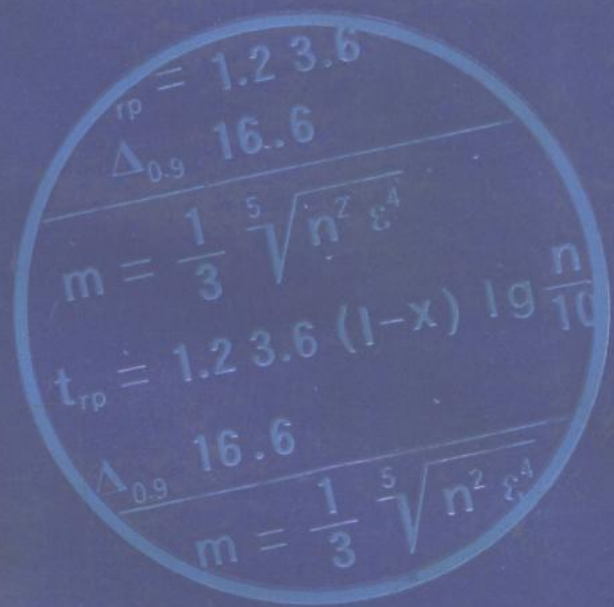


测量结果误差估计

[苏] 波·佛·诺维茨基 著
伊·阿·佐格拉夫



中国计量出版社

内 容 简 介

书中叙述了单因素和多因素试验研究结果误差的处理和估计等内容。提出了根据仪表证书记录数据计算测量结果误差的方法,并且给出了误差置信值的合成方法。在分析误差实际分布的基础上,提出了误差分布的分类方法,同时研究了使用电子计算机识别误差的方法。

本书适合工程技术人员和各个专业的研究生使用,也可供高等院校学生和进修学员参考。

Оценка погрешностей

результатов измерений

П.В.Новицкий И.А.Зюграф

Энергоатомиздат 1985

测量结果误差估计

(苏)波.弗.诺维茨基 伊.阿.佐格拉夫 著

康庆庸 胡乃滨 等译 尤德斐 校

责任编辑:陈艳春

中国计量出版社出版

北京和平里西街1号

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

—H—

开本 787×1092/32 印张 11.375 字数 256 千字

1990年11月第1版 1990年11月第1次印刷

印数 1—5 000

ISBN 7-5026-0357-3/TB·292

定价 6.80 元

译 者 的 话

本书是苏联学者波.佛.诺维茨基等人在总结近十年来教学和科研成果的基础上出版的专著之一。它基本上代表了苏联的误差理论学术思想，充分反映了苏联在这一领域中的最新成就，较系统地叙述了直接测量、单因素测量和多因素测量结果误差的统计估计方法，尤其是从信息论观点处理误差以及使用电子计算机识别误差分布形状和多次观测统计处理的算法等问题，这在国内目前还是较少被人了解的。因此值得翻译出版，相信对国内广大读者将是很有裨益的。

本书由康广庸同志译第一章至第三章；王奉国同志译第四章；胡乃滨同志译第五章至第六章；高一飞同志译第七章至第八章。最后由康广庸同志负责统一全稿中的名词术语和书写体例等。翻译中，只改正了明显的疏漏和错误，而且均以译者注予以标明。

在翻译本书的过程中，刘景武和王兰二位同志对部分译稿提出了许多宝贵意见，尤德斐教授在教学和科研之余为我们审校译稿，在此一并表示衷心感谢。

由于译者水平有限，译文中的错误和缺点在所难免，恳请专家和广大读者给予批评指正。

译 者

一九八八年九月

前 言

编著这本书是一种尝试，试图系统地叙述从计量观点估计测量结果的实际方法。本书介绍了从仅仅根据测量仪表合格证书的数据来估计误差的最简单方法，直到仔细地进行统计处理和估计复杂多因素的实验误差。

本书为使不同领域内从事测量工作的广大读者都可参考。因此，作者力求做到通俗易懂地阐述书中内容，尽量让各种层次的读者满意。书中既包含最通俗的知识，也涉及到该领域中十分复杂的当代问题。所以，即使是对计量和数理统计问题富有素养的专家，也能够在这本书中为自己找到新的见解和知识。

