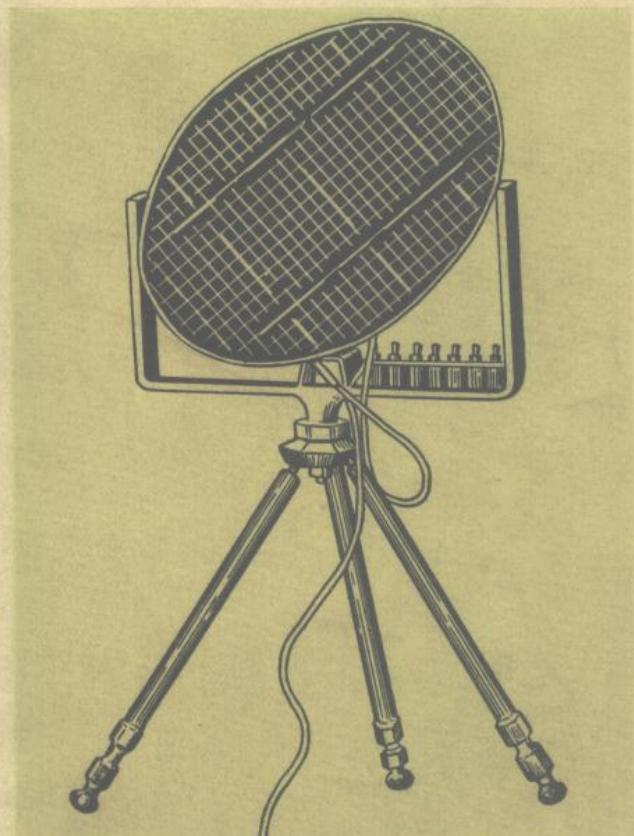


半导体太阳电池

译文集



科学出版社

72.99
196

半 导 体 太 阳 电 池

(译 文 集)

江明珞 周增圻等译

湯 定 元 編 校

1963

科 [學] 〔 教 〕 社

1963

內容簡介

本書收集了 22 篇有关太阳电池的研究的外國文献，包括太阳电池的基本原理、太阳能的利用問題、制造高效率太阳电池所須要考慮的問題以及太阳电池的研究制造的进展概況。

全书基本上是独立的、自成系統的，可供半导体工作者及太阳能研究工作者参考。

书末編有較完整的参考文献目录，共計二百余篇。

半導體太陽電池 (译文集)

江明珞 周增圻等译

湯定元 編校

*

科学出版社出版

北京朝阳門大街 117 号

北京市書刊出版業營業許可證出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店經售

*

1964 年 8 月第一版 开本：850×1168 1/32

1964 年 8 月第一次印刷 印张：12 1/2

印数：0001—3,350 字数：325,000

统一书号：15031·157

本社书号：3031·15

定价：[科七] 2.10 元

編 者 序

能够把光能直接轉換成电能的光生伏特效应早在 1876 年就在硒上被发现。經過了半个多世紀的研究，到本世紀的三十年代才在工业上增添了几种对测量技术与自动控制都很有用的产品，如硒光电池、氧化亚銅光电池及硫化銀光电池。因为这类光电池的光电轉換(把光能轉變成电能)效率都很低，沒有可能去考慮太阳能的利用問題。1954 年硅光电池出現，能把相当大一部分(6%) 的太阳能直接轉变为电能，利用太阳能直接发电的問題就立即成为一个現實的研究課題。出現了“太阳电池”这个名称，也出現了不少的研究文献。

近年来，由于空間科学的飞跃发展，空間运載工具的電訊設備需要輕便而长寿的电源，因而太阳电池的研究受到更大的重視。研究課題也增添了新的內容。除掉硅太阳电池仍在繼續研究改进外，还出現很多有关实际应用的設計与环境影响的研究工作，以及新型太阳电池的探索工作。在目前，硅太阳电池是空間运載工具中的最适当的电源。它的变太阳能为电能的效率最高达到 15%，大量生产也能达到 12—13%。还有其他几种材料的太阳电池正在发展中，例如砷化鎵单晶太阳电池的效率达到 9—10%，硫化鎘单晶太阳电池的效率达到 9%，硫化鎘薄膜型太阳电池的效率达到 3.5%；碲化鎘单晶太阳电池的效率达到 7.5%，而據說其薄膜型太阳电池的效率达到 6%。

