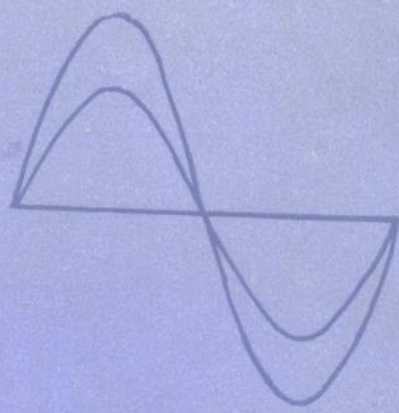


锁相同步理论



锁相 同步理论

郑继禹 编著

重庆大学出版社

重庆



锁 相 同 步 理 论

郑 继 禹 编 著



重 庆 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书是作者在硕士研究生课程“锁相同步理论”教学基础上编写而成的。全书分三大部份、共十章。比较全面与系统地从理论上分析与讲述了模拟锁相环、跟踪与同步锁相环、数字锁相环的工作原理与性能。全书内容新颖、概念清晰,对从事锁相理论与技术的教学、科研与工程应用均有参考价值。

本书可作工科电子类专业的研究生与本科生的教材或参考书,亦可供从事电子技术应用的工程技术人员参考。



重庆大学出版社出版发行
新华书店经销
重庆建筑专科学校印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 9.125 字数: 228 千
1991年4月第1版 1991年4月第1次印刷
印数: 1—2800

ISBN 7-5624-0344-9
标准书号: TN·6 定价: 2.46元

前 言

本书是在硕士研究生课程“锁相同步理论”的教学实践基础上编写而成的。鉴于目前有关锁相技术方面的著作，大多偏重于从工程应用的角度讲述，本书则在此基础上，着重从理论上系统地分析与叙述锁相环的构成机制、工作原理与性能。全书分三篇，共十章。第一篇为模拟锁相环理论，共三章，扼要地叙述了APLL的原理与性能，并有一章专门介绍环路前置带通限幅器与连续波干扰对环路性能的影响；第二篇介绍跟踪与同步锁相环，共三章，着重分析平方环、同相-正交环、判决反馈环与延迟锁定环的原理与性能；第三篇为数字锁相环，共四章，比较全面地介绍数字锁相环的发展，及有代表性的一些全数字锁相环的原理与性能。

本书的完成得益于作者与西安电子科技大学的张厥盛教授、万心平教授的多年共事与合作；有关数字锁相环的部分内容，从中科院研究生院龙文澄教授的“数字锁相环”讲义中亦得益非浅，在此表示感谢。由于作者水平有限，殷切希望广大读者批评指正。

此外，对桂林电子工业学院教务处在本书出版中所作努力表示感谢。

作 者

1989.12.

目 录

第一篇 模拟锁相环理论

第一章 线性锁相环理论	(1)
第一节 导论.....	(1)
一、引言	(1)
二、环路的简单同步过程	(1)
三、环路基本方程	(2)
四、等效噪声电压 $N[t, \theta_e(t)]$	(3)
五、环路跟踪方程与模型	(4)
第二节 线性锁相环性能表征.....	(5)
一、环路传递函数	(5)
二、动态响应	(7)
三、噪声性能	(8)
第三节 锁相环的最佳化.....	(9)
一、均方误差最小准则——维纳滤波器.....	(9)
二、锁相环最佳化	(11)
三、最佳环路形式	(12)
第二章 非线性锁相环理论	(15)
第一节 捕获过程.....	(15)
一、相图原理	(15)
二、高增益二阶环相图	(17)
三、非理想二阶环相图	(18)
四、频率斜升输入的二阶环相图	(19)
第二节 跟踪相差的统计特性.....	(20)
一、Fokker-Planck方程	(20)
二、一阶环稳态相差概率密度	(22)
三、一阶环跳周平均时间	(25)
四、二阶环统计跟踪特性	(26)
第三章 模拟锁相环中特殊问题	(28)
第一节 前置带通限幅器的二阶环.....	(28)
一、基本组成与原理	(28)
二、信号抑制系数 α	(29)
三、限幅器性能因数 Γ_p	(30)
第二节 连续波 (CW) 干扰对环路载波跟踪的影响	(32)
一、系统模型	(32)
二、一阶环的统计特性	(33)
三、失锁门限点的干扰值	(33)