广大科技研究人员之所以需要这本书，原因在于测量是获得表征各种现象、过程（不仅是物理的现象和过程，乃至生物的、经济的及其他的现象和过程）的量值的数量信息的唯一方法。所以，实现任何工艺过程（无论是在机械制造、石油开采、水利、药理学中，或者是在体育比赛中）以及在任何知识领域中进行科学研究，总是与测量的计划、布置和实现密切相关的。

这样一来，人类为了进行测量所耗费的劳动确实占很大的比例。人们往往谈论节约有色金属或者电能的重要性，但并不知道若将在科学研究所、设计局、机械制造企业、化学工业、冶金工业、宇航事业、农业试验站、医疗机关及其他部门中所有不得不从事测量的人们的工资累加起来，那么具

总和很可能会超过全部有色金属或者电能生产的总值。

因此，估计所进行测量的准确度，也就是数百万人们所创造的信息产品的质量，既具有经济意义，又具有直接的实用意义。

但是，保证测量的高准确度并对准确度进行估计是个非常复杂的问题。事实上，此任务是由相应的计量机构来解决的。计量机构中包括：拥有很多科学研究中心和科学研究所及代表国家标准部门、国家和各级检定服务部门构成的网、计量部门和企业实验室等等。但是，这些部门并不能管到在某地进行的每次测量误差的估计。它们只能提供保证这种估计的可能性与基础。为此，他们建立并保存基准，对计量器具的试制样品进行试验，并发给生产许可证等等，监督出厂的每一台计量器具是否带有合格证书（出厂证书上标明该型计量器具的额定误差）。此外，对所有的计量器具进行周期性检定，以确定它们是否符合额定的误差值。至于估计所进行的任一次测量结果的准确度，这项工作必须由进行测量的人员来完成，或者由企业的计量实验室承担。因此，对于工艺过程和科学研究中各专业领域的专家来说，有关测量结果误差实际估计方法的知识都是必需具备的。

近年来，对测量结果误差的更加精确估计的需要与日俱增。这是因为高速运行、贵重而完善的现代化设备（其中包括电子计算机、测量信息系统、测量计算组合装置）要求人们能最合理地使用它们。但这一点在对所产生的误差未做出应有估计的情况下是不可能实现的。如果不对误差进行这种估计，也不可能做出最佳的或最合理的测量计划。

当然这样做起来是很复杂的。但一般只有在根据计量器具证书上的数据进行最简单的测量结果的误差计算的情况下，才能避免使用概率论和数理统计学。而复杂的情况下就

无法回避它们。这是由于我们必须将测量误差看成随机变量，因此只有运用概率论方法才能得到可靠的误差估计。于是1972年开始执行的苏联国家标准 ГОСТ 8.009--72 对计量器具的误差以及苏联国家标准 ГОСТ 8.011--72 对测量结果的表达方法，均要求采用以概率形式描述误差。从这点出发，直接测量、单因素测量和多因素测量结果误差的实用统计估计方法构成了本书的内容。

作者们非常感谢 И.Б. 切尔潘诺夫、И.А. 纳查洛夫和 В.Г. 克诺尔林格对本书提出了许多宝贵的建议和意见（这些建议和意见在本书准备付印时已经采纳），并感谢 И.Б. 切尔潘诺夫参加编写 § 2-2 和 § 2-5 以及 И.А. 纳查洛夫参加编写 § 2-4、§ 3-8、§ 4-3 和 § 7-3。

作者将对提出意见的广大读者表示感谢。

目 录

第一章 仪表和测量的误差理论共同问题	(1)
§ 1-1 误差的分类	(1)
§ 1-2 确定计量器具额定误差的方法	(14)
§ 1-3 根据计量器具证书数据作测量结果静态误差 的估计计算	(23)
§ 1-4 测量误差和测量结果的数字值化整规则	(24)
§ 1-5 测量结果动态误差的最简估计	(27)
§ 1-6 计量器具误差在使用期间的变化	(35)
§ 1-7 测量过程中结果误差的确定和修正	(41)
第二章 计量器具和测量结果误差的概率描述方法	(44)
§ 2-1 概率论的必备知识	(44)
§ 2-2 分布宽度的概率估计	(51)
§ 2-3 信息论的必备知识	(58)
§ 2-4 误差分布律的解析模型和参数	(69)
§ 2-5 对称分布律解析模型的拓扑图分类	(87)
§ 2-6 当置信概率给定时误差的计算公式	(95)
第三章 将误差分合成总误差的计算方法	(101)
§ 3-1 误差合成计算的理论基础	(101)
§ 3-2 总误差熵值的计算方法	(108)
§ 3-3 置信概率为任意值时总误差的计算方法	(112)
§ 3-4 误差合成时可能采用的简化方法	(114)
§ 3-5 计算测量通道误差的实例	(117)
§ 3-6 间接测量结果误差的计算	(140)
§ 3-7 计算间接测量总误差的实例	(146)

