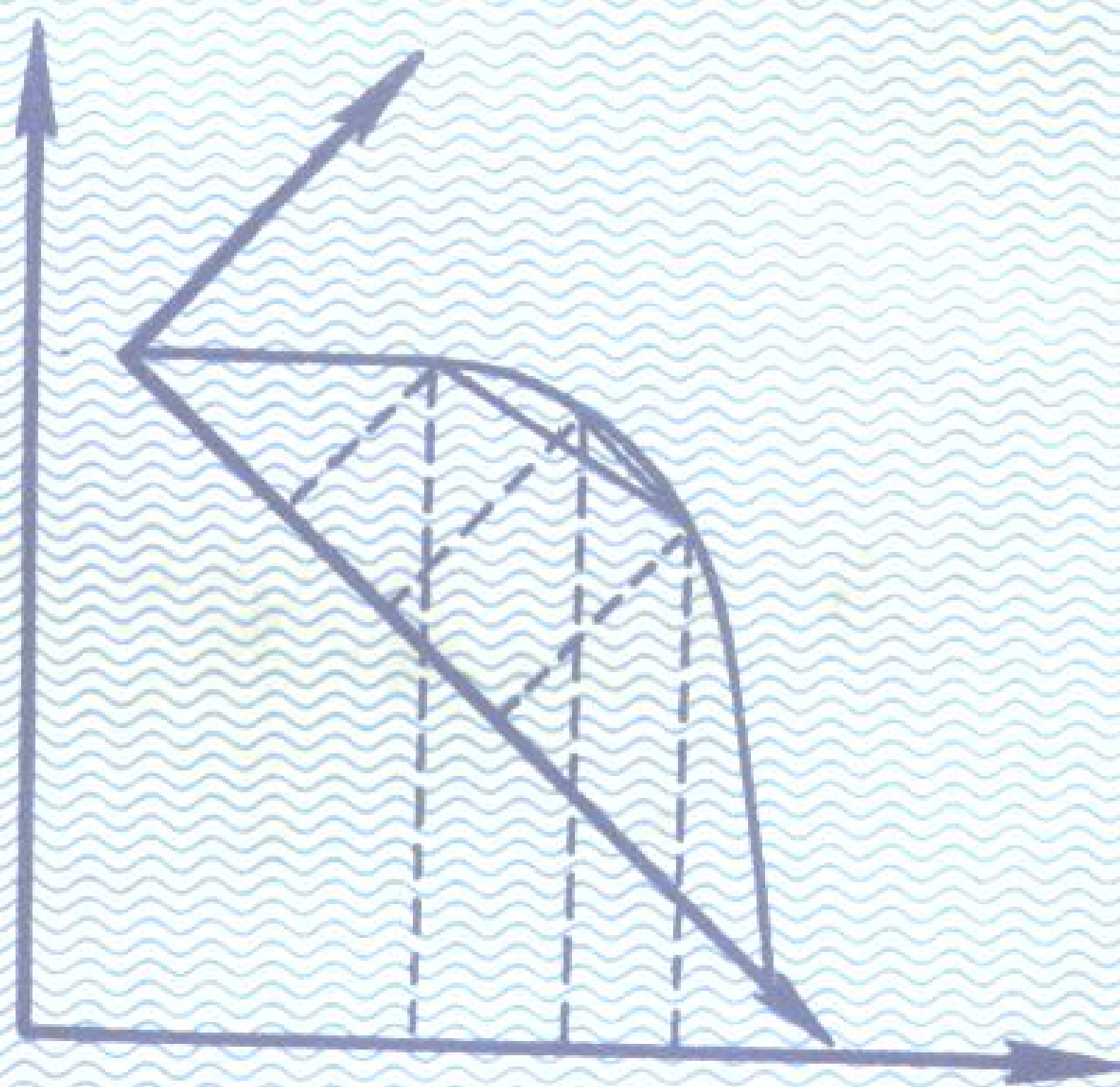


船体型线光顺

(应用“样条函数-线性规划”方法)

广州造船厂 编
华南师范学院



国防工业出版社

船 体 型 线 光 顺

(应用“样条函数-线性规划”方法)

广 州 造 船 厂 编
华 南 师 范 学 院

國防工業出版社

内 容 简 介

本书共分六章：第一章是原理，比较系统地叙述了用线性规划方法将样条函数在特定的光顺条件下最优拟合船体型线的若干研究结果及三面光顺的有关事项；第二、第三章是本方法的单根线光顺、三面光顺的整体计算框图及其详细说明；第四章是边界线的确定方法与光顺计算，甲板线的光顺计算，并附有简单框图及说明；第五章是生产实践及若干实例；第六章是型线光顺与外板数字展开挂钩问题。

本书可供船舶数学放样研究人员、技术人员及工人阅读、参考。

船体型线光顺

(应用“样条函数-线性规划”方法)

广州造船厂

编

华南师范学院

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168¹/₃₂ 印张5³/₁₆ 128千字

1979年9月第一版 1979年9月第一次印刷 印数：0,001—2,800册

统一书号：15034·1848 定价：0.68元

(限国内发行)

前 言

船体数学放样是六十年代初才发展起来的一门新技术。它可以通过运用电子计算机来取代旧有的繁重费时的手工操作。因此,数学放样不仅对提高生产效率、改善劳动条件、压缩车间建筑面积等具有显著的效果,而且为实现造船生产过程自动化奠定了基础。