这本譯文集就是为了介紹太阳电池的研究內容而編輯的。我們希望它能反映太阳电池的研究內容的全貌，同时又能作为这一領域內的研究工作者的一本比較紧凑的参考书。为了这一目的，我們在数目比較多的文献中仅选譯了一些与太阳能利用直接有关

的、而且比較基本的文章。象制造硅太阳电池的扩散工艺的研究文献和各种太阳电池的原材料的制备及性能的研究文献虽然对太阳电池的研究工作很有用，但是包括进去就会使这本书太厚，而且它們也不属于太阳电池的研究領域，所以沒有选譯在內。象有关太阳电池的輻照問題，文献較多，都选了就重复太多，因此只选了有代表性的两篇。对于与太阳电池直接有关的文献，则尽可能包括主要的文章，使这本譯文集更象一本独立的书。为了参考方便起見，书末附了一篇有关太阳电池的文献目录。这一目录主要是魏彦章同志提供的，編者謹向他表示謝意。

* * *

这本譯文集总共包括 22 篇文章。

第 1 篇是关于 $p-n$ 結光电池的基本理論的文章。这里假定 $p-n$ 結是“理想的”，导出光电池的短路电流与开路电压的公式。并由此討論光电池的轉換效率与結深度、光強度等之間的关系。但所有这些討論都是对单色光而言的，沒有涉及太阳能的利用問題。

第 2 篇文章与第 1 篇文章相似，不过在推导中把第 1 篇文章所忽略掉的表面复合的影响考慮进去。

第 3 篇文章才是真正討論利用太阳能的文章。作者 Loferski 根据真实的太阳光譜与半导体的特性探討了制造太阳电池的最佳材料。据計算，Si, In P, Ga As 及 Cd Te 都是太阳电池的优良材料，极限效率都在 20% 以上，其中以 Cd Te 为最好，达到 26.5%。这是假定“理想的” $p-n$ 結所得的結果。如果 $p-n$ 結不是理想的，則效率将大为降低。对这四种材料而論，其太阳电池的效率都下降到同样的水平，在 16% 上下。

由于在空間使用时，太阳电池本身可能具有較高的温度，Loferski 等又在第 4 篇文章中特別討論温度对效率的影响。計算結果表明：在温度低于 200°C 时，Ga As 是最好的材料。当温度升高时禁带寬度較高的材料具有更有利的轉換效率。

第 5 篇是有关硅太阳电池的第一篇詳細报导的文章，虽然在

这之前已有过简要的报导。那时，转换效率只做到 6%。在这篇文章中特别提出了串联电阻对效率的严重影响。

第 6 篇文章是有关硅太阳电池的研究工作的总结性文章。作者 Wolf 系统地论述了太阳电池在能量转换过程中的能量损失因素以及在工艺制造中的对付方法。他认为：硅太阳电池已达到相当完善的程度，工艺上的改进不大可能使效率再有大幅度的增加。进一步的发展也许是经过仔细的研究导致一些较小的改进，累积很多的小改进仍能使效率得到相当的增加。

第 7 篇也是总结性文章，主要是介绍 1962 年美国的太阳电池的发展水平，包括硅太阳电池在空间运载工具中的使用情况以及新型结构及新材料的太阳电池的研究发展情况。

在第 8 篇文章中，作者 Moss 又重新推导了光电池的主要公式，并根据目前已知的有关 Si 及 Ga As 的吸收光谱及其他参数估计这两种太阳电池所能达到的极限效率。他认为，硅太阳电池的极限效率约为 15%，目前已经达到，不大可能再提高。而 Ga As，由于它的吸收限很陡、禁带较宽以及电子的有效质量较小，将来有可能达到 25% 的转换效率。

接下去的三篇都是研究光电池的光谱响应的文章。光电池的短路电流或收集系数都是以吸收系数为参量的，只要作为光电池的材料的吸收光谱为已知，光电池的光谱响应就可以画出来。但是在推导短路电流的公式时，对少数载流子的运动可以采用不同的假设。

第 9 篇文章和前面的第 1, 8 两篇文章一样，假设少数载流子以扩散方式向 $p-n$ 结运动，由此推导出光电池的收集系数，并用电子计算机算出收集系数与吸收系数的关系曲线。这组曲线对任何材料都适用，只要光电池材料的吸收曲线为已知，就很容易从这组曲线画出该光电池的光谱响应来。利用这些光谱响应曲线可以求 $p-n$ 结两边的少数载流子的扩散长度，有时也可求出结的深度。

