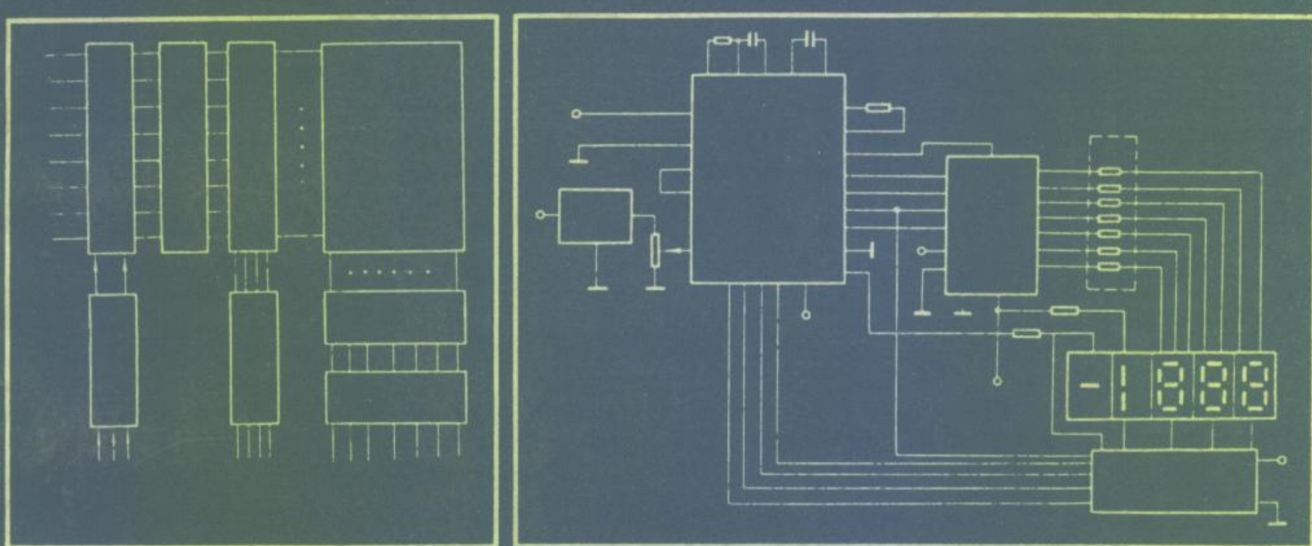
数字电子技术

查荣华
郎璧云 主编



同济大学出版社

数 字 电 子 技 术

查荣华　郎璧云　　主编

同 济 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书内容包括：数制与逻辑函数、逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器及时序逻辑电路、脉冲信号的产生和整形、半导体存储器、A/D与D/A转换器、应用实例等。全书内容通俗易懂，物理概念清楚，注意理论联系实际，各章附有例题、思考题和习题，并通过应用实例对全书内容进行了系统的综合。

本书可作为高等院校、职工大学、业余大学和电视大学的精密仪器、精密机械、光学仪器、计量仪器、真空设备与测量、物理探测、应用物理、光电子技术、电子精密机械和机电一体化等专业"数字电子技术"课程的教材，亦可供有一定电工技术知识的工程技术人员作学习数字电子技术的参考用书。

责任编辑　张智中
封面设计　李志云

数 字 电 子 技 术

查荣华　郎璧云　主编

同济大学出版社出版
（上海四平路1239号）
新华书店上海发行所发行
常熟市印刷二厂印刷

开本：787×1092　1/16　印张　11.5　字数：294千字
1991年4月第1版　1991年4月第1次印刷
印数：1—11000　定价：4.10元
ISBN 7-5608-0746-1/TM·17

前　言

“电路电机技术”，“模拟电子技术”，“数字电路技术”这套教材是根据精密仪器、精密机械、光学仪器、计量仪器、真空设备与测量、物理探测、应用物理、光电子技术、电子精密机械和机电一体化等专业的教学要求编写的，可供有关专业170学时左右教学之用。全套 教材由原机械工业部电工学协作组组织编写，作为部属高校有关专业试用教材，填补了上述有关专业教材建设的空白，经十多所高校试用四个教学过程，效果良好，编者为解决教学需要对原教材又进行了修订，并于1987年6月由宁夏人民出版社出版。