第二篇 跟踪与同步锁相环

第四章 抑制载波跟踪环	(37)
第一节 抑制载波跟踪环的结构形式.....	(37)
一、最大似然函数估值	(37)
二、抑制载波跟踪环的最佳结构	(38)
第二节 平方环与同相-正交环	(40)
一、平方环工作原理	(40)
二、同相-正交环与平方环的等效性	(42)
三、输出噪声相位方差	(43)
第三节 同相-正交环与平方环中假锁	(46)
一、假锁形成机制	(46)
二、假锁现象分析	(47)
三、随机数据下的假锁防护	(48)
第四节 判决反馈环.....	(50)
一、环路组成	(50)
二、环路原理分析	(51)
三、等效鉴相特性 $D(\theta_e)$	(53)
第五节 多相 PSK 信号的载波跟踪	(54)
一、N 次幂环	(54)
二、N 相同相-正交环	(54)
三、N 相判决反馈环	(54)
第五章 码位同步环	(57)
第一节 最佳码位同步器的构造形式.....	(57)
一、估值依据	(57)
二、最佳同步器一般结构	(58)
第二节 数据转换跟踪环 (DTTL)	(59)
一、环路结构形式	(59)
二、DTTL 环的工作原理	(60)
三、DTTL 环路跟踪性能	(62)
第三节 早-迟门型同步环 (ELGTL).....	(65)
一、早-迟门型同步环一般构成	(65)
二、绝对值式早-迟门型同步环工作原理	(67)
第四节 两种高速码位同步环.....	(71)
一、按最小似然率的码位同步环 (MINL)	(71)
二、次最佳码位同步环 (SML)	(72)
第六章 延迟锁定环	(77)
第一节 测距的基本概念.....	(77)
一、测距原理	(77)
二、侧音组合的测距信号	(78)
三、伪随机码测距信号	(79)

第二节 延迟锁定环(DLL).....	(81)
一、DLL 组成与原理	(81)
二、环路相关特性 $R_{DLL}(\tau_c)$	(81)
三、DLL 的噪声性能	(83)
四、DLL 的数学模型	(84)
第三节 双环跟踪装置.....	(85)
一、双环构成特点	(85)
二、等效相关器特性	(86)
参考文献	(87)

第三篇 数字锁相环

第七章 数字锁相环导论.....	(88)
第一节 概述.....	(88)
一、数字锁相环发展与分类	(88)
二、DPLL与MAP 估值之间关系	(89)
第二节 数字锁相环的实现.....	(91)
一、环路部件的原理与功能	(91)
二、DPLL 构成实例	(97)
第八章 ZC_1 -DPLL	(102)
第一节 环路方程与模型.....	(102)
一、环路差分方程	(102)
二、环路基带相位模型	(104)
第二节 ZC_1 -DPLL 性能分析.....	(104)
一、无噪环路跟踪性能	(104)
二、有噪环路跟踪性能	(108)
第三节 有量化的 ZC_1 -DPLL.....	(115)
一、对相位阶跃的响应	(115)
二、对频率阶跃的响应	(116)
第九章 双向过零抽样数字环(ZC_2 -DPLL).....	(120)
第一节 环路组成与原理.....	(120)
一、环路组成	(120)
二、环路工作原理	(120)
第二节 方波信号下环路的统计性能.....	(121)
一、随机徘徊模型	(121)
二、模 1 周稳态概率	(122)
三、平均跳周时间	(124)
第三节 有失真的方波信号下环路统计性能.....	(126)
一、稳态概率与定时误差方差	(126)
二、平均跳周时间	(128)
第十章 超前滞后数字环(LL-DPLL).....	(129)
第一节 LL-DPLL 工作原理.....	(129)

第一篇 模拟锁相环理论

第一章 线性锁相环理论

第一节 导 论

一、引言

通常,在相位相干通信系统中,要很好地传输信息,必须接收端能以尽可能小的误差来确定或估值接收信号的频率和相位,以使相干解调数字或模拟信息时,能提供准确的相干参考信号。当然,这就要求传输信号中含有这种相干参考信号分量或它的有关频率和相位的信息。将载有数字或模拟信息的信号调制在射频载波上,使整个信号功率谱中存留一定的剩余的载波分量,那么接收端可用一个窄带锁相环路来跟踪此分量,提供所希望的相干参考信号。但是,也有一些数字或模拟调制方式,整个信号功率谱中基本不存留剩余的载波分量,例如相移键控(PSK),通常基带数字信号频谱中不含有直流分量,所以调制后射频频谱中载波分量是受抑制的。但是,存在的基带数字转换却可使射频信号中载有载波分量的信息,利用这种信息接收端可用抑制载波的锁相跟踪环来产生相干参考信号。因此,锁相环除在电子技术各个领域有广泛应用外,在通信技术中占有相当重要的地位。

二、环路的简单同步过程

实质上,锁相环是一个频率与相位的同步控制系统。它的工作过程很容易用图1-1的组成框图说明。

在图1-1上,环路输入是信号 $v_i(t) = V_i \sin[\omega_c t + \theta(t)]$ 与加性噪声 $n(t)$ 之和。它与压控振荡器(VCO)的输出 $v_o(t) = V_o \cos[\omega_c t + \hat{\theta}(t)]$ 一起加在相乘器(此为鉴相器PD)上,相乘器的鉴相作用产生一个误差电压 $v_d(t)$ 。此电压的大小与波形变化取决于 $v_i(t)$ 与 $v_o(t)$ 之间的频率与相位的差值和加性噪声 $n(t)$ 。误差信号 $v_d(t)$ 经环路滤波器(LP)处理后,可改变VCO输出信号

