不属于,二者必居其一,且仅居其一,绝不允许模棱两可。若用等值逻辑来表示的话,“属于”为“真”,并记作“1”;“不属于”为“假”,记作“0”。取 x 为事件, A 为集合, μ 为特征函数,则上述事件与集合的关系可以表示为

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \quad (\text{读作 } x \text{ 属于 } A) \\ 0 & \notin \quad (\text{读作 } x \text{ 不属于 } A) \end{cases}$$

可见,经典集合的外延必须明确,这是最起码的要求。集合论的这个要求,限制它只能表现“非此即彼”有限的概念。但是,现实生活中并非一切事物都只能用两种截然不同的状态来描述的,绝对的突变是不存在的,差异往往要通过一个中介过渡的形式,具有“亦此亦彼”的性质。例如:“大”与“小”、“高”与“低”、“负偏差极大”、“很大”、“中等”、“较小”等等,都没有绝对分明的界限。这种没有明确外延的概念称为模糊概念,即事件与概念之间的关系不是简单的“属于”和“不属于”的关系,而是从属到什么程度的问题。可见,模糊概念是不能用经典集合论来描述的,这表明精确数学本身存在着局限性。

二、模糊数学

由于模糊概念不能用精确数学进行处理,这就有必要发展新的数学手段来描述这类模糊概念。

随着科学的深化,意味着研究对象的复杂化,这就是“大系统”的出现。复杂的事物是难以精确化的,电子计算机的出现,在一定程度上解决了这个矛盾,然而也恰恰由于电子计算机的出现使得这种矛盾更为激化。这是因为:一方面严密的程序要求高度的精确;另一方面计算机

所执行的日益繁难的任务使它所面临的系统更加复杂,从而出现了一系列不能用精确数学来确切建立数学模型的模糊概念。在这些大系统中,精确性和复杂性是互相矛盾的,即有不相容原理:“当系统的复杂性增大时,我们使它精确化的能力将降低,在达到一定阈值时,复杂性和精确性将互相排斥。”这就是说,复杂程度越高,有意义的精确化能力便越低。复杂性意味着因素众多,以致人们不可能对全部因素都进行考察,而只能抓住其中主要的部分,忽略次要部分,这有时会使本来是明确的概念也变得模糊起来,这是模糊性出现的又一原因。复杂性还意味着深度延长。一个大系统如果用传统数学方法,可能需要用几千个微分方程来描述,如果我们能够正视模糊性,寻找出一种能够处理模糊性的数学方法,那么这种复杂的大系统问题就会变得简单起来,只需要少量信息而获得高度精确的结果。

随着科学的发展,过去那些与数学毫无关系或关系不大的学科,如生物学、心理学、语言学以及社会科学等,都迫切要求定量化、数学化,而这些学科中存在着的大量模糊概念,是现有的精确数学所无法解决的。但是,我们又决不能迁就现有的数学方法而改变由这些学科的特点所决定的客观规律,只能改造现有数学本身,使它的应用面更为广泛。

当代社会新兴学科不断诞生与发展,自然科学之间的矛盾运动和互相渗透,使自然科学不断分化又不断综合,产生了无数分支学科,从而把自然科学推向前进。例如:生物学与电子学互相渗透形成生物电子学;生物学与物理学互相渗透形成生物物理学;生物学与化学互相渗透形成生物化学;计算机与机械学互相渗透形成机器人及各种现代机器;计算机与制造学互相渗透形成柔性系统、辅助制造;计算机与控制论互相渗透形成计算机控制系统等等。另外,自然科学与社会科学的发展和互相渗透,使边缘科学越来越多,作用也越来越大。例如:计算机与语言学互相渗透形成计算机语言学;计算机与经济学互相渗透形成现代管理科学等等。它们的数学基础是智能数学,其中很大一部分是无法用精确数学描述的。