从一九六八年初开始,在广州造船厂开展了这一新技术的研究。经过数年的努力,在型线光顺、外板展开方面基本取得了成功,同时与数控气割基本上构成了一个自动化小集成系统,并从一九七三年下半年开始正式投产使用,至今已完成了几十艘舰船的船体光顺、外板展开和数控气割。几年来的生产实践证明,数学放样的效果是很好的。

型线光顺是数学放样的基础,探索一个好的解决方法自然为大家所关心和欢迎的。经过我们数年来研究实践证明,采用线性规划方法,将三次样条函数(三次 Spline 函数)在特定的光顺要求下最优拟合船体型线时具有不会出现多余拐点,以及逼近性能好、适应性强、稳定性好等特点,在此基础上,采取适当的措施可以比较成功地达到光顺性要求。本书就是这个方法的研究总结。书中着重介绍了几年来我们对这个方法所做的若干研究成果、计算框图、使用经验、生产情况等。

本书由广州造船厂船体车间的梁自强、梁仲煊和华南师范学院数学系的高仕安执笔。

在本方法的研究过程中,我们具体参加研究工作的同志曾与中山大学数学力学系的同志互相学习,在此对他们谨表衷心的感谢。

目 录

第一章 运用“样条函数-线性规划”方法光顺

船体型线的原理 1

- § 1 从手工光顺到数学光顺 1
- § 2 样条函数 4
- § 3 线性规划问题的提出 6
- § 4 线性规划问题的改进及端部条件处理 10
- § 5 计算方法的探讨 11
- § 6 计算结果的一些讨论 20
- § 7 人工给定二阶导数符号 23
- § 8 曲线的分段计算 24
- § 9 精光顺 26
- § 10 求根问题 29
- § 11 单根线光顺实例 36
- § 12 三面光顺 39

第二章 S-L. P 公用计算框图及其说明 41

- § 1 概述 41
- § 2 “排数”框图及其说明 42
- § 3 单根曲线分段计算等框图及其说明 44
- § 4 S-L. P 求 a_i 等框图及其说明 49
- § 5 精光顺系统框图及其说明 62
- § 6 求根框图及其说明 70

第三章 S-L. P 三面光顺计算框图及其说明 76

- § 1 概述 76
- § 2 S-L. P 三面光顺主框图及其说明 76
- § 3 横剖线族（或抽条）光顺框图及其说明 80
- § 4 水线族（或抽条）光顺框图及其说明 85
- § 5 纵剖线族（或抽条）光顺框图及其说明 87

§ 6	横剖线、水线、纵剖线插值框图及其说明·····	91
第四章	边界线的确定及光顺计算·····	97
§ 1	边界线·····	97
§ 2	边界线的确定及光顺计算·····	98
§ 3	甲板的光顺计算 ·····	103
第五章	生产实践和若干实例 ·····	107
§ 1	使用步骤 ·····	107
§ 2	实践经验 ·····	110
§ 3	实船试验和生产情况 ·····	116
§ 4	产品的肋骨型线图实例 ·····	117
第六章	型线数学光顺、外板数字展开挂钩问题 ·····	123
§ 1	概述 ·····	123
§ 2	型线光顺、外板数字展开主框图及其说明 ·····	124
§ 3	纵接缝方程的计算 ·····	126
§ 4	肋骨方程的计算 ·····	128
§ 5	肋骨型值、纵接缝型值的二次差符号调整 ·····	130
附录 I	样条函数 (1-1) 的推导 ·····	134
附录 II	线性规划“修改单纯形法” 的解法·····	136
附录 III	型值表 ·····	145
参考资料	·····	158

第一章 运用“样条函数-线性规划” 方法光顺船体型线的原理

§ 1 从手工光顺到数学光顺

手工光顺船体型线是按照设计部门提供给放样间的比例型线图 (1:50 或 1:100), 以及从型线图上量得的型值表数据, 在样台上描出剖面线的各型值点, 然后用样条沿着它们弯曲, 并在各型值点用压铁压上。当用眼睛看来样条构成一条光顺的曲线时, 就沿着样条画上曲线。

由于所提供的型线图, 本身就可能不光顺, 特别是 1:1 放大后情况更加明显。而且, 型值表的数据是在小比例的型线图上量取的, 难免有量度误差, 抄写时又往往有差错。由于这些原因, 在型线放样时, 通过这些型值点的样条不能保证构成一条光顺的曲线。因此, 在实际型线放样时还需要人工进行调整, 这一过程称为手工光顺或手工修顺 (如图1-1)。