§ 3-8 间接测量结果误差概率描述的特点和某些结论	(154)
第四章 多次观测的统计处理方法	(168)
§ 4-1 多次观测统计处理方法所能解决的问题	(168)
§ 4-2 分布中心坐标估值的发散性及学生分布	(170)
§ 4-3 确定分布中心坐标不同方法的效率比较	(174)
§ 4-4 均方根偏差、反峰态系数、熵值与熵系数等估值的 分散性与抽样容量及分布峰态的系数的关系	(183)
§ 4-5 粗大误差及其剔除方法	(188)
§ 4-6 在无操作者参加的情况下由电子计算机对多 次观测进行统计处理的算法	(194)
§ 4-7 当估计多次观测统计处理的结果时计及系统 误差的方法	(196)
第五章 识别试验数据误差分布律形状的方法	(206)
§ 5-1 识别误差分布的必要性	(206)
§ 5-2 试验数据的最佳分组数目	(210)
§ 5-3 建立分布直方图和多边形的实例	(222)
§ 5-4 用连续解析函数逼近分布多边形	(229)
§ 5-5 利用拟合优度判据识别试验数据的分布形状	(236)
§ 5-6 根据直方图计算被研究分布的宽度和形状的 估值	(243)
§ 5-7 根据反峰态系数和熵系数两个估值的综合情况, 应用拓扑分类图对误差分布形状作近似识别	(249)
§ 5-8 适用于无人参与而在电子计算机上实现的近似 识别误差分布形状的方法	(252)
§ 5-9 根据试验数据的小样本推断分布形状的可靠性	(255)
第六章 单因素试验时误差的处理和估计方法	(260)
§ 6-1 确定函数关系公式的试验目的和特点	(260)
§ 6-2 选择数学模型的类型和等值剩余误差	(261)
§ 6-3 选择近似函数	(267)
§ 6-4 根据试验数据计算已选定的近似函数的参数	(271)
§ 6-5 回归分析、最小二乘法	(276)

§ 6-6	最小二乘法对统计的不均匀性的敏感度和所 获解的制约性	(282)
§ 6-7	原始试验数据不确定度带宽参数的计算	(288)
§ 6-8	经过平均化处理的单因素模型不确定度带宽 参数的计算	(295)
第七章	多因素试验时误差的处理和估计方法	(300)
§ 7-1	多因素关系的数学模型	(300)
§ 7-2	根据试验数据确定多因素关系的数学模型形 式及其参数的方法	(304)
§ 7-3	作为主元素法特例的正交回归方法	(311)
§ 7-4	在加和性模型中挑选最重要因素和最重要 项的方法	(315)
§ 7-5	对多因素试验中原始试验数据不确定度区域 参数的估计	(320)
§ 7-6	多因素关系平均值模型的不确定度多维层参 数的计算	(328)
第八章	提高测量试验效率的途径	(329)
§ 8-1	提高试验研究效率的问题	(329)
§ 8-2	根据测量对象的弥散性同测量误差之间的比 例关系选择计量器具的最佳准确度	(330)
§ 8-3	取平均值结果所能达到的准确度与取平均值 时间之间关系的实例	(332)
§ 8-4	将测量准备时间考虑在内的最佳试验效率	(339)
	结论	(345)
	参考文献	(349)

第一章 仪表和测量的 误差理论共同问题

§ 1-1 误差的分类

计量器具的质量和测量结果的质量都是用它们的误差来表征的。但是，计量器具和测量结果的误差所表现的特征及其产生原因却十分复杂，因此在实用中将误差分成许多类型，并对每一类型赋予确定的名称。这些名称约有 30 余种，每个与测量工作有关的人员，都应准确地掌握这些术语。