随着社会的发展进步,赋予科学技术一个重要的使命就是把人类从艰巨复杂的脑力劳动中解放出来,这就需要更广泛地借助于电子计算机这个有力工具,不断地提高电子计算机的智力,使它能够模拟人脑的思维活动,去应付复杂多变的环境。人类的思维活动具有逻辑和顺序推理的形式化特征和整体性、平行性思考的模糊性特征。形式化思维可以用数理逻辑的方法将其数学化,用形式语言编成程序让计算机去执行。但是,大量的人脑思维具有模糊性,而传统的数学对此无能为力,这是电子计算机模拟人类思维活动的主要障碍。科学要发展,电子计算机也要发展,人类决不能为了迁就现有的电子计算机而使自己的思维迂腐起来,这就需要对现有的数学进行本质上的改造以适应电子计算机发展的需要。

综上所述,大量的模糊现象是传统的精确数学不能解决的,因此必须寻找新的途径来解决模糊性问题。模糊数学就是在这种背景下产生的。

模糊数学诞生于 1965 年,其创始人是美国加利福尼亚大学计算机系自动控制专家查德(L.A.Zadeh)教授。他在第一篇论文《模糊集合》中引入隶属函数(也叫从属函数) $\mu_A(x)$ 这一能够表示事物模糊性的重要概念,用它描述差异的中间过渡,也就是模糊性对精确性的一种逼近程度,隶属函数用 $[0, 1]$ 闭区间的一个实数来取值。很显然,这就是经典集合论中特征函数 $\mu_A(x)$ 的扩展。因而,他第一个成功地运用数学方法描述了模糊概念,具有划时代开创性意义。

需要指出的是,模糊数学并不是让数学变成模模糊糊的东西,而是将数学打入具有模糊现象的禁区。

第二节 传统控制理论的局限性 及模糊控制理论的产生

一、经典控制理论和现代控制理论的局限性

一般把 20 世纪 40 年代建立起来的主要处理单输入单输出线性定常反馈控制系统的理论称为经典控制理论。应用经典控制理论分析和综合系统的一个重要前提是：必须有一个用高阶微分方程式来描述系统运动状态的数学模型，它是建立在频率法的基础上的。由于经典控制理论应用方面的局限性和近代工业、现代科学技术的迅速发展，为了解决复杂系统的自动控制问题，满足越来越严格的要求，到 50 年代末 60 年代初，在实践的基础上，尤其是空间技术实践的基础上，形成了现代控制理论。现代控制理论主要用来解决多输入多输出和时变系统的问题，在现代控制理论中，系统的数学模型主要是用一个一阶微分方程组（即状态方程）或者差分方程组来描述，这是一种时域表示方法。这种描述法的优点是便于计算机运算，同时给人以时间上直观清晰的概念。

可见，无论是经典控制理论还是现代控制理论，都是建立在系统的精确数学模型基础之上的。实践证明，对于存在精确数学模型的自动控制系统，经典控制理论或现代控制理论发挥了巨大的作用，并取得了令人满意的控制效果。但在实际系统中往往存在着这样的情况：

(1)有许多系统，特别是工业生产过程是极其复杂的，尽管有所谓“系统辨识”理论可以通过各种测试手段及数据处理方法获得数学模型，但也很难得到确切描述这些过程的传递函数或状态方程，除了用统计相关法等，用其他方法得到的数学模型是比较复杂的，甚至用电子计算机也难于实现。

(2)由于对系统的了解不可能完全清楚和完全正确，所以建立的数学模型不可能与实际系统完全吻合，也就得不到精确的数学模型，而只能是一种近似。

(3)往往为了数学上处理方便起见而简化数学模型、降低其阶次，以牺牲准确性来换取处理上的方便。然而，一个过于简单的模型虽然处理起来是方便的，但是利用这样的数学模型设计、综合系统，其结果有时是不能令人满意的，甚至还会产生错误的结论。一个典型的例子是，为了简化工业过程控制系统的分析和设计，常常把系统的数学模型简化为二阶系统。显然，当用二阶系统数学模型来描述系统时，得出的分析结论是超调量 M_p 和调整时间 t_s 互为矛盾，即系统的小超调和响应的快速性不能兼而得之。