为继续满足教学需要和更好地适应科学技术的发展，编者按照进一步提高起点，精选更新内容和加强应用的原则，于1989年初再次对这套教材进行修订。

这次修订的“数字电子技术”教材，在体系上，将原书中的‘逻辑门电路”、“触发器”以及由这两者组成的“逻辑部件”改为“逻辑门电路”、“组合逻辑电路”，“触发器及时序逻辑电路”这一体系，从而使数字电路的绝大部分内容纳入“组合逻辑电路”和“时序逻辑电路”两大类之中。删去了原书中的“特殊电路”一章，并将其中的“定时器电路”一节安排在“脉冲信号”的产生和整形”一章中。全书在内容上作了更新，不再以小规模集成电路为主组织内容，而 是以小规模集成电路引路，以中规模集成电路为主组织内容，适当介绍大规模集成电路。书中安排了一定数量的应用实例，更新了例题、思考题和习题。在选择内容时注意了与微型计算机的密切联系，为读者学习微型计算机打下基础。

本书由燕山大学查荣华和合肥工业大学郎璧云主编，汤慧松编第一章，孙晚华编第二章，查荣华编第三、五、六章，郎璧云编第四、七、八章。

本书由燕山大学郑绳楦担任主审，荣亚军审阅第一、二章，哈尔滨电工学院赵国权审阅第三、五、六章，西安工业学院邹学经审阅第四、七、八章。参加审稿会的高等院校有上海机械学院，沈阳工业大学、陕西机械学院，甘肃工业大学，广西大学，重庆工业管理学院、武汉工业管理学院，西安工业学院，江苏工学院、山东纺织工学院、杭州电子工业学院，桂林电子工业学院，桂林冶金地质学院、湖北汽车工业学院，海军航空工程学院、合肥工业大学和燕山大学等十七所院校。参加审稿会的各位代表，提出了不少宝贵意见，使编者在进一步改写时有所遵循。在此一并向这些同志致以诚挚的谢意。

由于编者水平有限，缺点和错误之处，在所难免，热诚希望使用本教材的教师和读者给予批评指正。

编　者

1990 年 8 月

目　录

第一章　数制与逻辑函数……1
§1—1　数制与编码……1
§1—2　逻辑代数及其应用……9
§1—3　卡诺图及其应用……11
思考题与习题……20
第二章　逻辑门电路……22
§2—1　基本逻辑门电路……22
§2—2　TTL"与非"门电路……27
§2—3　CMOS门电路……31
思考题与习题……35
第三章　组合逻辑电路……37
§3—1　组合逻辑电路的一般分析和设计方法……37
§3—2　编码器……40
§3—3　译码器……43
§3—4　数字比较器……48
§3—5　算术运算电路……51
§3—6　组合逻辑电路中的竞争冒险……55
思考题与习题……57
第四章　触发器和时序逻辑电路……59
§4—1　R-S触发器……59
§4—2　主从型J-K触发器……64
§4—3　维持——阻塞型D触发器……68
§4—4　T触发器及其各种逻辑功能触发器的相互转换……70
§4—5　CMOS触发器……73
§4—6　寄存器……78
§4—7　计数器和分频器……83
§4—8　脉冲分配器……95
思考题与习题……96
第五章　脉冲信号的产生和整形……101
§5—1　单稳态触发器……101
§5—2　多谐振荡器……109
§5—3　施密特触发器……111
§5—4　定时器电路……113
思考题与习题……116

第六章　半导体存贮器 ………… 118
§6—1　随机存取存贮器（RAM）………… 118
§6—2　只读存贮器（ROM）………… 124
§6—3　可编程逻辑阵列（PLA）………… 129
思考题与习题 ………… 131
第七章　模-数和数-模转换器 ………… 132
§7—1　概述 ………… 132
§7—2　D/A 转换器（DAC）………… 133
§7—3　A/D 转换器（ADC）………… 138
*§7—4　D/A 和 A/D 集成芯片介绍 ………… 146
思考题与习题 ………… 153
***第八章　数字电子系统应用实例** ………… 155
§8—1　概述 ………… 155
§8—2　数字测速装置 ………… 158
§8—3　冲床程序控制装置 ………… 166
§8—4　$3\frac{1}{2}$位数字电压表系统 ………… 170
思考题与习题 ………… 174
附录：二进制逻辑单元新、旧图形对照表 ………… 175
主要参考书目 ………… 177

第一章　数制与逻辑函数

在电子电路中的工作信号，通常可分为模拟信号和数字信号两种类型．所谓模拟信号，是指模拟物理量(如温度、压力等)变化的信号，它是时间的连续函数、所谓数字信号，是指在时间上，幅值上都是离散的、不连续的信号，如产品数量的统计、钟表的读数等属于数字信号．我们将用于处理模拟信号的电子电路称为模拟电子电路，简称模拟电路；处理数字信号的电子电路称为数字电子电路，简称数字电路.