1. 计量器具误差和测量结果误差

所谓测量结果误差，是表明被测量之值不确定度的可能界限的数字。至于仪表误差，则是仪表本身的一种特定属性，而为了描述这一属性，必须应用许多相应的规程。因此，假如当使用准确度为 1.0 级的电压表（仪表引用误差的上限为 1%）时，认为得到的测量结果的误差也为 1%，这将是一个重大的错误，以后将进一步阐述与此有关的各种问题，暂时只强调计量器具误差和测量结果误差两者并非相同概念。

历史上，人们曾将某些误差名称归属于计量器具误差的范畴，而将另一些划归测量结果误差的范畴，还有一些名称则可用于两者。因此，下面进一步讨论这些术语时，将注

意它们的应用范围以及同样一个术语在不同应用范围情况下所具有的不同含义。

2. 工具误差和方法误差

属于某一计量器具所固有的误差，称作工具误差（仪表误差或装置误差）。这种误差可通过实验的方法测定，并在仪表的合格证书中标明之。

但是，除工具误差外，在测量时还产生一种方法误差。这种误差不是由于某一仪表造成的，并不能记入合格证书中。也就是说，方法误差与仪表本身无关，只与仪表的使用方法有关。

从模拟指示仪表分度盘读数时会产生量子化误差（即示值化整误差），这种误差即属于方法误差的一种。根据苏联国家标准 ГСОТ 16263—70，这个误差被称作“读数误差”，而另外一些作者则把它叫作人员误差，即它与操作者本人有关。例如当观察仪表 77 分格的示值时，第一个观测者记下了 77.0 分格，第二个观测者记下了 77.1 分格，第三个人记下的是 76.9 分格等等，这样就出现了读数误差。当将时间进行量化时，也会出现这种误差。例如，我们在读秒表时或者从镜筒或望远镜中观测物体经过准星并对其进行时间定标时，也会出现这种误差等等。显然，这种误差不可能记录在被使用仪表的出厂证书上。

产生方法误差的十分常见的原因有：当安排测量时，我们往往不得不去测量（或者说是有意地去测量）并非我们所需要的，而是另一个不等于被测量，但却很近似于它的量。例如使用内阻有限的电压表测量电压时，就会产生方法误差。由于电压表对被测电路的并联分流作用，使电路两端

的电压比之被电压表并联之前要低一些。因此，若使用同一个电压表，依次并联到被测电路的不同部分上进行测量，所产生的误差也是不同的。在电路的低阻区段，此误差将微不足道，而在高阻区段却显著变大。若使电压表在装置的全部工作时间内都固定地并联在某一区段上（如电站的控制盘），则可以消除由此产生的方法误差，但是由于种种原因，这种做法是不方便的。

常有这种情况，即很难指出哪一种测量方法能免除方法误差。例如，当需要测量由炉中送往轧钢机的高温钢锭的温度时，应将温度传感器（例如热电偶）安装在何处？在钢锭的上面，侧面还是下面？无论把它安装在何处，所测得的都不是钢锭物体内部的温度，即总会产生很大的方法误差，这是因为所测到的量并非所需要的量，而是简化了的量（我们不能在每一个钢锭中钻出一条安装热电偶的孔道！）。

因此，方法误差的基本特点是它们不能记录在仪表的合格证书上，而只能由从事实验的人在实施选用的测量方法时去作出估计。因此，实验者应当能够清楚地区分“真正被他测量的量”和“需要测量的量”两者。

估计方法误差是一项相当复杂的工作。它要求对所采用的方法进行认真的计量实验研究。如果这是一种稳定的、长期不变的方法，则通过上述的研究，能将该种方法的误差确定下来，并将其记入测量方法说明书中。对标准测量方法编制这种误差鉴定证书是现代计量专业的迫切任务之一。

术语“方法误差”虽然表示的是原则上不能记入仪表证书中的一种误差，但必须指出，近年来，尤其是在数字仪表的理论中，已开始把方法误差广泛使用在完全另外的意义上，即认为它由与仪表构成原理有关的方法引起的误差，而与仪表设计者无关。对于数字仪表的设计人员来说，量化误