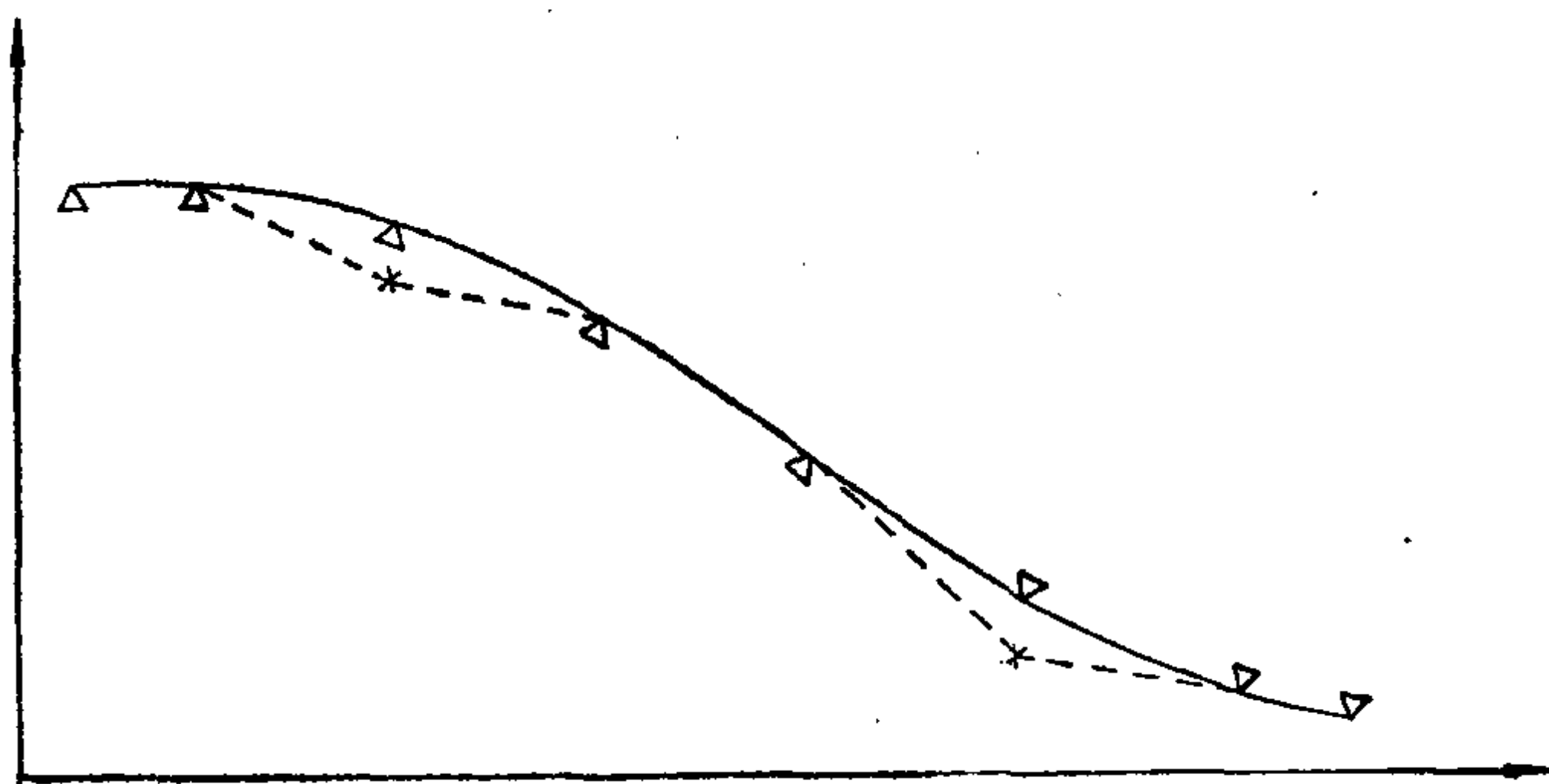


图 1-1

上面讲的只就单根曲线的光顺而言。由于船体型线是船体空间曲面在三个投影面（横向剖面线的投影面、水平剖面线的投影面、纵向剖面线的投影面）上的投影，因此，不仅要求做到各单根投影曲线光顺，还要做到各剖面投影线之间没有投影上的矛盾（协调，公差满足），这就是三面光顺的问题。要做到这点，放样工人不得回来回奔跑于几十米的样台上反复修改各剖面的型线，烦琐、劳累、费时。当达到以下三个条件时，三面光顺才基本结束。这三个条件是：

- （1）每一单根曲线要光顺；
- （2）新型值偏离原始型值要尽可能小；
- （3）三个剖面没有投影上的矛盾。

三面光顺结束之后，接着量出肋骨型值表，描出横剖面的肋骨型线图，这是其余各道放样工序（外板展开、结构放样、加工样的制作等）及其它船体建造的最主要依据。

那么，究竟什么是数学光顺呢？数学光顺就是用样条函数来代替压有压铁的木样条，用数学计算方法（比如下面就要谈的“样条函数-线性规划”方法）和数学插值方法（比如本章§10谈的求根方法）来代替手工光顺及手工量取肋骨型值（以及三面光顺过程中量取新的型值）的方法，再用根据所插出的肋骨型值建立肋骨方程储存起来和数控绘图机自动绘图的方法代替手工描绘肋骨型线图的方法，并借助电子计算机的快速计算使这些过程能迅速实现。

用“样条函数-线性规划”方法光顺船体型线主要受到AD报告（1961~1963）及参考资料〔1〕、〔2〕所提出的数学模型（主要是数学模型，其它对我们价值不大）的启发。开始时我们曾研究计算船壳曲面，且基本上解决了单块曲面的计算及两块曲面间的光顺拼接，但由于问题大大超过当前所能用到的计算机能力，以及考虑到满足技术要求的艰巨性（型值表中的高度表无法放进去考虑，船体艏艉端部及底部难于处理等），不得不中途