这说明，经典控制理论和现代控制理论，由于需要精确数学模型而存在着局限性。再就是，诸如在系统工程、经济学、心理学、医学、生物学等领域中，经常会遇到无法建立精确数学模型的问题，要对这些不具有数学模型的被控对象进行控制，经典控制理论或现代控制理论往往显得无能为力。另外，由于计算机技术的飞速发展，包含将人类思维这样复杂操作由计算机代替的领域日益增加，这是经典控制理论、现代控制理论无法胜任的，必须寻求新的控制理论。

二、人工控制的启示

由于传统控制理论面临着新的控制要求的挑战，促使人们考虑在处理不确定对象时，建立一个模拟不确定对象的模糊模型来解决实际控制问题。例如：我们往往需要使系统响应快速

而超调量又小，显然，传统的设计方法是无法满足的，然而一个有经验的操作人员有时却能很方便地实现这一要求。要控制一个加热炉的温度，操作人员可以直接通过执行器的手动操作对对象进行控制，使其快速达到设定值、超调量小并稳定在设定值上。操作人员在操作时并不需知道系统的数学模型是什么，甚至对被控对象的特性也不甚了解，而是用下面一组控制策略进行控制的。

- (1)当实际控制量与设定值的偏差为负且负偏差极大时，全功率加热使输出控制很大；
- (2)当负偏差很大或中等，且偏差变化很大时，控制量保持不变；
- (3)当负偏差较小，但偏差的变化很大时，控制量多减一些；
- (4)当负偏差较小，偏差变化中等时，控制量适当减些；
- (5)当负偏差较小，偏差变化很小时，控制量减一点儿；
- (6)当负偏差几乎为零，偏差变化也几乎为零时，控制量保持不变；
-

当然，由于对系统缺乏了解，一开始控制效果并不好，但经过若干次探索后终归能实现预期的理想控制。上述实现表明，尽管操作人员事先并未去推导建立系统的数学模型，更没有去关心系统究竟是一阶的、二阶的或是高阶的，甚至未进行任何数学处理，仅凭自己几次探索所积累的经验，就实现了比一台常规仪表，甚至比一台采用 PID 算法的微机化仪表更为理想的调节效果。这说明，传统控制理论必须向前发展，而人工智能、模糊控制就是在这种背景下产生和发展起来的。也就是说，控制问题在经历了人工控制、经典控制理论和现代控制理论阶段之后，由于它们面临着一系列无法解决的问题，又要重新研究人工控制行为的特点，从人工控制中得到新的启发。

上面所提到的控制策略是一组用自然语言表达的、定性的、不精确的判断规则，这一组规则就称为模糊算法或模糊模型。它是由一系列模糊语句组成的。这样一套控制策略是行之有效的，却是无法用精确数学语言来描述的，更无法直接用计算机来实现自动控制。如果换一个操作人员，控制效果有可能很差，这就要求提供能够处理人类自然语言将其转化为计算机所能接受的算法语言的数学工具，幸好模糊数学能够做到这一点。所以，模糊数学的产生具有划时代的意义，模糊控制也正是得益于它。

三、模糊控制理论的产生

1965 年查德发表《模糊集合论》之后，1966 年马尼诺斯 (P. N. Marinos) 发表了模糊逻辑的内部研究报告。接着，查德又提出模糊语言变量这一重要概念。1974 年，查德又进行了模糊逻辑推理的研究，同时，英国 Queen Mary 大学的马丹尼 (E. H. Mamdani) 第一次将模糊逻辑和模糊推理用于锅炉和蒸汽机的控制，实用效果良好。它的成功宣告模糊控制的诞生。