第 10 篇文章的作者认为：扩散层中的杂质浓度所引起的电场

足以使漂移电流达到不能忽略的程度。因此在推导收集系数时必须同时考虑少数载流子的漂移电流及扩散电流。计算所得的结果表明：由于扩散层中电场的存在，表面复合的影响一般可以忽略，而基区对光谱响应的贡献则相对地变得特别重要。因此利用光谱响应曲线可以求基区的少数载流子寿命。

第 11 篇文章系统地分析了光电池的表面扩散层中的漂移场问题。事实上从光谱响应的测量并不能判断漂移场的作用是否重要。因为总的結果是少数载流子向 $p-n$ 結运动，不管有没有漂移场的作用，都能赋予少数载流子以一个有效的寿命，仅从这一寿命值无法說出少数载流子的运动是电场牵引的还是扩散的。

第 12 篇文章提出了一個函数方法。用这个方法可以系统地研究表面复合、結的深度、少数载流子的扩散长度、扩散层中的漂移场以及材料的吸收光谱对收集系数的影响，因而可以避免许多数值計算的麻烦。利用了这个方法，作者得到硅比砷化镓具有更有利的吸收光谱的結論，这与第 8 篇中 Moss 的看法正好相反。这篇文章进行具体計算时所引用的一些数据和概念，常与实际情况不符，是有問題的，但提出的方法是值得考慮的。

第 13 篇文章的作者研究了接触电阻与薄层电阻对太阳电池轉換效率的影响。薄层电阻是一种分布电阻，計算起来很麻烦，作者是用电子計算机計算的。結果表明串联电阻的存在会大大地減低太阳电池的轉換效率，而接触电阻的影响尤其厉害。

在第 14 篇文章中，Shockley 等利用細致平衡的原理計算了 $p-n$ 結太阳电池的轉換效率。第 3 与第 8 篇文章中所計算的是“半經驗的”极限效率，它是太阳电池有可能达到的最高效率。“細致平衡”的极限效率对电池制造而論可能永远也不会达到。但是从細致平衡的分析，我們可以了解哪些物理过程会使效率降低。例如，非辐射复合过程的存在会使 $p-n$ 結的特性偏离理想的情况，因而降低轉換效率。作者也具体地分析了硅太阳电池，認為正向的伏-安特性曲綫与理想情况的偏离是由于复合中心存在的緣故。

第 15 篇文章就是根据这一想法而进行的工作。用某些热处

理的确可以改变 $p-n$ 結的正向伏-安特性曲綫的形状。由實驗情況推斷，正向曲綫的偏離理想情況可能是由於某些杂质的脫溶現象所致。但是這方面的工作做得還不多，目前是在開始階段，還很難下結論。

下面兩篇是關於輻照對光電池的影響的文章。由於太陽電池在目前的主要用途是在人造衛星上，這一類工作就具有重要意義。

第 16 篇文章是在實驗室中用相當於在大氣上層可能遇到的各種電磁波與高能粒子照射矽光電池，測量光電池的輸出功率下降 25% 所需要的輻照時間，也可以稱為使用壽命。文中得出了一些具體的結果。但是由於我們對大氣上層的輻射性質的知識不充分，這些結果僅有參考的價值。

第 17 篇文章系用第 9 篇文章所提供的從光譜響應曲綫的分析求載流子壽命的方法來研究矽光電池在受幾種能量的電子和幾種能量的質子轟擊前後的壽命變化。由此推導出使光電池的轉換效率下降 25% 所需的“臨界輻射通量”。一般而論， n/p 型 (p 型材料上擴散 n 型) 光電池對輻照的抵抗力要比 p/n 型光電池強得多，這個現象的原因，至今還不清楚。但文中肯定電子和質子的輻照作用都是在光電池中產生複合中心，產生在基區的複合中心的影響很重要，而產生在表面層的可以忽略。如果光電池上不加保護層，則在受到天空輻射帶中的質子輻照時，只要幾小時就損壞得不能使用。

下面兩篇雖不是研究太陽電池的文章，但對太陽電池的研究很有用。第 18 篇文章介紹了在矽光電池表面加抗反射層以減低反射損失的方法。第 19 篇文章介紹了一種模擬太陽光的實驗室裝置。