放弃。从此，我们又转到光顺曲线的二度法研究。本书所述就是我们在“偏离总和约束条件”光顺曲线的二度法方面的研究成果。

根据当时所掌握的资料来看，那时国外对这个方法的研究尚处在个别单根曲线的试验阶段。我们在这些资料提供的数学模型的基础上，解决了以下问题：

(1) 改进了数学模型，克服曲线拐点控制不严的问题。在形成数学模型过程中，我们提出并证明了一线性化定理。

(2) 在“修改单纯形法”的基础上，我们提出了一“近似解法”。原有解法在解我们这种大型及大量的线性规划问题中，会暴露出个别结果不正确的缺陷（估计可能人工变量过多）。使用了我们的“近似解法”后，这个缺陷被克服了，从而大大提高计算结果的可靠性及计算过程的稳定性。

(3) 结合线性规划方法数学模型的特点，我们用事前给定二阶导数符号的方法成功地解决了型值的“初光顺”及确保型线拐点要求（这是光顺性的主要准则）的问题。

(4) 对单根曲线采用由机器自动分段计算的方法，成功地解决了线性规划计算时间特别长及所需机器储存特别多的困难。只有这两个困难解决了，在现有机器设备能力的条件下，用“样条函数-线性规划”方法光顺船体型线才变为现实。采用曲线分段计算后，同时还克服了点子过多时样条函数（三次 Spline 函数）在尾端插值不够好的缺陷。

(5) 找到曲线不光顺点的鉴别式及局部松弛精光顺法，解决个别点子不够光顺的问题。

(6) 在光顺计算过程中，要进行大量求根，但原有的求根法往往不收敛（如果初值给得不够好）。我们结合问题的特点，提出一新的能保证 100% 收敛、可靠且快速的求根方法，这就大大提高了过程的可靠性及稳定性，同时又显著地节省了时间。

这些问题将在下面各节阐述。

§2 样条函数

目前普遍将木样条看成是在压点 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 受有集中载荷的等截面细梁 (图 1-2), 并在小挠度 ($|y'| \ll 1$) 的假

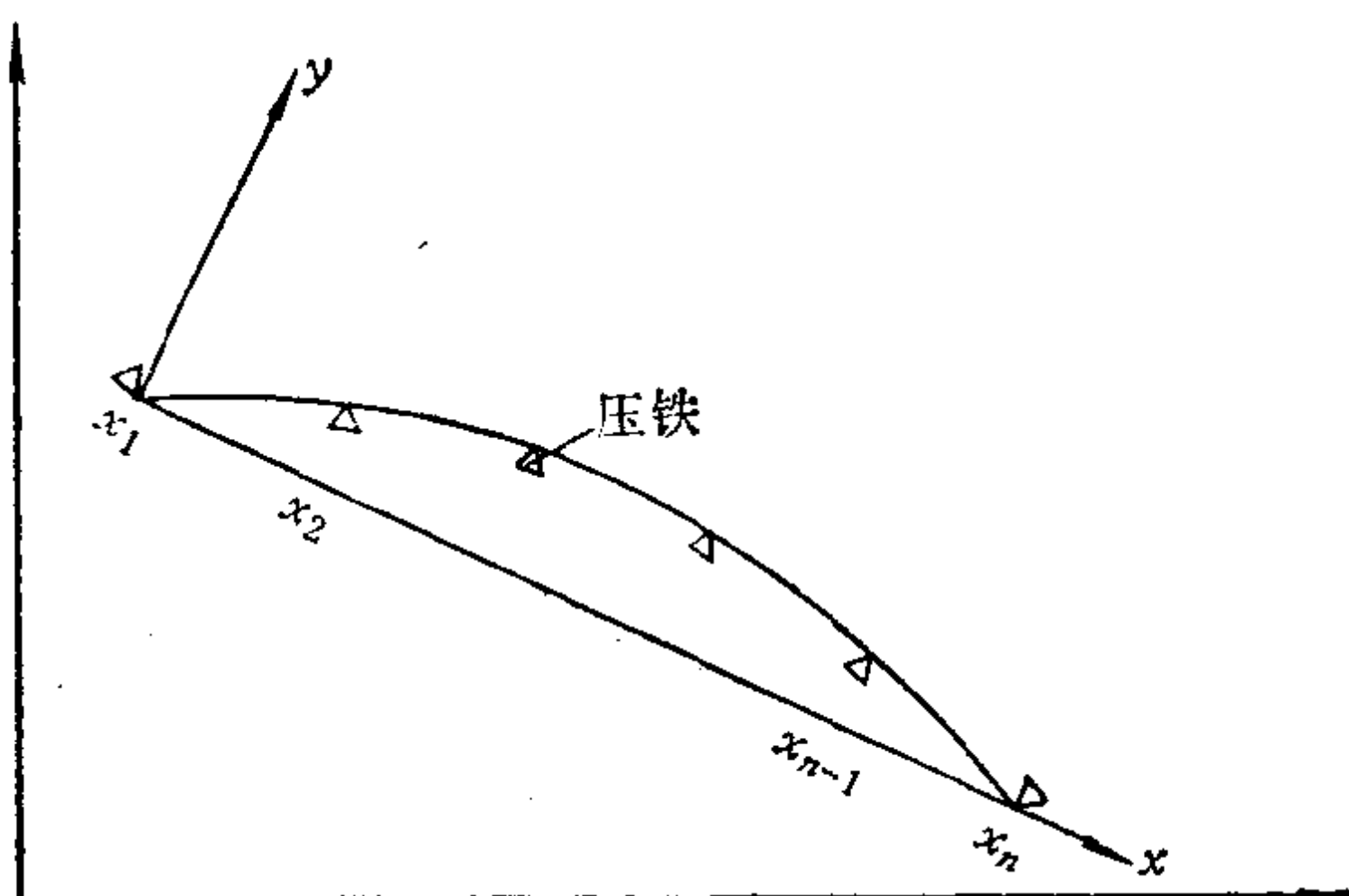


图 1-2

定下, 导出它的挠曲线数学表示式, 来作为样条函数。这个数学表示式是 (其推导请参看书后附录 I):

$$y = f(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4(x-x_1)_+^3 + a_5(x-x_2)_+^3 + \dots + a_{n+2}(x-x_{n-1})_+^3 \quad (1-1)$$

$$\text{其中} \quad (x-x_i)_+ = \frac{(x-x_i) + |x-x_i|}{2} = \begin{cases} x-x_i & (x > x_i) \\ 0 & (x \leq x_i) \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1$$