第三节 模糊控制理论的发展

自从 1965 年查德提出模糊集合理论以来，模糊控制无论在理论上还是应用上都有了很大的发展。其发展大致经历了三个阶段。

一、基本模糊控制

由于许多生产过程的精确数学模型难以获得,因而无法采用经典控制理论和现代控制理论的方法进行生产过程控制。另外,在心理学、生物学、医学、管理科学等领域,传统的定量分析方法有时会遇到很大困难;再有,通常使用的调节器、控制器效果不理想,而有经验的操作人员可以不从精确数学表达式去了解受控对象,却凭借积累起来的实践经验,实现了有效控制。第一阶段的模糊控制器正是基于这一事实,致力于这类过程的研究,从而给出控制的定量描述,设计出模糊控制器,模拟操作人员的操作经验。

这类模糊控制器的特点是:

- (1)控制器的核心是根据某一特定过程制定的模糊控制表;
- (2)一个模糊控制器一般只适用于某一类特定过程,而不是像常规仪表那样具有可调参数可以通用。

二、自组织模糊控制

基本模糊控制的关键是要确定一套行之有效的控制策略,但是在一些复杂的过程中,有时很难精确完整地总结出控制策略。原始的控制策略是粗糙的、不完善的,这势必影响控制效果;另一方面,即使控制策略是完善的,但有些过程是时变的,负载也可能发生变化,总是按一套固定不变的策略进行控制,其效果可能不甚理想。因此,人们在基本模糊控制器的基础上,发展出具有自调整、自适应能力的控制器,这就是自组织模糊控制器。这是进入80年代后模糊控制的主攻方向。自组织模糊控制的方法很多,但目标只有一个,就是提高控制器的适应性,改善控制效果。

自组织模糊控制的基本特征是:

- (1)控制算法不是固定不变的,它可以通过在线修改控制规则或改变某几个参数而产生变化;
- (2)控制器的适应性往往不局限于某一对象,而是通过自组织可以适应几类对象;
- (3)可以生产具有通用性、仪表化的模糊控制器。

三、模糊控制工程

工业自动化领域中,过程自动化进展较缓慢,其原因在于连续生产过程中,运动形式取较高级的形态,由于内部作用的非均匀、迭加、交互和耦合作用较强烈,同时由于大生产随机干扰大,过程机理错综复杂等原因,致使过程控制在线应用的数学模型难以准确完整地获得,因而难以实现自动控制。基本模糊控制器无法适应时变的大过程,自组织模糊控制器虽能部分地解决时变问题,但其适应性往往是有限的,允许调整的范围往往不是很大。因此,为了使复杂生产过程能进行控制,就必须不断发展模糊控制理论,寻求新的控制方法,真正实现智能控制,使系统具有非常高度的智能,不仅能自动进行控制,还具有直感、联想、想象、意识等各种功能,能够很方便地实现人机友好对话,按照人们的意志去进行操作。

60年代查德提出的模糊集合论实际是一项“工程”。但是，真正致力于利用模糊逻辑的人机友好系统的研究，是90年代日本成立了一个名叫“国际模糊工程研究所”，进行了一系列长期研究项目之后，他们称之为“模糊控制工程”。随着新技术发展日新月异，机电设备性能更加完善与提高，但往往不能很好地发挥。这是因为用户知识水平和技术熟练程度的限制，要百分之百地发挥机器性能非常困难，特别在与计算机相关联的技术中，这种倾向性的程度更激烈。因此，从机器系统方面来说，应该具有迎合使用者的能力，这就要求构成一种“人机友好系统”。这种系统一方面对于人具有高度的“友好性”，另一方面要求对任何人都易于使用的，更进一步要求这种系统具有启发使用者的能力，给人一种满足感。