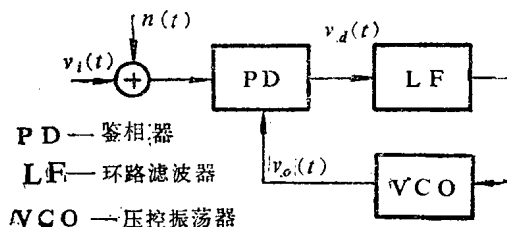


图1-1 锁相环路基本组成

的频率及相位,使之跟踪输入信号的频率与相位。在VCO输出信号 $\vec{v_o}(t)$ 的表示式中, $\hat{\theta}(t)$ 就表征着输入信号的频率与相位的跟踪估值。因此无噪声时, $\hat{\theta}(t)$ 与 $\theta(t)$ 取得一致,即可取得完全的同步。实际上,加性噪声 $n(t)$, 还有VCO本身频率不稳定产生的噪声起伏,必然要影响到同步精度。即 $\hat{\theta}(t)$ 与 $\theta(t)$ 不能完全一致,存在一定的跟踪误差或称估值误差。只要误差处在设计上允许的精度范围内,我们就认为环路仍处于同步状态。此外,通常锁相环处于正常工作的信噪比范围内,环路内部噪声的影响与外部噪声 $n(t)$ 产生的影响相比,一般是很小的。因此,下面的讨论我们将忽略VCO频率不稳定等内部干扰所产生的影响。而且,

对下面叙述的锁相环理论略加修正，也还可将内部噪声与干扰的影响等效地考虑进去。

三、环路基本方程

设锁相环输入信号 $x(t)$ 为

$$x(t) = V_i \sin[\omega_o t + \theta(t)] + n(t) \quad (1-1)$$

式中 $\theta(t)$ 表示输入信号相对相位，可假设 $\theta(t) = \Delta\omega_o t + \theta_i$ ， $\Delta\omega_o = \omega_i - \omega_o$ 为固有频差， θ_i 为固定的起始相位。

加性噪声 $n(t)$ 一般是一个平稳的窄带高斯随机过程，可表示为

$$n(t) = n_c(t) \cos \omega_o t - n_s(t) \sin \omega_o t \quad (1-2)$$

式中 $n_c(t)$ 和 $n_s(t)$ 是统计独立，单边功率谱密度为 $2N_o$ (W/Hz) 及单边噪声带宽为 $B_i/2$ 的低频带限分量。下面推证 $n(t)$ 、 $n_c(t)$ 与 $n_s(t)$ 的关系：

$n_c(t)$ 与 $n_s(t)$ 的自相关函数

$$\gamma(\tau) = E[n_c n_{c\tau}] = E[n_s n_{s\tau}] \quad (1-3)$$

因属低频带限白噪声，所以 $\gamma(\tau)$ 值为

$$\gamma(\tau) = N_o \beta_i \left(\frac{\sin \pi \beta_i \tau}{\pi \beta_i \tau} \right) \quad (1-4)$$

由于 $n_c(t)$ 与 $n_s(t)$ 是统计独立的，所以互相关函数

$$E[n_c n_{s\tau}] = -E[n_s n_{c\tau}] = 0 \quad (1-5)$$

$n(t)$ 的自相关函数为

$$R_n(\tau) = \gamma(\tau) \cos \omega_o \tau = N_o \beta_i \left(\frac{\sin \pi \beta_i \tau}{\pi \beta_i \tau} \right) \cos \omega_o \tau \quad (1-6)$$

运用简单的三角运算，可将式(1-2)表示成

$$n(t) = N_c(t) \cos[\omega_o t + \theta(t)] - N_s(t) \sin[\omega_o t + \theta(t)] \quad (1-7)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} N_c(t) &= n_c(t) \cos \theta(t) + n_s(t) \sin \theta(t) \\ N_s(t) &= -n_c(t) \sin \theta(t) + n_s(t) \cos \theta(t) \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

经过推导， N_c 、 N_s 的自相关与互相关函数有关系如下：

$$\left. \begin{aligned} E[N_c N_{c\tau}] &= E[N_s N_{s\tau}] = \gamma(\tau) \cos \Delta\theta_\tau \\ E[N_c N_{s\tau}] &= -E[N_s N_{c\tau}] = \gamma(\tau) \sin \Delta\theta_\tau \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

$$\text{式中 } \Delta\theta_\tau = \theta(t) - \theta(t + \tau) \quad (1-10)$$

假设 VCO 输出信号

$$v_o(t) = V_o \cos[\omega_o t + \hat{\theta}(t)] \quad (1-11)$$

$\hat{\theta}(t)$ 为受控相位，它与由环路滤波器来的控制电压 $v_c(t)$ 之间关系为

$$\hat{\theta}(t) = K_o \int_0^t v_c(z) dz \quad (1-12)$$

式中 K_o 为 VCO 控制增益，单位为弧度/伏·秒。

$x(t)$ 与 $v_o(t)$ 经 PD 相乘输出，由于输出中倍频项经环路滤波器可除去，不会对 VCO 的频率和相位起控制作用，故可略去。这样，可对环路起控制调节作用的 PD 输出相位误差电压为

$$v_d(t) = K_d \sin \theta_e(t) + N[t, \theta_e(t)] \quad (1-13)$$

式中 K_d 为鉴相器增益，单位为伏/弧度， $K_d = \frac{1}{2} k_m V_i V_o$ ， k_m 为相乘系数。而

$$\theta_e(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t) \quad (1-14)$$