式(1-1)作为等截面细梁的挠曲线方程很早就有, 后来又在应用数学中称它为三次 Spline 函数。但把它作为样条函数并用于船体型线光顺则是美国于 1961 年首次应用^[3]。

式 (1-1) 的函数有如下特点:

(1) 它是非解析的, 只具有直至二阶的连续导数, 即 $y = f(x) \in C^2(x_1 \leq x \leq x_n)$ ●。其三阶导数在载荷点 $x_2, x_3, \dots, x_{n-1}$ 处有一不连续的跃度:

● 记号 $\in$ 表示属于, 记号 $C^2(x_1 \leq x \leq x_n)$ 表示在区间 $[x_1, x_n]$ 上二阶导数连续的函数类。

$$f'''(x_i^+) - f'''(x_i^-) = 6a_{i+3} \quad (i = 2, 3, \dots, n-1)$$

其中: $f'''(x_i^+)$ 表示函数 $f(x)$ 在 x_i 点的三阶右导数, $f'''(x_i^-)$ 表示在 x_i 点的三阶左导数。

(2) 式 (1-1) 的函数是一分段三次函数, 亦即在相邻两载荷点间它是一普通的三次函数:

$$y = A_i + B_i x + C_i x^2 + D_i x^3$$

$$(x_i \leq x \leq x_{i+1} \quad i = 1, 2, \dots, n-1)$$

第一个特点表明, 式 (1-1) 的函数具有较大的自由度, 有相当好的拟合曲线的性能。函数的第二个特点表明, 被拟合的曲线的拐点容易控制, 而函数表示的曲线拐点分布是否符合设计意图, 则是光顺性重要标准之一。关于拐点问题, 下面再说得详细一点。

所谓拐点, 即是函数的二阶导数等于零的点。令前面的三次函数的二阶导数等于零, 即

$$y'' = 2C_i + 6D_i x = 0$$

得到拐点的横坐标为:

$$x = -\frac{C_i}{3D_i} D_i \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

这就说明三次函数有而且只有一个拐点。

另外, 三次函数在拐点处的二阶导数等于零, 而在拐点左右两旁的二阶导数则是异号的, 即一正一负, 这可由直线方程 $y'' = 2C_i + 6D_i x$ 的几何图形直观地看出 (图 1-3)。

因此, 在所界定的范围 $(x_i \leq x \leq x_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1)$ 内, 式 (1-1) 的函数或只具有一个拐点, 或完全没有拐点, 这要看区间 (x_i, x_{i+1}) 端点处函数的二阶导数符号而定。若同号则没有拐点, 若异号则有一拐点。所以, 只要通过在离散点 (即载荷点) 处对函数作二阶导数符号控制 (下面我们就会看到, 线性规划就能成功地做到这点, 而之所以将光顺性问题化成线性规划问题, 其原因也在这里), 就能很好地反映曲线拐点的设计意图。