数字电路是本书所讨论的内容，由于它所处理的是数字信号，且数值的大小和增减变化都采用二进制数的形式.因为二进制数只有0和1两个数符，用电路的两种截然不同的状态，例如用三极管的饱和导通时输出的低电平表示"0"状态，截止时输出的高电平表示"1"状态，是很容易实现的.因此，数字电路与模拟电路相比，有它独有的特点.

首先，在数字电路中的半导体管多数工作在开关状态，即工作于饱和区或截止区。所以，数字电路有开关电路之称；其次，数字电路不仅具有算术运算功能，还具有一定的"逻辑思维"功能，即"逻辑"功能。电路的输出与输入之间的关系是逻辑关系，故数字电路又称之为逻辑电路；最后，在电路的分析方面，数字电路有一套新的分析方法，其中主要分析工具是逻辑代数，表达电路输出与输入之间的关系主要用逻辑表达式，真值表及波形图等。

本章将介绍数字电路所用的一套新的分析方法，为学习数字电路打基础。

§1-1　数制与编码

一、数　制

数字系统的基本功能是对数字信号进行处理，例如计算机对送进来的数字信号作种种的运算和处理，机器操作的指令及程序也是用数码来表示的．机器数应采用何种方式表示，首先涉及到采用什么数制的问题。所以我们首先要介绍一下数制．数制就是计数的进位制，简称进位制.

数字系统中常用的数制如表1-1所示.

表 1-1　常见数制

数　　制	数　字　符　号	基数 R
二进制	0 1	2
八进制	0 1 2 3 4 5 6 7	8
十进制	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	10
十六进制	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F	16

注：进位制中数字符号的个数称为该进位制的基数，也叫底数，用R表示。

由表 1-1 可知：不同进位制，其数字符号(简称数符)的个数不同，或者说基数不同，基数是 n，就是 n 进制．大于基数的数，用多位有序数表示，运算中当低位向高一位进位或借位时，则“逢基数进一或借一当作基数”．例如，十进制的基数为 10，进位或借位时则“逢十进一，借一当作十”．所有的进位制数都是一个有规则的序列，在一串数符中，同一数符在不同位置(称为数符位置，简称数位)所代表的数值也不同．每个数位都对应着一个固定值，称为“位权”(简称“权”)，用 R^i 表示．例如十进制数 $N_{10}=(3053.36)_{10}$ 和二进制数 $N_2=(11011.11)_2$ 用表 1-2 和表 1-3 示出，从表中看出，“基数”和“位权”是进位制的要素．例如

表 1-2

十进制数 N_{10}	3 0 5 3. 3 6
数　　位	千 百 十 个 $\frac{1}{10^1}$ $\frac{1}{10^2}$
基数 R	10
权 R^i	10^3 10^2 10^1 10^0 10^{-1} 10^{-2}

表 1-3

二进制数 N_2	1 1 0 1 1 1
数　　位	八四二一 $\frac{1}{2^1}$ $\frac{1}{2^2}$
基　　数	2
权 R^i	$2^3 2^2$ $2^1 2^0$ 2^{-1} 2^{-2}

注：R^i 表示数符在第 i 位置的权。上位的权是下一位权的 R 倍，或者下位权是上一位权的 R 分之一。

十进制的基数是 10，其权 R^i 是 $10^{n-1},10^{n-2},\cdots,10^1,10^0,10^{-1},10^{-2},\cdots,10^{-m}$，可见上位权是下一位权的 10 倍。二进制的基数是 2，其权 R^i 是 $2^{n-1},2^{n-2},\cdots,2^1,2^0,2^{-1},2^{-2},\cdots,2^{-m}$，可见上位权是下一位权的 2 倍．对于任意进位制数 N_R 的基数是 R，第 i 数位的权是 R^i，其数 N_R 可用权写成展开式：

$$N_R=\sum_{i=-m}^{n-1}K_iR^i \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1\text{-}1)$$

式中：K_i 表示第 i 数位的数符；i 表示某数位，即为 $n-1$，$n-2$，$\cdots$，1，0，-1，-2，$\cdots$，$-m$；n 表示数 N_R 的整数部分的位数；m 表示数 N_R 的小数部分的位数．式(1-1)是各种进位制数按权展开的一般表达式，是各种进位制数之间相互转换的重要依据。例如，十进制数按权展开的一般表达式为：

$$N_{10}=\sum_{i=-m}^{n-1}D_i10^i \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1\text{-}2)$$