当今世界，除具有类似模糊逻辑那样可以处理人的思维的技术，还有人工智能和新人工智能，后者包括神经网络、混沌理论等。人工智能中的专家系统是一个能在特定领域内，以人类专家水平去解决该领域中困难问题的计算机程序，具有启发性、透明性、灵活性等特点，引起了人们的重视，但它却不能作为模拟控制，且知识库庞大，设计也十分困难。模糊控制不仅适用于小规模线性单变量系统，而且向大规模、非线性复杂系统扩展。它具有易于熟悉、输出量连续、可靠性高、超调量小、鲁棒性强、能够克服非线性因素的影响等特点，但也有不足之处。例如：它对信息的简单模糊化处理，造成系统控制精度不能很高，要提高控制精度必须增加量化等级，从而导致系统搜索范围增大，降低模糊决策速度；另一方面常规模糊控制器结构和知识表达形式单一，难以处理复杂系统控制所需要的启发性知识。将模糊控制与专家系统技术相结合组成模糊专家系统，这是一种智能控制的新颖策略。神经网络擅长于人脑的微观结构，并通过自学习、自组织、自适应功能的神经网络的非线性并行处理，因此用于控制是“思维型”的，它的模糊推理能力差，只适合于直觉式推理。模糊逻辑则着眼于用语言和概念表述人的宏观功能，根据隶属函数进行串行处理，用于控制是“语言型”的，它在知识获取方面显得十分软弱。把神经网络和模糊逻辑技术结合起来组成模糊神经网络，就能互相弥补它们的不足，使得知识的获取和加工成为较容易实现的事情。混沌理论是70年代科学上的重大发现。所谓“混沌”是确定性的力学系统中呈现的有界的、非周期性运动的总称。模糊逻辑、专家系统、神经网络、混沌这当代智能技术的新四步曲正在互相渗透、紧密结合，这就是模糊控制工程，是构成“人机友好系统”成功的关键。

第二章 普通集合论基础

集合论是现代数学的基础,模糊集合理论是模糊控制的数学基础,而模糊集合理论是在普通集合理论的基础上发展起来的。因此,在学习模糊集合理论之前有必要对普通集合有所了解。

第一节 集合及其表示方法

一、集合的概念

我们在考虑一个具体问题时,总是把议题局限在某一个范围之内,这就是所谓的“论域”,常用大写字母 E, U, V 等表示。论域中每一个对象叫做元素,简称“元”,常用小写字母 a, b, x, y 等表示。

给定一个论域 U , U 中具有某种属性的元素组成的全体叫做集合,简称“集”,常用大写字母 A, B, C, X, Y, Z 等表示。例如:

(1) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(2) {和一个角的两边距离相等的所有点}

等等,都是集合的例子。其中:(1)是由 $1, 2, 3, 4, 5$ 组成的集合,则 $1, 2, 3, 4, 5$ 都是这个集合的元素。

如果 x 是集合 A 的元素,就说 x 属于 A ,写成 $x \in A$;反之,如果 x 不是集合 A 的元素,就说 x 不属于 A ,表示成 $x \notin A$ 或 $x \bar{\in} A$ 。

x 要么属于 A 要么不属于 A ,二者必居其一,这是普通集合论起码的要求。因此,要想确定论域 U 中一个集合 A ,只要对 U 中任一元素 x 在 $x \in A$ 或 $x \notin A$ 之间作一选择即可。

二、集合的表示法

1. 列举法(枚举法)

把集合中的元素一一列举出来写在一个大括号内用来表示集合,叫做列举法或枚举法。例如由 $1, 2, 3, 4, 5$ 组成的集合可以表示为 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。

在集合里,不考虑元素之间的顺序,只要元素完全相同,就被认为是同一个集合。例如:
 $A = \{-3, 0, 2, 5\}$ 和 $B = \{0, 2, -3, 5\}$ 是同一个集合。

一个元素在同一集合里不能重复出现。

a 和 $\{a\}$ 的意义是不同的。 a 表示一个元素,而 $\{a\}$ 是表示只有一个元素的集合。

列举法适用于集合元素有限的情况。

2. 描述法(定义法)

把满足集合要求元素的条件列出来写在大括号里用来表示集合, 叫做描述法或定义法。其表达式为 $A = \{x \mid p(x)\}$ 或 $A = \{x : p(x)\}$, 其中 $p(x)$ 是元素 x 所满足的条件。如

$$\begin{aligned} N &= \{x \mid x \text{ 是自然数}\} & R &= \{x \mid x \text{ 是实数}\} \\ A &= \{x \mid 1 < x < 10\} & A &= \{x \mid ax^2 + bx + c = 0\} \end{aligned}$$