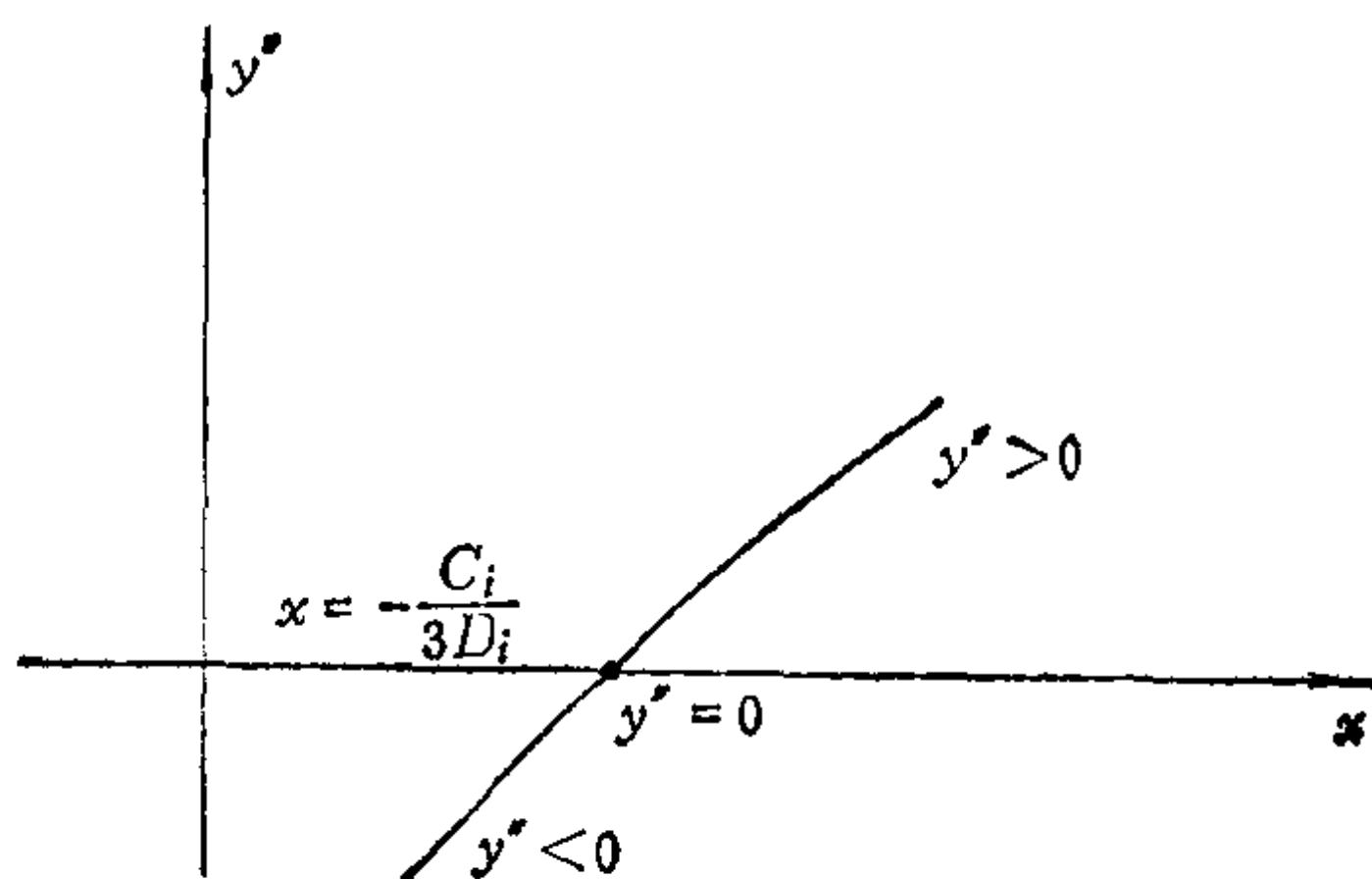


图 1-3

由此看来，将函数 (1-1) 作为样条函数是比较理想的。

§ 3 线性规划问题的提出

在 § 1 中我们略谈了手工光顺型线的过程和三面光顺所要满足的三个条件。其实 (1)、(2) 两个条件是对单根曲线而言的，也是最基本的。“样条函数-线性规划”方法光顺曲线的问题也仅指如何使这两个条件得到满足而言。

首先，条件 (1) “每一单根曲线要光顺”，至今尚没有一准确的数学概括。但有一点是明确的，也是最基本最重要的，即算出的曲线不能有非设计意图的多余拐点。根据前一节提及的样条函数 (1-1) 的第二个特点，这一要求在数学上是完全可以概括的。

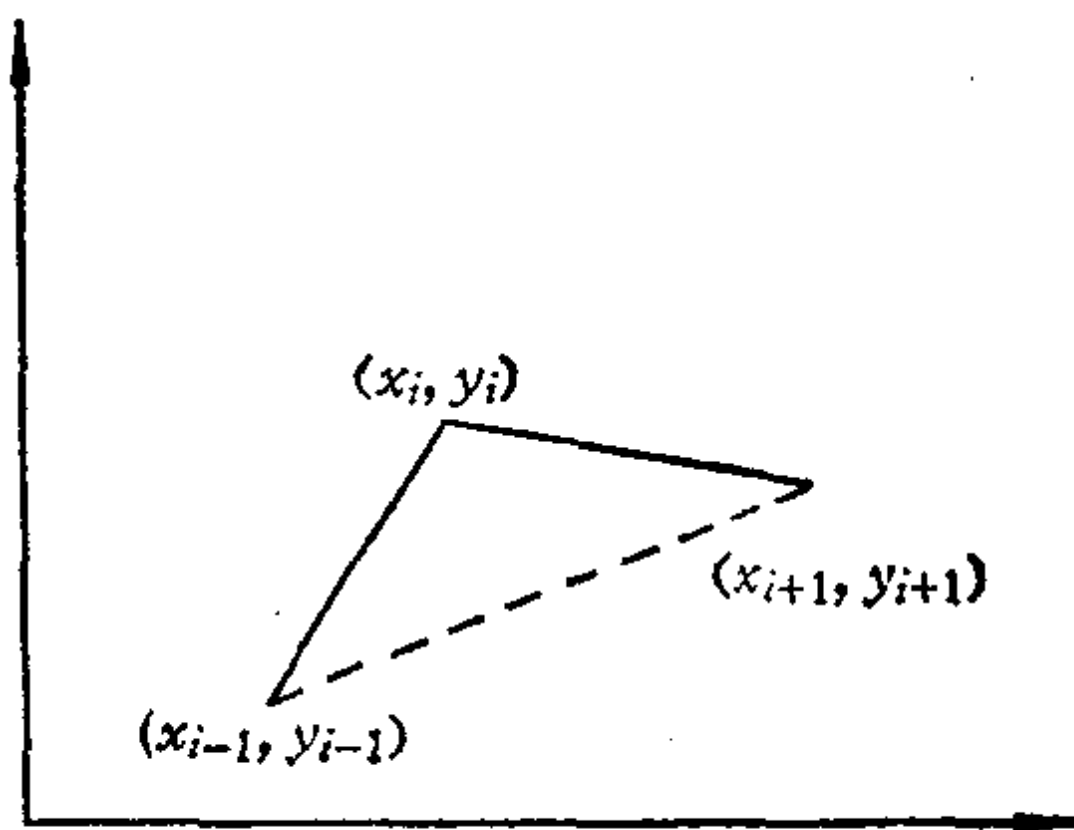


图 1-4

考察图1-4中的三个点，拟合这三个点的曲线在中间点 (x_i, y_i) 处应具有负的二阶导数。但众所周知，点 (x_i, y_i) 的二次差

$$r_i = \frac{2}{x_{i+1} - x_{i-1}} \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right)$$