式中 D 表示十进制的数符。例如把 $N_{10}=(3053.36)_{10}$ 写成展开式，则为：

$$(3053.36)_{10}=3\times10^3+0\times10^2+5\times10^1+3\times10^0+3\times10^{-1}+6\times10^{-2}.$$

人们习惯于十进制数，而在数字系统中都采用二进制数，因为二进制数具有下述优点：

(1) 二进制数的数符最少，只有 1 和 0，用 1 和 0 容易表示事物的两种对立状态．例如，表示脉冲的“有”，“无”；电位的“高”，“低”；开关的“通”，“断”；晶体管的“截止”，“饱和”；纸带的“穿孔”，“没穿孔”；磁性物质的“磁化”，“去磁”等等。只需区别两种状态的电路是比较容易设计和实现的。

(2) 二进制数的四则运算规则简单明了，可以大大简化实现运算的电路。它的“和”与“积”的运算规则分别只有三个：

加法	乘法
$0+0=0$	$0\times0=0$
$0+1=1+0=1$	$0\times1=1\times0=0$

$1+1=10,$　　　　　　　　　　$1\times1=1.$

其运算容易用电路实现，而十进制的“和”与“积”的运算规则要复杂得多，难以用电路实现.

由于二进制具有上述优点，所以数字系统如电子计算机处理所有的数、字母，符号等等，都用二进制编码来表示. 因此，我们首先介绍二进制数，再介绍十六进制数和八进制数.

1．二进制数

由表1-1和表1-3可知：二进制数有两个不同的数符，基数是2，进位或借位时则“逢二进一，借一当作二”，上位权是下一位权的2倍。

根据式(1-1)可写出二进制数按权展开的一般表达式：

$$N_2=\sum_{i=-m}^{n-1}B_i2^i\cdots\cdots(1\text{-}3)$$

式中B表示二进制数的数符.

例如，把$N_2=(1101.11)_2$写成按权展开式。由式(1-3)可得：

$$(1101.11)_2=1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0+1\times2^{-1}+1\times2^{-2}$$

在数字系统中采用二进制数虽有很多优点，但并非完美无缺，其主要缺点是当数值很大时，其位数太多，读写时容易出错。为此而引入十六进制数和八进制数，它们与二进制数结合使用可简化程序的编写，简化控制台上的读数.

2．十六进制数

十六进制数有十六个不同的数符，基数为16，进位或借位时则“逢十六进一，借一当作十六”. 上位权是下一位权的16倍.

由式(1-1)可写出十六进制数按权展开的一般表达式：

$$N_{16}=\sum_{i=-m}^{n-1}H_i16^i\cdots\cdots(1\text{-}4)$$

式中H表示十六进制数的数符.

例如，把$N_{16}=(3A.8F)_{16}$写成按权展开式。根据式(1－4)可写出：

$$(3A.8F)_{16}=3\times16^1+A\times16^0+8\times16^{-1}+F\times10^{-2}.$$

3．八进制数

八进制数有八个不同数符，基数是8，进位或借位时则“逢八进一，借一当作八”，上位权是下一位权的8倍. 根据式(1-1)可写出八进制数按权展开的一般表达式：

$$N_8=\sum_{i=-m}^{n-1}Q_i8^i\cdots\cdots(1\text{-}5)$$

式中Q表示八进制数的数符.

根据式(1-5)可写出八进制数$N_8=(235.04)_8$的按权展开式：

$$(235.04)_8=2\times8^2+3\times8^1+5\times8^0+0\times8^{-1}+4\times8^{-2}$$

二、数制之间的转换

由于人们习惯于十进制数，而数字系统和计算机采用的是二进制数，因此在输入数据时，就需要把十进制数转换成二进制数才能被机器所接受。而机器运算的结果在输出时，又要转换成人们熟悉的十进制数。因此，不同数制之间需要相互转换. 转换时应遵循两个有理数相等，即整数与分数应分别相等的原则，转换的最基本依据是式(1-1)。下面讨论其转换规律。

1. 二进制数、十六进制数、八进制数转换成十进制数

(1) 二进制数转换成十进制数

二进制数转换成十进制数是用式(1-3)把二进制数按权展开求和即是.