在以上的 19 篇文章中，除掉僅討論一般問題的文章外，都是以矽太陽電池作為研究的對象。在目前除掉矽太陽電池外，還有一些其他材料（如砷化鎵，硫化鎢，碲化鎢）的光電池正在研究中，並都已得到相當好的成果。目前砷化鎵的主要問題在於如何製造出性能良好的單晶，因此很少見到有關砷化鎵太陽電池的完整文

章。碲化鎘单晶太阳电池曾經有人研究过，現在似乎中断。关于碲化鎘薄膜太阳电池，最近才看到第一篇报导。因此在这本文选中我們沒有选译砷化鎵与碲化鎘太阳电池的文章，而选译了三篇有关硫化鎘太阳电池的文章。

第 20 篇是一篇最早的有关硫化鎘单晶太阳电池的文章。这里也介绍了硫化鎘单晶的制备与性能，光电池的制备与性能。

其实要制造大面积的质量好的硫化鎘单晶是非常困难的，在目前也許是不可能的。因此用硫化鎘单晶做太阳电池可能不是一个有前途的方向。另一方面，硫化鎘薄膜型的光电池可以做成大面积，虽然效率低一些，但可能是使单位功率的价格降低。这是要使太阳电池能普遍使用所必須考慮的問題，因此薄膜型光电池是一个重要的发展方向。

第 21 篇文章报导了一种制造大面积硫化鎘薄膜太阳电池的方法，达到 1 % 的轉換效率。

第 22 篇文章报导了用真空蒸发制造硫化鎘薄膜太阳电池的制造方法及性能，其轉換效率最高达到 3.5 %。据作者推測，进一步发展有可能提高到 5 %。这是一个获得高的功率-重量比而成本低的太阳电池的途径。

硫化鎘光电池有一个非常有趣的特点，就是它的光譜响应位于本征吸收限外，因此它的光电机构与一般的 $p-n$ 結的光生伏特效应不一样。关于这个問題也有很多研究文章，但由于这方面所牵涉的問題超出了太阳电池的范围，因此沒有把它們包括在这一文集內。

湯定元 1963 年 10 月 15 日

目 次

編者序.....	(v)
1. $p-n$ 結的光电效应.....	Cummerow (1)
2. 表面复合对 $p-n$ 結光电池效率的影响	
.....	Бир 和 Пикус (14)
3. 为太阳能光电轉換器选择理想半导体材料的理論依据	
.....	Loferski (22)
4. 温度对光生伏特太阳能轉換的影响	
.....	Wysocki 和 Rappaport (39)
5. 硅太阳能轉換器.....	Prince (55)
6. 硅太阳电池研制的一些进展.....	Wolf (69)
7. 1962 年光生伏特电池的技术发展水平.....	Cherry (94)
8. 硅太阳电池和鎗砷太阳电池的潜力.....	Moss (113)
9. 太阳电池的光譜响应.....	Loferski 和 Wysocki (129)
10. 太阳电池的光譜响应.....	Dale 和 Smith (148)
11. 太阳电池的漂移場.....	Wolf (159)
12. 关于太阳电池的一些考慮.....	Kleinman (201)
13. 串联电阻对太阳电池的影响.....	Wysocki (233)
14. $p-n$ 結太阳电池效率的細致平衡极限	
.....	Shockley 和 Queisser (247)
15. 硅太阳电池的正向特性与效率.....	Queisser (268)
16. 辐射对硅太阳电池的影响	Loferski 和 Rappaport (283)
17. 辐照在硅光生伏特电池中所引起的变化	
.....	Baicker 和 Faughnan (301)
18. 硅光电池表面加抗反射层后的反射系数	
.....	Маловецкая, Вавилов 和 Галкин (324)

19. 太阳光譜的模拟 Bickler (329)
 20. 硫化鎘晶体中的光生伏特效应 Reynolds (338)
 21. 大面积薄膜光电池 Moss (350)
 22. 作为太阳能轉換器的 CdS 薄膜光生伏特电池
..... Middleton, Gorski 和 Shirland (359)
- 有关太阳电池的外国文献 (375)

p-n 結的光电效应*

R. L. Cummerow

引言

在半导体材料中，*p-n* 結发生在杂质成分由受主型（*p* 型）向施主型（*n* 型）过渡的区域。借助杂质原子通过晶体表面的扩散^[1]或在培养晶体的时候分离杂质^[2]就能够形成这种結。鎗是一种通常用来制备此种結的材料，在鎗单晶体中有两个电子能带，它們决定着电导过程。一个是几乎完全填滿电子的价带和一个几乎空的导带。导带比价带高 0.72 电子伏。