为相位误差

$$N[t, \theta_e(t)] = \frac{1}{2} k_m V_0 [N_c(t) \cos \theta_e(t) - N_s(t) \sin \theta_e(t)] \quad (1-15)$$

为等效相加噪声电压。可以证明，它可近似地等效为一低通型平稳白高斯过程。

$v_d(t)$ 经环路滤波器处理后的输出为

$$v_c(t) = F(p) v_d(t) \quad (1-16)$$

式中 p 表示微分算子 $p \equiv \frac{d}{dt}$ ，故 $F(p)$ 表示着环路滤波器的线性微分方程式的算子形式。

$$\text{由于} \quad \hat{\theta}(t) = K_o \int_0^t v_c(z) dz = \frac{K_o}{p} v_c(t) \quad (1-17)$$

所以有

$$\hat{\theta}(t) = \frac{K_o}{p} F(p) v_d(t) \quad (1-18)$$

组合上述各式，可有锁相环的随机积分微分方程的算子表示形式

$$\begin{aligned} \theta_e(t) &= \theta(t) - \hat{\theta}(t) \\ &= \theta(t) - \frac{K_o F(p)}{p} \{K_d \sin \theta_e(t) + N[t, \theta_e(t)]\} \end{aligned} \quad (1-19)$$

根据(1-19)式画出的环路等效相位模型如图1-2所示。方程(1-19)式与图1-2模型是进一步分析环路在各种状态下性能的基础。

四、等效噪声电压 $N[t, \theta_e(t)]$

由于 $\theta_e(t)$ 与等效噪声分量 $N_c(t)$ 、 $N_s(t)$ 的变化相比要慢得多，因而求 $N[t, \theta_e(t)]$ 的自相关函数时，可以分两步走：第一步先保持缓变量 θ_e 固定，对快变量求统计平均；第二步再对缓变量求平均。也即

$$R_N(\tau) = E[R_N(\tau/\theta_e)] \quad (1-20)$$

进一步表示为

$$R_N(\tau) = E\{E[N(t, \theta_e)N(t+\tau, \theta_e)/\theta_e]\} \quad (1-21)$$

由(1-15)式有

$$\begin{aligned} R_N(\tau) &= \left(\frac{K_d}{V_i}\right)^2 \{E[N_c N_{c,\tau}] \cos^2 \theta_e + E[N_s N_{s,\tau}] \sin^2 \theta_e \\ &\quad - (E[N_c N_{s,\tau}] + E[N_s N_{c,\tau}]) \sin \theta_e \cos \theta_e\} \end{aligned} \quad (1-22)$$

考虑到(1-9)式，上式可简化为

$$R_N(\tau) = \left(\frac{K_d}{V_i}\right)^2 \gamma(\tau) \overline{\cos \Delta \theta_e} \quad (1-23)$$

由于 $B_i \gg B_\theta$ ，对应地相关时间 $\tau_\theta \gg \tau_n$ 。也就是说，在 $\theta(t)$ 变化比较缓慢情况下，可近似认为

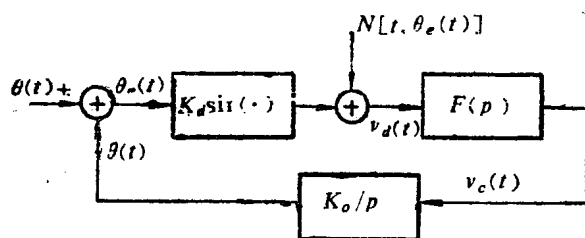


图1-2 锁相环等效相位模型

$$\Delta\theta_\tau = \theta(t) - \theta(t+\tau) \approx 0$$

因此

$$R_N(\tau) \approx \left(\frac{K_d}{V_i} \right)^2 \gamma(\tau) \quad (1-24)$$

对于比较大的 B_i 值, 由(1-4)式可近似得

$$\gamma(\tau) \approx N_0 \delta(\tau) \quad (1-25)$$

故

$$R_N(\tau) \approx \left(\frac{K_d}{V_i} \right)^2 \cdot N_0 \delta(\tau) \quad (1-26)$$

所以, 等效噪声过程 $N[t, \theta_e(t)]$ 可近似为白高斯噪声过程, 单边功率谱密度为 $2N_0 \left(\frac{K_d}{V_i} \right)^2$,