是曲线在该点的二阶导数的近似，其符号两者完全一致。因此，曲线不能有非设计意图的多余拐点这一要求，可通过各离散型值点的二次差（上面图示是负的，另外还有正及零的情况）与曲线二阶导数在相应点处同号来控制，即在数学上可概括为：

$$r_i \cdot f''(x_i) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-2)$$

式中， r_i 是已知的， $f''(x_i)$ 是未知的。

其次，光顺条件（2）“新型值偏离原始型值要尽可能小”，在数学上可概括为偏离和

$$\sum_{i=1}^n |y_i - f(x_i)|$$

达到最小值。其中 y_i 是原始型值， $f(x_i)$ 是新型值。若令

$$y_i - f(x_i) = p_i$$

或

$$f(x_i) + p_i = y_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-3)$$

则问题变成和

$$\sum_{i=1}^n |p_i| \quad (1-4)$$

达到最小值。

根据线性规划的要求，我们还要着手解决（1-4）式的线性化和出现的未知量 $a_1, a_2, \dots, a_{n+2}$ （样条函数 $f(x)$ 的系数）及 p_i （ $i = 1, 2, \dots, n$ ）的非负化问题。但这两个问题可一起解决，即通过未知量的非负化同时解决算式的线性化。为此，令

$$a_i = a_i^+ - a_i^-, \text{ 其中 } a_i^+, a_i^- \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n+2$$

$$p_k = p_k^+ - p_k^-, \text{ 其中 } p_k^+, p_k^- \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

则样条函数（1-1）化成：

$$\begin{aligned} y = f(x) = & (a_1^+ - a_1^-) + (a_2^+ - a_2^-)x + (a_3^+ - a_3^-)x^2 \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} (a_{i+3}^+ - a_{i+3}^-)(x - x_i)^3 \end{aligned} \quad (1-5)$$

其次,若能证明:

$$\min \sum |p_i^+ - p_i^-| = \min \sum (p_i^+ + p_i^-)$$

则式(1-4)的线性化问题即得到解决。

至此,曲线的数学光滑问题可化成如下的线性规划问题: 在约束条件

$$\begin{cases} r_i \cdot f''(x_i) \geq 0 \\ f(x_i) + p_i^+ - p_i^- = y_i \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{L. P1})$$

下,使 $\sum_{i=1}^n (p_i^+ + p_i^-)$ 达到最小值求取样条函数(1-5)的系数:

$$a_i^+, a_i^-, \quad i = 1, 2, \dots, n+2$$

样条函数(1-5)也因此完全确定,型值的修改量也同时由求出的 p_i^+, p_i^- 得到。

最后,我们要证明如下的结论:

设: p_i^+, p_i^- 满足

$$\begin{cases} r_i \cdot f''(x_i) \geq 0 \\ f(x_i) + p_i^+ - p_i^- = y_i \\ p_i^+, p_i^- \geq 0, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-6)$$

且 $\min \sum |p_i^+ - p_i^-|$ 存在(根据问题的几何意义,显然是存在的), 则

$$\min \sum |p_i^+ - p_i^-| = \min \sum (p_i^+ + p_i^-)$$

证明:

将方程组(1-6)的解 $(p_1^+, p_1^-, p_2^+, p_2^-, \dots, p_n^+, p_n^-; \dots)$ (这里没有将解中的 $a_1^+, a_1^-, a_2^+, a_2^-, \dots$ 写出来,以下同)所组成的集合分为两个子集:

A_1 ——数对 p_i^+, p_i^- 中至少有一数为零, $i = 1, 2, \dots, n$;

A_2 ——至少有一数对 p_k^+, p_k^- 两数都不为零。

设 $(p_1^+, p_1^-, p_2^+, p_2^-, \dots, p_i^+, p_i^-, \dots) \in A_2$, 则在 A_1 中可找一元素和它对应, 这个元素就是 $(\bar{p}_1^+, \bar{p}_1^-, \bar{p}_2^+, \bar{p}_2^-, \dots, \bar{p}_i^+, \bar{p}_i^-, \dots)$,

其中 $\bar{p}_i^+ = p_i^+ - p_i^-$, $\bar{p}_i^- = 0$, 当 $p_i^+ \geq p_i^-$ 时

$$\bar{p}_i^+ = 0, \bar{p}_i^- = p_i^- - p_i^+, \text{ 当 } p_i^+ < p_i^- \text{ 时} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

为什么这个元素属于 A_1 呢? 首先, 因为

$$\bar{p}_i^+ - \bar{p}_i^- = p_i^+ - p_i^-, \bar{p}_i^+, \bar{p}_i^- \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