在无杂质的材料中，費密能級几乎位于价带和导带間的禁带的中央。在 *p* 型材料中，它的位置低于禁带的中央，而在 *n* 型材料中，高于禁带的中央^[3]。

图 1 表示在平衡时結区域中的能級。平衡状态时費密能級在整个材料中應該是相同的。为了实现这个条件，應該发生电的偶层和与此有关的电位。靜电势壘的高度等于 *n* 和 *p* 型材料导带底部的位置差。費密能級，因而势壘高度随杂质浓

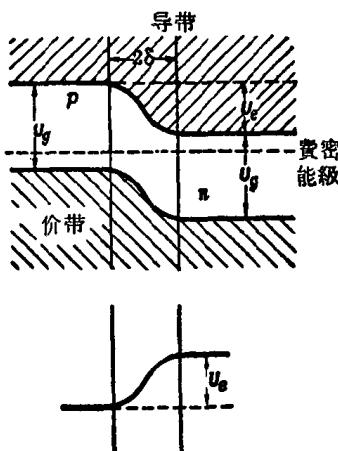


图 1 在 *p-n* 結区域中的电子能級和
靜电电位

* R. L. Cummerow, "Photovoltaic effect in *p-n* junction", *Phys. Rev.*, **95**, 16—21 (1954).

本文译自俄译文：Полупроводниковые Преобразователи Энергии Излучений (Сборник Статей), 262—274, изд. И. Л., 1959.

度和温度的变化而变化^[3]。空穴或价带中的自由能级，在它们与电子发生复合之前可以在n型材料中扩散一定距离。这个距离的平均值称为n型材料的空穴扩散长度。类似地可确定p型材料的电子扩散长度。

p-n 結的模型

本文討論阻挡层光电效应时所用的結模型是一般理論的基础。它由如下假設来精确确定。

1. 結区域的厚度与p和n区域尺寸，n型材料中空穴扩散长度或p型材料中电子扩散长度(研討一維場合)相比，小得可以忽略。所以在結区域中空穴或电子的产生或复合可以忽略不計。
2. 靜電場完全限制在狭窄的結区域内。假定甚至在不平衡的稳定状态下，在結区域之外沒有外电場。因而，載流子流是借助n型材料的空穴扩散和p型材料的电子扩散来調節。为了保証这种沒有电場的扩散过程，n型材料中的空穴或p型材料中的电子的非平衡浓度應該总是比电子或穴的平衡浓度小得多。
3. 施主或受主浓度总是很小，因此可使用玻耳茲曼統計代替費密統計^[4]。

結的方程

根据假定的模型，可以假定結的寬度为 2δ (图2)。 2δ 的距离

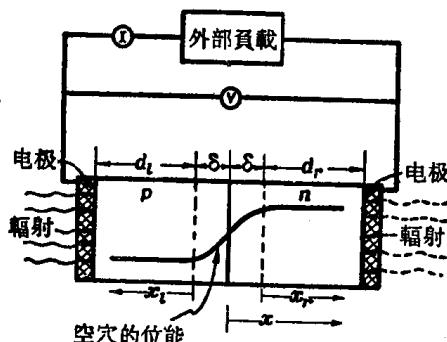


图2 供計算用的p-n 結模型

比結中所有的其余尺寸要小得多(图2不是按比例繪成的)。当沿x軸方向穿过这个区域时(自p向n区域)，靜電电位增加 U_e 值。

p和n区域間的靜電势能之差等于 qU_e 电子伏，式中q——电子电荷； U_e ——n和p区域間的平衡靜電电势

差。于是，在势垒相对两面的空穴浓度可用下式表示：

$$p_n = p_p e^{-qU_e/kT}, \quad (1)$$

式中 p_n ——在 n 区域中的空穴平衡浓度； p_p ——在 p 区域中的空穴平衡浓度； k ——玻耳兹曼常数； T ——绝对温度。

在有限的扩散速度下，准平衡方程可以写成

$$p(0) = p_p e^{-q(U_e-U)/kT}, \quad (2)$$

式中 $p(0)$ ——当 $x_r = 0$ (或 $x = \delta$, 因为 $x_r = x - \delta$) 时在 n 区域中 $p(x_r)$ 的非平衡值； U ——加在结上并改变势垒高度的电压 (以后，属于此材料的在势垒右面的所有变数以 x_r 的函数表示，而在左面的以 x_l 的函数表示)。接入电池或借助光照在势垒附近形成非平衡电荷浓度，都能改变势垒的高度。综合方程式(1)和(2)给出