与输入噪声分量 n_c 、 n_s 有基本相同性质。

五、环路跟踪方程与模型

通常, 环路输入信号相位 $\theta(t)$ 有三部分组成, 即

$$\theta(t) = d(t) + M(t) + \psi(t) \quad (1-27)$$

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 多普勒 数字或模 发端频率不稳定
 频移 拟调制 形成的相位漂移

显然, 环路方程式(1-19)中 θ_e 表示总的环路相位误差, 而作为应用我们应该考虑应跟踪的那部分的估值相位误差。对于载波跟踪, $\hat{\theta}$ 表示 $d + \psi$ 的估值。所以估值相差为

$$\theta_e = d + \psi - \hat{\theta} \quad (1-28)$$

而此时总相位误差是

$$\theta_s = \theta_e + M \quad (1-29)$$

这样, 在载波跟踪情况下, 环路方程变成

$$\theta_e = d + \psi - \frac{K_o F(p)}{p} [K_d \sin(\theta_e + M) + N(t, \theta_e)] \quad (1-30)$$

将上式进一步展开, 可得

$$\theta_e = d + \psi - \frac{K_o F(p)}{p} [K_d \sin \theta_e \cos M + K_d \cos \theta_e \sin M + N(t, \theta_e)] \quad (1-31)$$

在载波跟踪状态下, 环路设计成窄带, 方程式中调制项 $\cos \theta_e \sin M$ 将处于带宽之外而可略去, 而环路只是对误差电压 $K_d \sin \theta_e \cos M$ 项中缓变直流成分 $K_d \sin \theta_e \cos M$ 有响应。因此实际上, 对于载波跟踪的实用环路方程应为

$$\theta_e = d + \psi - \frac{K_o F(p)}{p} [K_d \sin \theta_e \cos M + N(t, \theta_e)] \quad (1-32)$$

实用相位模型如图1-3所示。

若环路只用于多普勒跟踪, 则 $\hat{\theta}$ 只是 d 的估值, 估值误差为 $\varphi_d = d - \hat{\theta}$, 环路总相位误差为

$$\theta_e = \varphi_d + M + \psi \quad (1-33)$$

环路方程变为

$$\varphi_d = d - \frac{K_o F(p)}{p} [K_d \sin(\varphi_d + M + \psi)]$$

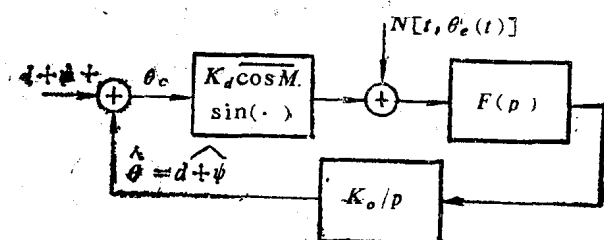


图1-3 载波跟踪环路实用相位模型

$$+M+\psi)+N(t, \theta_e)] \quad (1-34)$$

对应环路相位模型如图 1-4 所示。

对于角调制跟踪应用, 由于多普勒频移的存在, $\hat{\theta}$ 应是 $M+d$ 的估值。因为环路在实施角调制 $M(t)$ 跟踪时, 必然要跟踪多普勒频移变化。所以估值跟踪相差 $\varphi_m = M+d - \hat{\theta}$, 环路总相位误差

$$\theta_e = \psi_M + \psi \quad (1-35)$$

环路方程为

$$\varphi_m = d + M - \frac{K_o F(p)}{p} [K_d \sin(\varphi_M + \psi) + N(t, \theta_e)] \quad (1-36)$$

对应相位模型如图 1-5 所示。

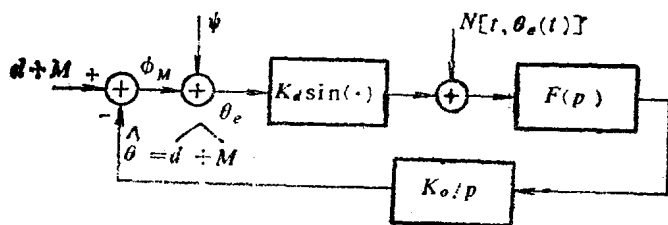


图1-5 角调制跟踪环路实用相位模型

为跟踪角调制变化, 环路滤波器必须让调制 $M(t)$ 的频谱通过, 所以一般环路带宽比载波或多普勒跟踪应用下要宽得多。此外, 若要通过环路恢复 $M(t)$, 即取得角调制解调输出的话, 在环路滤波器输出端外接一低通滤波器, 响应 $F_o(p)$, 可输出较好的估值信号 $\hat{M}(t)$ 。

第二节 线性锁相环性能表征

在图1-2上, 当环路处于正常跟踪状态时, 相位误差 $\theta_e(t)$ 是围绕着锁定点在较小范围内变化, 因此可令 $\sin \theta_e(t) \approx \theta_e(t)$, 使环路线性化。相应地, 图 1-2 变为线性等效相位模型图1-6, (1-19) 式成为线性微分方程式, 运用拉普拉斯变换可有

$$s\theta_e(s) = s\theta(s) - K_o F(s) \{K_d \theta_e(s) + N[s, \theta_e(s)]\} \quad (1-37)$$