例 1 把$(111100000.10101)_2$转换成十进制数.

$$\begin{aligned}(111100000.10101)_2 &= 1\times2^8+1\times2^7+1\times2^6+1\times2^5+0\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+0\times2^1\\ &\quad+0\times2^0+1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}+0\times2^{-4}+1\times2^{-5}\\ &=(480.65625)_{10}\end{aligned}$$

为了用二进制数表示十进制数，必须熟练掌握二进制数的权值，可以简化解题。

例 2 求$(11111011.001)_2$的等值十进制数。

解： $(11111011.001)_2=(255-4)+0.125=(251.125)_{10}$

可见二进制数的位数虽多，但是可根据数值很容易找到对应的十进制数.

(2) 十六进制数、八进制数转换成十进制数

根据式(1-4)将十六进制数按权展开求和即是对应的十进制数.

例 3 求$(1E0.A8)_{16}$的等值十进制数.

解： $(1E0.A8)_{16}=1\times16^2+14\times16^1+0\times16^0+10\times16^{-1}+8\times16^{-2}$

$$=(480.65625)_{10}$$

同理，根据式(1-5)将八进制数按权展开求和即是其对应的十进制数。

2. 十进制数转换成二进制数、十六进制数、八进制数

由式(1-1)可看出，其整数部分的权是基数的正幂次，而小数部分的权是基数的负幂次，因此，十进制数转换成其他进制数时，需要把整数和小数部分分别转换.

(1) 十进制数转换成二进制数

① 整数部分的转换

从式(1-3)看出，十进制数的整数部分是二进制数按权展开求和. 其权是2的正幂次. 例如$(1101)_2=1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0=(13)_{10}$. 因此，将十进制整数部分逐次除2，取其余数便是对应的二进制整数. 现将上例逐次除2.

	余数			余数	
$2\,\lvert\,1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$			$2\,\lvert\,13$		
$2\,\lvert\,1\times2^2+1\times2^1+0\times2^0$	……1		$2\,\lvert\,6$	……1	(最低位)
$2\,\lvert\,1\times2^1+1\times2^0$	……0	⇨	$2\,\lvert\,3$	……0	↑ 读数方向
$2\,\lvert\,1\times2^0$	……1		$2\,\lvert\,1$	……1	
0	……1		0	……1	(最高位)

由此得：$(13)_{10}=(1101)_2$

综上所述，十进制数的整数部分转换成二进制数时，可采用"除2取余法"，直止商等于零为止. 其读数方向是最末一个余数为最高位，余数按箭头方向所示依次排列，即是等值的二进制数。

例 1 求$(480)_{10}$的等值二进制数

所以，$(480)_{10}=(111100000)_2$或写成：480D＝111100000B 式中 D(*Decimal*)表示十进制数；B(*Binary*)表示二进制数.

② 小数部分的转换

从式(1-3)看出，十进制数的小数部分是二进制数按权展开求和，其权是2的负幂次，

解：

	余数	
2 | 480		
2 | 240…………	0	读
2 | 120…………	0	数
2 | 60…………	0	方
2 | 30…………	0	向
2 | 15…………	0	↑
2 | 7…………	1	
2 | 3…………	1	
2 | 1…………	1	
0…………	1	

例如 $(0.11)_2=1\times2^{-1}+1\times2^{-2}=(0.75)_{10}$. 因此，把十进制小数逐次乘 2，取其整数并顺序排列即是等值二进制小数. 例如，把上式逐次乘 2，有

$$\left.\begin{array}{r}(1\times2^{-1}+1\times2^{-2})\times2=\underset{\text{整数}}{\boxed{1}}+1\times2^{-1}\\(1\times2^{-1})\times2=\boxed{1}+\ 0\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{array}{rcl}&\text{整数}&\text{取整数}\\0.75\times2=&\boxed{1}.50\cdots&1\\0.50\times2=&\boxed{1}.00\cdots&1\end{array}\ \Big\downarrow\text{读数方向}$$

所以，$(0.75)_{10}=(0.11)_2$ 或写成 $0.75D=0.11B$.

综上所述，十进制小数转换成二进制小数的方法是：十进制小数不断乘 2，直至小数等于零，或满足精度要求为止，取每次乘积的整数并按读数方向依次排列，即是对应的二进制小数. 此法称为“乘 2 取整法”.

例 2 求 $(0.65625)_{10}$ 的等值二进制数.

解：

$0.65625\times2=1.3125\cdots1$	（最高位）
$0.3125\times2=0.625\cdots0$	读
$0.625\times2=1.25\cdots1$	数
$0.25\times2=0.5\cdots0$	方向
$0.5\times2=1.0\cdots1$	↓（最低位）

所以，$(0.65625)_{10}=(0.10101)_2$

例 3 求 $(480.65625)_{10}$ 的等值二进制数.