故 $(\bar{p}_1^+, \bar{p}_1^-, \bar{p}_2^+, \bar{p}_2^-, \dots, \bar{p}_i^+, \bar{p}_i^-, \dots)$ 是方程组 (1-6) 的解。

其次, 易知数对 $\bar{p}_i^+, \bar{p}_i^-$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 中至少有一数为零。因此, $(\bar{p}_1^+, \bar{p}_1^-, \bar{p}_2^+, \bar{p}_2^-, \dots, \bar{p}_i^+, \bar{p}_i^-, \dots) \in A_1$ 。

由此可知, 和 $\sum |p_i^+ - p_i^-|$ 可以在 A_1 中达到最小值。

此外, 对 A_2 中的任一元素, 设其中分量 $p_k^+ \neq 0$, $p_k^- \neq 0$, 又设这一元素在 A_1 中的对应元素的对应分量为 $\bar{p}_k^+, \bar{p}_k^-$, 则有

$$(\bar{p}_k^+ + \bar{p}_k^-) = |p_k^+ - p_k^-| < (p_k^+ + p_k^-)$$

故 $\sum (p_i^+ + p_i^-)$ 只能在 A_1 中达到最小值。

因为在 A_1 中,

$$\sum |p_i^+ - p_i^-| = \sum (p_i^+ + p_i^-)$$

所以

$$\min \sum |p_i^+ - p_i^-| = \min \sum (p_i^+ + p_i^-)$$

结论至此得证。

其实, 这一结论可推广到更广泛的情况, 即有下面一线性化定理:

设在满足条件

$$\begin{cases} f_i(p_1^+ - p_1^-, p_2^+ - p_2^-, \dots, p_n^+ - p_n^-) = 0 & i = 1, 2, \dots, m \\ p_j^+, p_j^- \geq 0 & j = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

的解 $(p_1^+, p_1^-, p_2^+, p_2^-, \dots, p_n^+, p_n^-)$ 所组成的集合中, $\min \sum R_j |p_j^+ - p_j^-|$ 存在 ($R_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$), 则有:

$$\min \sum R_j |p_j^+ - p_j^-| = \min \sum R_j (p_j^+ + p_j^-)$$

定理的证明与前面结论完全相仿, 这里从略。

§ 4 线性规划问题的改进及端部条件处理

如前所述, 约束

$$r_i \cdot f''(x_i) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

起到控制曲线拐点的作用。但计算实践证明, 由于不可避免的计算误差, 必须将它改为如下形式才能达到目的:

$$r_i \cdot f''(x_i) \geq |r_i| \varepsilon_1, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

其中 ε_1 为一经验小正数。如果计算时以米为单位, 取 $\varepsilon_1 = 10^{-4}$ 则普遍适用。

其次, 手工光顺曲线时, 有一检验曲线是否光顺的方法, 就是逐个抽去一个压铁, 看看样条的弹动量大不大, 弹动量较大的点就是不太光顺的点, 应作适当矫正, 直至使每点的弹动量达到尽可能小为止。所谓弹动量小, 就是压铁在该点对样条的推拉力很小。由材料力学知识可知, 压铁的推拉力是与样条函数的系数 $a_5, a_6, \dots, a_{n+2}$ 成正比的, 因此, 这个要求可归结为:

$$\min \sum_{i=5}^{n+2} |a_i|$$

同前节一样道理, 可将其线性化为:

$$\min \sum_{i=5}^{n+2} (a_i^+ + a_i^-)$$

用称为权的常数 s 相维系, 可将两个最小值问题归化为一个最小值问题:

$$\min \left[\sum_{i=1}^n (p_i^+ + p_i^-) + s \sum_{i=5}^{n+2} (a_i^+ + a_i^-) \right]$$

再次, 结合船体曲线的四种类型: (1) 两端固定; (2) 两端固定, 首端固定斜率; (3) 两端固定, 末端固定斜率; (4) 两端固定 (两端固定斜率), 首末端的偏离约束要改为:

$$f(x_1) = y_1, \quad f(x_n) = y_n$$

同时, 要加上固定斜率条件 (为便于叙述起见, 在此仅以两端都固定斜率为例, 以下同):

$$f'(x_1) = y'_1, \quad f'(x_n) = y'_n$$

式中 y'_1, y'_n 分别为首末端已知斜率。

至此, 曲线的数学光顺问题已化为如下的线性规划问题:
在约束条件

$$\begin{cases} r_i \cdot f''(x_i) \geq |r_i| \varepsilon_1, & i = 1, 2, \dots, n \\ f(x_i) + p_i^+ - p_i^- = y_i, & i = 2, 3, \dots, n-1 \\ f(x_1) = y_1 \\ f(x_n) = y_n \\ f'(x_1) = y'_1 \\ f'(x_n) = y'_n \end{cases} \quad (\text{L. P2})$$

下, 使 $\sum_{i=2}^{n-1} (p_i^+ + p_i^-) + s \sum_{i=5}^{n+2} (a_i^+ + a_i^-)$ 达到最小值, 求取样条

函数 (1-5) 的系数 $a_i^+, a_i^-, i = 1, 2, \dots, n+2$ 。

§ 5 计算方法的探讨

在线性规划的解法方面, 起初我们曾研究和应用参考资料〔4〕的近似迭代法, 但由于其中的定理条件无法验证和一些具体计算问题没有解决, 故花了精力而无结果。只有当后来改用参考资料〔5〕、〔6〕提供的“修改单纯形法” (参看附录Ⅱ) 后, 才算找到合理的途径。