$$p(0) = p_n e^{qU/kT}. \quad (3)$$

对于在 p 区域内的电子，可以导出类似式子。以下我们只列出在 n 区域的空穴方程。但是在必要时，在相应的地方将列出类似的电子方程。

兹研讨 n 型材料的一个小体积。由于热产生的空穴或由某种其它方法产生的空穴在此体积中与电子复合。除此以外，由于扩散空穴渗入并离开此体积。在平衡状态时 (仅存在热产生的载流子)，在这体积中空穴和电子的复合速度等于它们的产生速度。Shockley 和 Read^[5] 創立了空穴和电子的复合理論，他们假定有复合中心存在，在此处发生的复合比电子和空穴直接碰撞复合快得多。在解释测量所得的 n 型材料中空穴寿命很小时必须应用这种假设。利用[5]中的方程(3.8), (3.9), (4.4)和(5.4)，并假定研讨的 n 型样品具有相当高的施主浓度，则空穴的热平衡下的激发方程可写成如下形式：

$$g_p = \frac{p_n}{\tau_p}, \quad (4)$$

式中 τ_p ——在 n 型材料中的空穴寿命，秒。根据文献 [5] 对于非平衡复合速度的类似方程可写成

$$r_p = \frac{p}{\tau_p}, \quad (5)$$

式中 p ——空穴的非平衡浓度。

如果用 $g(x)$ 表示由光子或其它辐射而引起的空穴产生率，则总产生速度等于

$$g_p + g(x) - \frac{p}{\tau_p}. \quad (6)$$

空穴的总产生率应该等于空穴离开此体积的速度，即

$$q^{-1} \operatorname{div} J_p = q^{-1} \frac{\partial J_p}{\partial x},$$

式中 J_p ——空穴电流的密度。

因此根据方程(6)，求得

$$g_p + g(x) - \frac{p}{\tau_p} = q^{-1} \frac{\partial J_p}{\partial x}. \quad (7)$$

因为只研讨扩散电流，所以

$$J_p = -qD_p \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (8)$$

式中 D_p ——在 n 区域中的空穴扩散系数。

将 J_p 值代入方程(7)，求得

$$g_p + g(x) - \frac{p}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0. \quad (9)$$

回到图 2，可以确定函数 $g(x)$ 。假定，光是投射在 p 区域上。规定，在光作用下，结中央电子-空穴对的形成速度等于 g_0 。那时，在 n 型材料(在结的右面)中的对产生速度等于

$$g(x_r) = g_0 e^{-x_r/L_\lambda}, \quad (10)$$

式中 $(L_\lambda)^{-1}$ ——波长为 λ 的光子的吸收系数。在结的左面，

$$g(x_l) = g_0 e^{x_l/L_\lambda}, \quad (11)$$

式中 $x_l = -(x + \delta)$ 。在光子投射的表面上，

$$g_s = g_0 e^{d_s/L_\lambda}.$$

如果在样品表面上投射有波长为 λ 的 H_s 光子/厘米²·秒(计及了由电极或半导体反射的光子)，则当量子产额等于 1 时^[6]，

$$g_s = \frac{H_s}{L_\lambda} \quad \text{和} \quad g_0 = \frac{H_s}{L_\lambda} e^{-d_l/L_\lambda}. \quad (12)$$

方程(9)的边界条件：

$$\text{当 } x_r = 0 \text{ 时, } p = p_n e^{qU/kT}; \quad (13)$$

$$\text{当 } x_r = d_r \text{ 时, } \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad (14)$$

$$\text{当 } d_r \rightarrow \infty \text{ 时, 对于所有大的 } x_r, p \rightarrow p_n. \quad (15)$$

如果用施主电极与 n 型材料(或受主电极与 p 型材料)连接时, 则边界条件(14)可以得到满足。这样的电极为少数载流子形成反射势垒, 而不为多数载流子形成反射势垒^[7]。如果电极所处的距离比扩散长度大, 则满足边界条件(15)。