等等。描述法适用于元素个数为无限的情况。

3. 特征函数表示法 详见本章第三节。

三、子集、真子集、空集、全集、幂集

1. 子集

设 A, B 是论域 U 中的两个集合, 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 则集合 A 就叫做集合 B 的子集, 表示为 $A \subseteq B$, 读作“ A 包含于 B ”或“ A 被 B 包含”, 也可以表示为 $B \supseteq A$, 读作“ B 包含 A ”。

对于任一个集合 A , 因为它的任何一个元素都属于集合 A , 所以有 $A \subseteq A$, 即任何一个集合是它本身的子集, 这也叫做自反性。

对于两个集合 A 和 B , 如果凡属于 A 的元素, 也一定属于 B , 并且凡属于 B 的元素也一定属于 A , 即 $A \subseteq B$ 和 $B \subseteq A$ 同时成立, 就说集合 A 等于集合 B , 记作 $A = B$, 这也叫做对称性。如果不符合上述条件, 就说集合 A 不等于集合 B , 记作 $A \neq B$ 。

2. 真子集

如果 A 是 B 的子集, 但是 B 中至少有一个元素不属于 A , 也即 $A \subseteq B$ 但 $A \neq B$, 那么就说 A 是 B 的一个真子集, 表示为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$ 。例如: 自然数是集合 N 的子集但不是 N 的真子集; N 是实数集 R 的子集, 同时也是 R 的真子集, 即 $N \subseteq R$ 且 $N \subset R$ 。

集合 B 与它的真子集 A 之间的关系可用图 2.1(a) 中 A, B 圆的关系来说明, A, B 两圆分别表示集合 A 和 B , 这种图称为文恩图。

对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则有 $A \subseteq C$ 。这是因为, 设 x 是 A 的任意元素, 因为 $A \subseteq B$, 所以 $x \in B$; 又因为 $B \subseteq C$, 所以 $x \in C$, 故 $A \subseteq C$ 。同理可知, 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subset B, B \subset C$, 则 $A \subset C$, 这种性质称为传递性。

3. 空集

不包含任何元素的集合叫做空集, 用 \emptyset 表示。例如:

$$\begin{aligned} C &= \{x \mid x + 1 = x + 3\} = \emptyset \\ C &= \{x \mid x \text{ 是小于零的正整数}\} = \emptyset \end{aligned}$$

空集是任一集合的子集, 例如: A 为任一集合, 则有 $\emptyset \subseteq A$ 。

4. 全集

包含论域 U 里所有元素的集合, 叫做全集, 用 E 表示。例如, 以正整数为论域 U , 则

$$E = \{x \mid x \in U, \quad x \text{ 是大于零的整数}\}$$

可见, 全集 E 就是整个给定的论域 U 。

5. 幂集

若给定集合 A , 以 A 的全体子集为元素构成的集合称为 A 的幂集, 记作 $P(A)$ 。

例如：由 a, b 两人组成的集合 $A = \{a, b\}$ 参加升学考试，则考取的可能情况即为 A 的幂集 $P(A)$ ，有

$$P(A) = \{\{a, b\}, \{a\}, \{b\}, \emptyset\}$$

可见，有限集 A 的元素为 n ，则其幂集有 2^n 个元素。

第二节 集合的运算

一、集合的基本运算及运算性质

(一) 集合的基本运算

1. 并集

设论域 U 中两个集合 A 和 B ，所谓 A 和 B 的并集是由属于 A 或者属于 B 的元素所组成的集合，用 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 表示。

注意：两个集合里重复的元素只能出现一次，例如： $A = \{3, 5, 6, 8\}$, $B = \{4, 5, 7, 8\}$ 则

$$A \cup B = \{3, 5, 6, 8\} \cup \{4, 5, 7, 8\} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