解： 该题的整数和小数部分已分别由例 1，例 2 求得. 把整数和小数分别转换的结果相加即是，所以，$(480.65625)_{10}=(111100000.10101)_2$.

综上所述，由式(1-1)可知，十进制数转换成其他制数的方法可归纳为：整数的转换采用“除基数取余法”，小数的转换采用“乘基数取整法”，然后把整数和小数的转换结果相加即是.

(2) 十进制数转换成十六进制数

十进制整数的转换采用“除 16 取余法”，小数的转换采用“乘 16 取整法”.

例 4 求 $(480.65625)_{16}$ 的等值十六进制数.

解：

		余数	
16 | 480		0	↑读出方向
16 | 30	…………………………	E	
16 | 1	…………………………	1	
0			

所以，$(480)_{10}=(1E0)_{16}$ 或写成 480D = 1E0H. 式中 H(Hexadecimal)表示十六进制数.

② 小数的转换

0.65625×16 = 10.5………………………… A 　读数方向↓

0.5×16 = 8.0………………………… 8

所以0.65625D = 0.A8H

③ 转换结果相加

整数 + 小数 = 1E0H + 0.A8H = 1E0.A8H

所以，480.65625D = 1E0.A8H.

(3) 十进制数转换成八进制数

转换方法同上，请读者根据上述方法求出$(480.65625)_{10}$的等值八进制数.

3. 二进制数与十六进制数的相互转换

$16=2^4$. 就是说十六进制的基数是二进制基数的四次方。所以一位十六进制数对应着四位二进制数，故可以用四位二进制数表示一位十六进制数，如表 1-4 所示，它们的关系是互相对应的.

表 1-4

十六进制数	二进制数
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

(1) 二进制数转换成十六进制数

转换时采用"四位聚一位"的方法，从小数点处分别向左右两边用逗号"，"四位一组划分，不足者补零，则每组四位二进制数便是对应的一位十六进制数。

例 1 求$(111100000.10101)_2$的等值十六进制数.

解：

二进制数：	0001	1110	0000	.	1010	1000
	↓	↓	↓		↓	↓
十六进制数：	1	E	0	.	A	8

所以，$(111100000.10101)_2=(1E0.A8)_{16}$

(2) 十六进制数转换成二进制数

转换时可以采用"一位拉四位"的方法.

例 2 求 2FB.DCH 的等值二进制数.

解： 十六进制数	2	F	B	.	D	C
	↓	↓	↓		↓	↓
二进制数	0010	1111	1011	.	1101	1100

所以，2FB.DCH = 1011111011.110111B

整数最高位的零和小数最低位的零均无意义，所以可以补足四位一组，在写成二进制数时可去掉. 但是在用二进制编码表示十六进制数时，最高位和最低位的零必须保留。

4. 二进制数与八进制数的相互转换

八进制数的基数是二进制基数的三次方，即 $8=2^3$，则一位八进制数可用三位 二 进制数

表示，其对应关系如下：

八进制数：	0	1	2	3	4	5	6	7
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
二进制数：	000	001	010	011	100	101	110	111

(1) 二进制数转换成八进制数

采用"三位聚一位"的方法，从小数点处向左右两边用逗号"，"分别划成三位一组，整数最高位和小数最低位不足三位者用零补足．则每组二进制数就是对应的八进制数．

请读者按上述方法求出$(111100000.10101)_2$的等值八进制数．

(2) 八进制数转换成二进制数

采用"一位拉三位"的方法．

请读者写出$(740.52)_8$的等值二进制数．

运算的基础之一就是要求读者熟练掌握各种进制之间的相互转换．

三、常用的二-十进制编码

十进制数与二进制数的转换工作是由机器来完成的，机器只能识别二进制数，所以这就要求用二进制编码来表示每个十进制数．这种以二进制数形式来表示十进制数的编码称为十进制数的二进制编码，简称二-十进制编码，也称 BCD 码．编码是数字系统的重要环节，它是由编码器来完成的．