一、环路传递函数

按照方程式(1-37), 环路对输入相位 $\theta(t)$ 的闭环传递函数应为

$$H(s) = \frac{\hat{\theta}(s)}{\theta(s)} = \frac{KF(s)}{s + KF(s)} \quad (1-38)$$

式中 $K = K_o K_d$ 为环路增益。这样, 锁相环等效为信号相位的线性滤波器。如果要提取信号相位的慢变分量, 只要使 $H(s)$ 的带宽很窄就行了。这种环路就是载波跟踪环路。

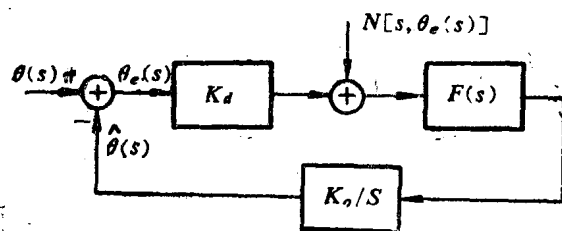


图1-6 线性等效相位模型

若输入信号是一个调角信号,信号相位对应着随机的语言或编码信号等。由图1-5可见,从环路滤波器输出端可获得信号相位解调输出,其为 $\hat{M}(s)=V_e(s)F_o(s)$ 而,

$$V_e(s) = \frac{s\theta(s)}{K_o} \cdot H(s) \quad (1-39)$$

故
$$\hat{M}(s) = s\theta(s) \cdot \frac{1}{K_o} \cdot H(s)F_o(s) \quad (1-40)$$

显然, $s\theta(s)$ 表示信号相位的微分,对应着调频信号的频率调制变化。因此,只要闭环 $H(s)$ 带宽足够宽,大于随机语言或编码信号的功率谱密度占据的频谱宽度,那 $v_e(t)$ 可精确地反映语言与编码信号的变化,再经低通滤波器 $F_o(s)$ 的响应补偿处理,可得无失真调频解调输出 $\hat{M}(t)$ 。此时, VCO 输出信号相位 $\hat{\theta}(t)$ 是跟踪 $\theta(t)$ 的变化的,这就是调制跟踪环路。

环路的跟踪精度可用相位误差来衡量。由图1-6, 环路对输入相位的误差传递函数为

$$H_e(s) = \frac{\theta_e(s)}{\theta(s)} = 1 - H(s) = \frac{s}{s + KF(s)} \quad (1-41)$$

在调制跟踪状态下,因随机语言或编码信号是非确知信号,信号统计特性可用功率谱密度表征。设输入相位的功率谱密度为 $S_\theta(\omega)$,环路作为线性滤波器,其输出相位的谱密度为

$$s_\theta^A(\omega) = |H(j\omega)|^2 s_\theta(\omega) \quad (1-42)$$

同理可有跟踪的相位误差谱密度

$$s_{\theta_e}(\omega) = |1 - H(j\omega)|^2 s_\theta(\omega) \quad (1-43)$$

显然,它们都取决于环路闭环频率响应。由式(1-38)看出,环路增益一定时,只要给定环路滤波器 $F(s)$,闭环响应 $H(s)$ 就确定了。最常用的环路滤波器有一阶无源比例积分滤波器与有源比例积分滤波器,它们的 $F(s)$ 分别为

$$F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s\tau_1} \quad (1-44)$$

及
$$F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_1} \quad (1-45)$$

式中, τ_1 、 τ_2 为电路时间常数。

将两种 $F(s)$ 分别代入 $H(s)$ 与 $H_e(s)$ 的表示式,可得具体二阶锁相环路的 $H(s)$ 及 $H_e(s)$ 。

对于二阶环路,还可用二阶阻尼振荡系统的参数 ω_n (自然谐振频率)、 ξ (阻尼系数)来表示 $H(s)$ 与 $H_e(s)$ 。下面分别给出:

采用 $F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s\tau_1}$ 的二阶环的 $H(s)$ 及 $H_e(s)$ 为

$$H(s) = \frac{s^2\tau_1 + s}{s^2\tau_1 + s(1 + K\tau_2) + K} = \frac{s(2\xi\omega_n - \omega_n^2/K) + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1-46)$$

$$H_e(s) = \frac{K(1 + s\tau_2)}{s^2\tau_1 + s(1 + K\tau_2) + K} = \frac{s(s + \omega_n^2/K)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1-47)$$

采用 $F(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}$ 的二阶环的 $H(s)$ 及 $H_e(s)$ 为

$$H(s) = \frac{K(1+s\tau_2)}{s^2\tau_2 + sK\tau_2 + K} = \frac{2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1-48)$$

$$H_e(s) = \frac{s^2\tau_1}{s^2\tau_1 + sK\tau_2 + K} = \frac{s^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1-49)$$