在研讨关于 n 型材料的微分方程和对的产生率以及关于 p 型材料的类似方程时揭示了下列四种情况可能有实际意义：1) 纵的 p 型材料的表面受照射, n 型材料伸展到无穷远; 2) p 型材料受照射, 但 n 型材料的长度是有限的; 3) n 型材料的表面受照射, p 型材料伸展到无穷远; 4) n 型材料受照射, 而 p 型材料的长度是有限的。

对于第一种情况具有下列的解：

$$p = \tau_p g_p (e^{qU/kT} - 1) e^{-x_r/L_p} + \frac{\tau_p g_0}{a_p^2 - 1} (e^{-x_r/L_p} - e^{-x_r/L_\lambda}) + \tau_p g_p; \quad (16)$$

$$n = \tau_n \left[g_n (e^{qU/kT-1}) + \frac{g_0}{a_n^2 - 1} \right] \frac{\operatorname{ch} [(d_l - x_l)/L_n]}{\operatorname{ch} (d_l/L_n)} \\ + \frac{\tau_n g_0}{a_n^2 - 1} \left(a_n e^{d_l/L_\lambda} \frac{\operatorname{sh} (x_l/L_n)}{\operatorname{ch} (d_l/L_n)} - e^{x_l/L_n} \right) + \tau_n g_n, \quad (17)$$

式中 $a_p = L_p/L_\lambda$; $a_n = L_n/L_\lambda$; L_p ——在 n 型材料中的空穴扩散长度, $L_p = (D_p \tau_p)^{\frac{1}{2}}$; L_n ——在 p 型材料中的电子扩散长度。在结中电子和空穴的电流密度之和给出总电流密度。对于第 1 种情况

$$J_p(0) = -qD_p \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_0 \\ = qg_p L_p (e^{qU/kT} - 1) - \frac{qg_0 L_p}{a_p^2 + 1}; \quad (18)$$

$$J_n(0) = -qD_n \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_0 \\ = qg_n L_n (e^{qU/kT} - 1) \operatorname{th} \frac{d_n}{L_n} \\ - \frac{qg_0 L_n}{a_n^2 + 1} \left(a_n e^{d_n/L_n} \operatorname{sch} \frac{d_n}{L_n} - a_n - \operatorname{th} \frac{d_n}{L_n} \right). \quad (19)$$

对于第 2 种情况

$$p = \tau_p \left[g_p (e^{qU/kT} - 1) + \frac{g_0}{a_p^2 - 1} \right] \frac{\operatorname{ch} [(d_r - x_r)/L_p]}{\operatorname{ch} (d_r/L_p)} \\ - \frac{\tau_p g_0}{a_p^2 - 1} \left(a_p e^{-d_r/L_p} \frac{\operatorname{sh} (x_r/L_p)}{\operatorname{ch} (d_r/L_p)} + e^{-x_r/L_p} \right) + \tau_p g_p. \quad (20)$$

n 的方程与方程(17)类似。

$$J_p(0) = qg_p L_p (e^{qU/kT} - 1) \operatorname{th} \frac{d_r}{L_p} \\ - \frac{qg_0 L_p}{a_p^2 - 1} \left(a_p - a_p e^{-d_r/L_p} \operatorname{sch} \frac{d_r}{L_p} - \operatorname{th} \frac{d_r}{L_p} \right). \quad (21)$$

$J_n(0)$ 的方程与方程(19)类似。将 p 和 n 符号互换，便可根据第 1 和第 2 种情况的方程得到第 3 和第 4 种情况的方程。在任一种情况下，电流密度都等于 $J = J_p(0) + J_n(0)$ 。这个式子可写成如下形式：

$$J = q(e^{qU/kT} - 1)(g_p L'_p + g_n L'_n) - qg_0(L_1 + L_2), \quad (22)$$

式中 L'_p , L'_n , L_1 和 L_2 ——某些系数。（在此方向的电流一般称为整流器的“反”电流）

为了方便起见，改变方程(22)右面部分的符号。此时

$$J = qg_p L - qg_0 L'(e^{qU/kT} - 1), \quad (23)$$

式中 $L = L_1 + L_2$ 和 $gL' = g_p L'_p + g_n L'_n$ 。自方程(23)解 U ，得到：