并集的文氏图如图 2.1(b) 中阴影部分所示。

2. 交集

设论域 U 中两个集合 A, B ，所谓 A 和 B 的交集，就是由同时属于 A 和 B 的元素所组成的集合，用 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 表示。例如： $A = \{3, 5, 6, 8\}$, $B = \{4, 5, 7, 8\}$ 则

$$A \cap B = \{3, 5, 6, 8\} \cap \{4, 5, 7, 8\} = \{5, 8\}$$

交集的文氏图如图 2.1(c) 中阴影部分所示。

3. 补集

设论域 U 中的集合 A ，也就是全集 E 中一个子集 A ，所谓 A 的补集就是由 E 中所有不属于 A 的元素组成的集合，用 $\bar{A} = \{x \mid x \in E, x \notin A\} = E - A$ 表示。例如：

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \quad A = \{3, 5, 6, 8\}$$

则

$$\bar{A} = \{1, 2, 4, 7\}$$

\bar{A} 有时也用 $\neg A$, \tilde{A} 或 A^c 表示。补集的文氏图如图 2.1(d) 中阴影部分所示。

(二) 基本运算的性质(集合代数)

设集合 $A, B, C \subset U$ ，其并、交、补基本运算满足下面基本性质。

1. 幂等律 $A \cup A = A \quad A \cap A = A$
2. 交换律 $A \cup B = B \cup A \quad A \cap B = B \cap A$
3. 结合律 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
4. 分配律 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
5. 同一律 $A \cup \emptyset = A \quad A \cup E = E \quad A \cap \emptyset = \emptyset \quad A \cap E = A$
6. 补余律 $A \cup \bar{A} = E \quad A \cap \bar{A} = \emptyset \quad \bar{\emptyset} = E \quad \bar{E} = \emptyset$
7. 还原律 $\bar{\bar{A}} = A$

8. 吸收律 $A \cap (A \cup B) = A$ $A \cup (A \cap B) = A$

9. 德·摩根定律(对偶律) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

从集合运算规则可以看出,它和数理逻辑中的命题代数以及布尔代数的运算规则是完全一样的,只是符号和意义不一样,因此常统称作布尔代数。表 2.1 列出了布尔代数、集合代数、命题代数以及它们在电路中的对应关系。

表 2.1

布尔代数	集合代数	命题代数	开关电路	电子电路
元 素	集 合	命 题	开关状态	信 号
0	\emptyset (空集)	F (假)	断	无
1	E (全集)	T (真)	通	有
+	\cup (并集)	\vee (或, 析取)	并 联	或 门
.	\cap (交集)	\wedge (与, 合取)	串 联	与 门
-	\neg (补集)	\neg (非)	反 相	非 门

二、集合的其他运算及运算性质

(一) 集合的差集、余集、对称差

1. 差集

设论域 U 中两个集合 A, B , 所谓 A 和 B 的差集, 就是由属于 A 但不属于 B 的元素所组成的一个集合, 用 $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ 或 $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ 表示。

例如: $A = \{3, 5, 6, 8\}$ $B = \{4, 5, 7, 8\}$ 则

$$A - B = \{3, 5, 6, 8\} - \{4, 5, 7, 8\} = \{3, 6\}$$

差集的文氏图如图 2.1(e) 中阴影部分所示。

2. 余集

当 $B \subset A$ 时, A 和 B 的差集称为余集, 用 $C_A B$ 表示, 余集的文氏图如图 2.1(f) 中阴影部分所示。

3. 对称差

设论域 U 中任意两个集合 A, B , 所谓 A 和 B 的对称差, 是由仅属于集合 A 或者仅属于集合 B 的所有元素组成的集合, 用 $A \ominus B = (A - B) \cup (B - A) = \{x | x \in A \bar{\vee} x \in B\}$ 表示。

式中 $\bar{\vee}$ 为非兼析取, 对称差的文氏图如图 2.1(g) 中阴影部分所示。

(二) 运算性质

设 $A, B, C \subset U$ 为任意集合, 则

① 若 $A \subset B$, 则 $A \setminus B = \emptyset$