二-十进制编码是用四位二进制数来表示一位十进制数符的编码方式．由于四位二进制数有十六种($2^4=16$)不同的组合，而十进制数的十个数符只需要其中十种组合．这十种组合的取舍不同，就有不同的二-十进制编码方式．可见，二-十进制编码种类很多，大致可分为有权码、偏权码和无权码三类．有权码的共同特点是相邻两码之间差别是不固定的，有时是一位变化($0\to1, 1\to0$)，有时是多位变化．这对于利用码盘输入/输出的模/数或数/模转换，极易造成错误，因此引入无权码．无权码的特点是两个相邻码的差别仅有一位变化，所以又称为单步码．表 1-5 列出几种常用的二-十进制编码．仅简单介绍常用的 8421 码，余 3 码和 2421 码．

表 1-5 常用 BCD 码

编码种类 / 十进制数	8421码	余3码	2421(A)码	2421(B)码	5211码	格雷码	右移码
0	0000	0011	0000	0000	0000	0000	00000
1	0001	0100	0001	0001	0001	0001	10000
2	0010	0101	0010	0010	0100	0011	11000
3	0011	0110	0011	0011	0101	0010	11100
4	0100	0111	0100	0100	0111	0110	11110
5	0101	1000	0101	1011	1000	0111	11111
6	0110	1001	0110	1100	1001	0101	01111
7	0111	1010	0111	1101	1100	0100	00111
8	1000	1011	1110	1110	1101	1100	00011
9	1001	1100	1111	1111	1111	1101	00001
权	$2^3 2^2 2^1 2^0$ 8 4 2 1	偏权码	$2^1 2^2 2^1 2^0$ 2 4 2 1	2 4 2 1	5 2 1 1	无权码(单步码)	

1. 8421 BCD 码

由表 1-5 得知，四位二进制代码的每一位都对应着固定的权，自左至右每位的权是

$2^3 2^2 2^1 2^0$ 即为 8421，所以称为 8421 BCD 码.

例 1 用 8421 BCD 码表示十进制数 396.

解:

$$\begin{array}{ccc} 3 & 9 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0011 & 1001 & 0110 \end{array}$$

所以，$(396)_{10} = (0011\ 1001\ 0110)_{8421BCD}$

注意：四位表示一位，这和$(396)_{10}$的等值二进制数不同，书写时每个四位一组之间要留一定的空格. 这种编码自然简单，是最常用的 BCD 码，它便于计数和加法等.

2. 余 3 BCD 码（又叫 XS3 码）

由编码表 1-5 可见，在 8421 码的基础上加 0011，即在十进制数上加 3 就是余 3 码. 还可看出余 3 码的 0 和 9，1 和 8，2 和 7，3 和 6，4 和 5 的编码互为反码，就是说余 3 码具有互补性质，可以方便地用于求取对 10 的补码. 广义余 3 码的一般表达式为:

$$N_{XS3} = \sum_{i=-m}^{n-1} B_i 2^i - 3 = N_{10}$$

例如 $(0101)_{XS3} = (0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0) - 3 = (2)_{10}$

例 2 用余 3 码表示十进制数$(396)_{10}$.

解: $(396)_{10} = (0110\ 1100\ 1001)_{XS3}$

余 3 码广泛应用在 BCD 码算术运算电路中，由于余 3 码求反容易，所以有利于简化 BCD 码的减法电路.

3. 2421 BCD 码

表 1-5 中，2421(A)和 2421(B)的编码虽不大一样，但编码的权自左至右都是 2421，故都称为 2421 码. 2421(A)码最便于构成简单的单向计数器. 2421(B)码和余 3 码一样具有互补性质，0 和 9，1 和 8，2 和 7，3 和 6，4 和 5 的编码互为反码. 这种互补性质对减法运算特别有用，多数用于数字化仪表中. 2421 码一般式为:

$$N_{2421} = \sum_{i=-m}^{n-1} B_i 2^i = N_{10}$$

例 3 求$(1101)_{2421}$的等值十进制数

解: $(1101)_{2421} = 1\times 2^1 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0 = (7)_{10}$

例 4 用 2421(A)和 2421(B)表示十进制数 396

解: $(396)_{10} = (0011\ 1111\ 0110)_{2421(A)}$

$(396)_{10} = (0011\ 1111\ 1100)_{2421(B)}$

注意: 在 BCD 码中，最高位的零和小数最低位零均需保留，不能丢掉，因为必须是四位二进制数才能表示一位 BCD 码.