差的存在实际上是不可避免的，是由于信息的数字表示方法本身引起的。所以，设计人员心安理得地把它命名为“方法误差”，并强调这种误差的大小与设计人员的努力无关。但是，在仪表的证书中却必须把这个误差看作工具误差。

3. 计量器具的基本误差和附加误差

任何一个传感器、测量仪表或记录器都在随时间而变化的复杂条件下工作，这首先是由于测量过程是一个复杂的多维的现象，其特点是有很多单个因素（既来自测量对象，也来自外部介质、来自电源等等）作用在仪表上。一般说来，这些因素中的每一个（参看第七章专门阐述多因素试验）都是可以分别地被测量出来的，但在实际的测量条件下，每一个被测因素都同所有其余的因素一起作用在测量仪表或传感器上。我们把作用在仪表上的诸因素中使我们感兴趣的唯一因素称作“被测量”。我们对仪表或传感器的要求是它能把被测量从作用在其上的各因素中分离出来，并能避免其余各量对仪表的作用。这些其余的量称作“影响量”、干扰量或噪声。

当然，在这些条件下，仪表除了具有对被测量的灵敏度之外，不可避免地会存在对于某些非被测的，但起影响作用的量之灵敏度。在起影响作用的量中主要有温度、颤振与振动、仪表和被测对象的供电电压、电源的谐波系数等等。

在实验室条件下对仪表进行检定或分度时，影响量的所有数值都可保持在很窄的变化范围内（例如温度在 $(20 \pm 5)^\circ\text{C}$ ，电源电压相对于额定值的波动在 $\pm 5\%$ 以内，谐波系数不大于 1% 等等）。这些在技术文件中规定的校验或分度条件称作“标准条件”，而把在这些条件下仪表所产生的误

差称作“基本误差”。

在实际运行条件下，例如对安装在飞机上的仪表而言，它必须工作在温度波动为 -60°C 到 $+60^{\circ}\text{C}$ 、气压波动为 $1\,000\text{ Pa}$ 到 $10\,000\text{ Pa}$ 、电源电压波动为 $\pm 20\%$ 、谐波系数为1到10%等等的情况下，这就必然产生其数值比在标准条件（实验室）或校验条件下更大的误差。

由于运行条件偏离标准条件而使仪表示值产生的变化被称作“附加误差”，并统一规定用 ψ_{θ} 、 $\%/10\text{ K}$ 、 ψ_U 、 $\%(10\%\Delta U/U)$ 等等来代表相应的单个干扰量影响示值变化的“影响系数”。实际上，虽然各影响因素的函数关系通常都是非线性的，但为简化计算，可近似地当作线性的。在这个前提下由影响量产生的附加误差可按公式 $\gamma_{\text{доп}} = \psi \cdot \Delta\theta$ 计算。式中 ψ 为影响量的影响系数， $\Delta\theta$ 为相对于标准条件的偏离值。

仪表在实际使用条件下产生的误差被称作“使用误差”，它是由仪表的基本误差和所有附加误差叠加在一起形成的。当然，它可能比仪表的基本误差大许多倍（参看第三章误差的合成）。这样一来，将误差分为基本误差和附加误差纯粹是人为设定的，以便在每台计量器具的技术文件中可以分别给出它们的数值。

4. 静态误差和动态误差

静态误差和动态误差对计量器具和测量方法来说都是固有的，它们是按照误差是否与被测量随时间的变化速度有关来区分的。凡是与变化速度无关的误差称作“静态误差”。另一种当速度接近于零时并不存在，而一旦偏离零时就增长的误差，称作“动态误差”。这样，动态误差也是由于影响

量产生的诸误差中的一种，只是这个影响量是被测量本身随时间的变化而已。但是鉴于动态误差额定值的给定和计算方法的特殊性，将在§1—5节中单独研究它们。

5. 系统误差、累计误差和随机误差

不随时间的推移而变化的误差或与某些参数有不随时间而变的函数关系的误差称作“系统误差”。系统误差的基本特点是可以预见的，由于这个缘故，只要引入相应的修正值，就可以几乎完全消除它们。

“恒定系统误差”的最可怕之处，是它的存在非常难以被发现。它同随机误差、累计误差以及与某些参数成函数关系的误差不同之处，就是它从来不在外表上暴露自己，并且能够长时间的保持不变化。利用标准量具或标准信号定期校验仪表，是发现它们的唯一方法。