式中 ω_n , ξ 与环路增益 K 及时间常数 τ_1 , τ_2 之间关系为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{\tau_1}}, \quad \xi = \begin{cases} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K}{\tau_1}} \left(\tau_2 + \frac{1}{K} \right) & \left(\text{采用 } F(s) = \frac{1+s\tau_2}{1+s\tau_1} \text{ 的二阶环} \right) \\ \frac{\tau_2}{2} \sqrt{\frac{K}{\tau_1}} & \left(\text{采用 } F(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1} \text{ 的二阶环} \right) \end{cases} \quad (1-50)$$

二、动态响应

输入信号相位 $\theta(t)$ 一般是任意的时间函数, 因而具有各阶导数。但在大多数载波跟踪的实际情况下, 含有多普勒频移与发信机振荡源不稳定的频率漂移的 $\theta(t)$ 均属慢变化, 只要计及二阶导数就够了。例如进行卫星运行测量时, 一般只需考虑到位移、速度与加速度就行了。因此, 对于衡量线性环路的动态跟踪性能, 可将输入相位表示成典型方式, 即

$$\theta(t) = \Delta\theta + \Delta\omega_o t + \frac{1}{2} R t^2 \quad t > 0 \quad (1-51)$$

$\uparrow \quad \quad \uparrow \quad \quad \uparrow$
 相位阶跃 频率阶跃 频率斜升

其拉氏变换式

$$\theta(s) = \frac{\Delta\theta}{s} + \frac{\Delta\omega_o}{s^2} + \frac{R}{s^3} \quad (1-52)$$

可表征环路跟踪能力的是环路相位误差的动态响应过程与稳态跟踪相差。由式(1-41)有

$$\theta_e(s) = \theta(s) \cdot \frac{s}{s + KF(s)} = \frac{\Delta\theta + \Delta\omega_o/s + R/s^2}{s + KF(s)} \quad (1-53)$$

将具体环路的 $F(s)$ 代入上式, 再进行拉氏反变换, 就可得到动态时间响应曲线, 即 $\theta_e(t) = L^{-1}\theta_e(s)$ 。运用终值定理, 不难求得 $t \rightarrow \infty$ 时的稳态跟踪相差。其表示式为

$$\theta_e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s\theta_e(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s\Delta\theta + \Delta\omega_o + R/s}{s + KF(s)} \quad (1-54)$$

按照自动控制理论, 系统稳态误差同系统包含的理想积分环节个数有关, 这种个数称之为系统的型数。锁相环中的 VCO 是一个理想积分环节, 故对 $F(s) = \frac{1+\tau_2 s}{1+\tau_1 s}$ 的二阶环为二

阶 1 型; 对于 $F(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}$ 的二阶环为二阶 2 型。1 型与 2 型环路对 $\theta(t)$ 中三种速率变化的稳态相差分别为

$$\theta_e(\infty) = 0 + \frac{\Delta\omega_o}{K} + \infty \quad (\text{二阶 1 型})$$

$$\begin{array}{ccccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \\ \Delta\theta & \Delta\omega_o t & \frac{1}{2} R t^2 & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ \theta_e(\infty) = 0 & + & 0 & + & \tau_1 R/K \quad (\text{二阶 2 型}) \end{array}$$

三、噪声性能

在图 1-6 上, 等效噪声电压 $N[t, \theta_e(t)]$ 可近似地表示为一低通型平稳白高斯噪声过程, 条件是相差 $\theta_e(t)$ 与 $N_e(t)$ 、 $N_i(t)$ 的变化相比要慢得多。实际情况下, 分析 $N[t, \theta_e(t)]$ 对环路性能的影响, 常满足上述条件而略去 $\theta_e(t)$ 的作用。这样, 在环路线性等效相位模型中, 可令 $N[s, \theta_e(s)] \approx N(s)$, 其在 $\left[0, \frac{B_i}{2}\right]$ 频域内单边功率谱密度为 $2\left(\frac{K_d}{V_i}\right)^2 N_o$ 。因 $N(s)$ 产生的输出相位噪声为

$$\hat{\theta}_N(s) = H(s) \cdot \frac{N(s)}{K_d} \quad (1-55)$$

输出相位噪声功率谱密度

$$S_{\hat{\theta}_N}(\omega) = \frac{2N_o}{V_i^2} |H(j\omega)|^2 \quad (1-56)$$

因此, 输出相位噪声方差

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{\theta}_N}^2 &= \frac{2N_o}{V_i^2} \int_0^{B_i/2} |H(j\omega)|^2 df \\ &\approx \frac{N_o}{V_i^2} \int_0^\infty |H(j\omega)|^2 df = \frac{2N_o}{V_i^2} B_L \end{aligned} \quad (1-57)$$