大部分的附加误差则属于第二种形式的系统误差，它们都是对其产生影响的各影响量（温度、频率、电压等等）不随时间而变的函数。由于这种影响函数在时间上的稳定性，使得这些误差可以被预测，并可采用辅助性的校正变换器加以修正。后者接收影响因素量，自动对测量结果作出相应的修正。

随时间作缓慢变化的不可预测的误差称作“累计误差”（或漂移误差）。通常这些误差是由仪表的某些零件的老化过程引起的（如化学电源的放电、电阻器和电容器的老化、机械零件的变形、自动记录仪表中纸带的收缩等等）。累计误差的特点是，校正误差时只能在给定的时间引入修正值，而以后该误差又将不可预测地增长。因此，累计误差与系统误差是不同的：前者需要不断地重复校正，并且校正的频率

越高，则其误差残余量越小。后者只要引入修正值就能进行校正，而这个修正值在仪表的使用过程中是不变的。另一个特点是累计误差随时间的变化是一个非稳态的随机过程，因此要想用成熟的稳态随机过程理论来描述它时，要预先做出某些假设。

不能事先预知其符号和大小的误差（或没有充分研究清楚的误差）称作“随机误差”。它们的产生是由于许多难以分析的原因共同作用的结果。与系统误差不同，随机误差的存在是极易被发现的。当多次重复测量时，它就会以测量结果的某种分散性表现出来。因此，由这一观测值到下一观测值的不可预测性，就构成了随机误差的主要特点。只有以概率论和数理统计为基础，才能实现对随机误差的描述。

但是，在这里必须预先作两个假定。首先，只有假定在所取得的各单一观测之间彼此独立的前提下，应用数理统计方法处理测量结果才是合理的。其次，大多数下面讲到的简化的概率论公式仅仅适用于误差的连续分布。可是，由于在读取观测值时不可避免地要量化，严格地说，误差分布总是离散的。这样一来，只能说随机误差只是近似地遵循连续性和独立性条件，而有时则可能根本不遵循上述条件，也就是说，在数学中的术语‘连续随机量’较之测量技术中的术语‘随机误差’的概念来得狭窄，并且受到许多条件的约束。

尽管如此，由于计量器具和测量结果误差的大部分分量都是随机误差，所以唯一可行的用于描述它们的方法就是应用概率论以及在此基础上发展起来的信息论，后者主要应用于信息的传递过程。在处理含有随机误差的实验数据时，主要用到数理统计方法。所以，正是数学的这类重要分支，才是估计计量器具、测量过程和测量结果误差的现代理论的发展基础。

考虑到上述限制条件，在排除了系统误差和累计误差的前提下，计量器具和测量结果随机误差的出现过程，通常可被看作是中心化了的稳态的随机过程，而描述该过程时，可以应用在数学中成熟的独立随机量和稳态随机过程的统计理论。

在结束上述误差分类时，必须提醒读者注意：将计量器具和测量结果误差人为地划分为随机分量、累计分量及系统分量只是一种十分简化了的分析手段。因此，应当永远记住，这些误差分量在现实中是共同出现的并形成成为一个不稳定的随机过程。

6. 计量器具的全相同性误差、分度误差和重复性误差

由于计量器具（传感器、仪表、信息测量系统通道和测量计算装置通道）存在着误差，使它们的特性曲线出现了非单值性。当通过实验确定计量器具的特性曲线时，即进行分度时，我们只是得到了许多个点。沿着这些点组成的带，在图上可描绘出一条平滑的平均曲线。诚然会有一些点子是偏离这条曲线的，但我们还是把它看作是计量器具的特性曲线。下面用一些术语来命名这些偏离。

经常出现的相对于选作特性的平滑曲线的偏离，在一般情况下称作“全相同性误差”。它描述了计量器具的实际特性相对于所选取的函数关系（直线、抛物线、指数曲线等等）的偏离程度。若选取直线作为特性曲线，则它的全相同性误差称作计量器具的“线性度误差”。若全相同性误差随着输入量改变方向而改变自己的符号，则将仪表或变换器的这种误差称作仪表的“迟滞误差”或“变差”。