式中 $B_L = \int_0^\infty |H(j\omega)|^2 df$ 为环路等效噪声带宽。二阶环的 B_L 分别为

$$B_L \approx \begin{cases} \frac{1+\gamma}{4\tau_2} = \frac{\omega_n}{8\xi} (1+4\xi^2) & \text{采用 } F(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1} \text{ 的二阶环} \\ \frac{1+\gamma}{4\tau_2(1+\tau_2/\gamma\tau_1)} = \frac{\omega_n}{8\xi} \left[1 + \left(2\xi - \frac{\omega_n}{K} \right)^2 \right] & \text{采用 } F(s) = \frac{1+s\tau_2}{1+s\tau_1} \text{ 的二阶环} \end{cases} \quad (1-58)$$

$$\text{式中} \quad \gamma = \frac{K\tau_2^2}{\tau_1}$$

显然, B_L 的大小表明了环路对输入噪声的抑制能力。但是后面分析表明, 定义环路信噪比来表征环路的噪声性能更为恰当。环路信噪比定义

$$\begin{aligned} \rho_L &= \frac{\text{环路输入信号功率}}{\text{可进入环路的单边噪声功率}} = \frac{V_i^2/2}{B_L N_o} \\ &= \frac{V_i^2}{2B_L N_o} \quad (\text{单边定义}) \end{aligned} \quad (1-59)$$

由(1-57)式看出, 输出相位噪声方差与 ρ_L 关系为

$$\sigma_{\theta_N}^2 = \frac{1}{\rho_L} \quad (1-60)$$

显然, ρ_L 值愈大, $\sigma_{\theta_N}^2$ 值愈小, 表明环路抑制输入噪声能力愈强。

第三节 锁相环的最佳化

如前所述, 线性化锁相环是一个对输入相位与噪声的线性过滤系统。显然, 跟踪相差最小是人们所关心的。因此可使用系统均方误差最小准则来使环路性能最佳化。

一、均方误差最小准则——维纳滤波器

设系统输入

$$x(t) = S(t) + n(t) \quad (1-61)$$

是一个联合平稳随机过程。那么经系统线性过滤后的输出亦是一个平稳随机过程。如图1-7所示, 因噪声产生的系统估值

误差为

$$\varepsilon(\lambda) = y(\lambda) - s(\lambda) \quad (1-62)$$

图中, $x(\lambda)$ 为随机函数 $\{x(\lambda)\}$ 的样品函数, $\lambda \in [t_0, t]$; $y(\lambda)$ 为经线性滤波器处理后 $s(\lambda)$ 的估值。

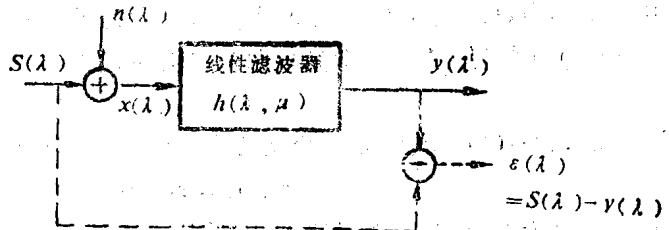


图1-7 求最佳线性滤波器的数学模型

所谓最佳化, 就是最佳地选择 $h(\lambda, u)$ 使之产生的估值误差 $\varepsilon(\lambda)$ 有最小均方误差值, 即

$$\sigma_e^2(\lambda) = E[\varepsilon^2(\lambda)] = E[\langle s(\lambda) - y(\lambda) \rangle^2] = \min$$

$h(\lambda, u)$ 为线性滤波器的脉冲响应函数, 它表示在时刻 λ 对时刻 u 输入脉冲响应。对于时不变系统, $h(\lambda, u)$ 只同 $\lambda - u$ 有关; 物理可实现系统还满足 $\lambda \in [-\infty, t]$, 且有 $h(\lambda, u) = 0$, $\lambda < u$ 。这样, 对一个时不变、物理可实现系统, 可有

$$\sigma_e^2(\lambda) = E \left\{ \left[s(\lambda) - \int_{-\infty}^t h(\lambda, u) x(u) du \right]^2 \right\} \quad -\infty \leq \lambda, u \leq t \quad (1-63)$$

设可使 $\sigma_e^2(\lambda) = \min$ 的 $h(\lambda, u)$ 为 $h_\Delta(\lambda, u)$, 则上式中 $h(\lambda, u)$ 可表示为

$$h(\lambda, u) = h_\Delta(\lambda, u) + \delta h_\delta(\lambda, u) \quad (1-64)$$

δ 为一实数, 代入(1-63)式, 通过取均值、合并, 并使 $\sigma_e^2(\lambda)$ 为最小等泛函分析运算, 可得 $h_\Delta(\lambda, u)$ 满足下面关系式

$$R_{xx}(\lambda, u) = \int_{-\infty}^t h_\Delta(\lambda, u) R_x(u, v) dv \quad (1-65)$$

显然, 如前所述, $h(\lambda, u)$ 只取决于 $\lambda - u$, 若令 $t = \lambda$, 则 $h_\Delta(t, v)$ 只同 $t - v$ 有关, 故有

$$R_{xx}(t - u) = \int_{-\infty}^t h_\Delta(t - v) R_x(u - v) dv \quad (1-66)$$