表 1-5 中的格雷码和右移码属于无权 BCD 码 在有些数字系统中，把某些待测物的转角作为系统的输入参数，此时，一般在待测物的转轴上安装一个码盘，然后用光电或电刷的方法取得相应转角下码盘的数码送入系统，为了防止读出码盘上数码造成不应有的错误，所以码盘上的编码一般采用无权码，其中尤以格雷码用得较多. 但是由于格雷码不便于以后的运算处理，所以格雷码输入后，一般都要转换成有权码或偏权码，就是说由于各种编码使用的场合不同，经常需要相互转换. 格雷码与有权码之间的转换方法将在第 4 节的例题中简单介绍

§1-2 逻辑代数及其应用

乔治·布尔早在1847年提出用符号来表达语言和思维的逻辑性数学．所谓逻辑学是对某一事件(叫命题)论述其正确(真)或不正确(假)的科学．例如，“鱼属于动物”这一命题是“真”，“鱼生长在陆地”这一命题是“假”．为了用数学分析这样一些逻辑问题，可将各种命题换成变量$A,B,C,\cdots$，将“真”和“假”换成“1”和“0”，作这样置换的逻辑叫逻辑代数，又叫布尔代数．它是以数学形式来分析研究逻辑问题的理论，是分析和设计逻辑电路的数学工具．为此本节介绍逻辑代数的基本定理和逻辑函数式的简化方法．

一、逻辑函数

普通代数是处理数量的代数，而逻辑代数则是处理状态的代数，这是它们的区别．逻辑代数有一系列的逻辑变量A、B、C、…等，各种变量的组合，表征着一定的逻辑关系，构成逻辑函数式：$F=f(A,B,C,D,\cdots)$，也叫逻辑表达式．在逻辑运算中，逻辑变量的取值仅为“1”或“0”，而且必须取其中的一个值．这两个取值称逻辑“1”和逻辑“0”．这里的“1”和“0”不是数字量，它只代表两种不同的对立的状态．在电路中，它表示电位的高与低，电信号的有与无等．

二、基本逻辑运算

逻辑代数中，最基本的逻辑运算有“与”，“或”，“非”三种．其他任何复杂的逻辑运算都可以由这三种基本运算组成．

1．“与”逻辑运算

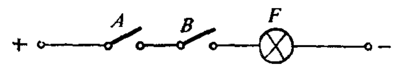


图 1-1 “与”逻辑运算电路

“与”逻辑运算可以用图1-1串联电路来实现，图中开关A、B表示输入逻辑变量，电灯F表示逻辑函数，即表示运算结果．设开关闭合为“1”，断开为“0”；电灯亮为“1”，灭为“0”，显然只有当开关全闭合时，灯才亮，否则灯就灭．也就是当A与B全为“1”时，$F=1$，只要有“0”则$F=0$．所以“与”逻辑运算功能为：“全1出1，有0出0”．“与”逻辑运算的表达式为：

$$F=A\cdot B$$

“与”逻辑也叫逻辑乘．输入变量各种可能的组合和输出函数的逻辑关系，可以用表格列出，这种表格能完整地表达所有可能的逻辑关系．这种表示逻辑关系的表格称为真值表．每个输入变量有0和1两种状态，两个变量共有($2^2=4$)四种不同的组合，所以“与”逻辑的真值表如表1-6所示．

表 1-6

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2．“或”逻辑运算

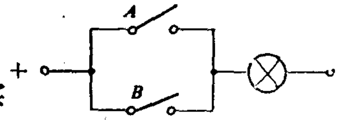


图 1-2 “或”运算电路

“或”逻辑运算可以用图1-2电路来实现，显然A，B全断开时，F才灭，只要有一个闭合，则F就亮．所以“或”逻辑运算是：“全0出0，有1出1”．其真值表如表1-7所示，其逻辑表达式为

表 1-7

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$F=A+B$$

“或”逻辑又叫逻辑加．

3．“非”逻辑运算

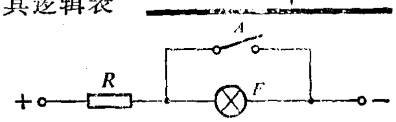


图 1-3 “非”运算电路

"非"逻辑运算可以用图 1-3 电路来实现，显然，A 断则 F亮，A 合则 F 灭. 由此可列出"非"的真值表如表 1-8 所示. 可见"非"是否定的意思，"1"的否定是"0"，"0"的否定是"1". "非"逻辑表达式为：

表 1-8

A	F
0	1
1	0

$$F=\overline{A}$$

变量上方加符号"－"表示"非"的意思，若 $A=0$， 则$\overline{A}=1$.

三、逻辑代数的公理和基本定理

逻辑代数中的公理和基本定理是逻辑运算和对逻辑函数式简化或变换的基本依据.

1. 公理

① $0\cdot 0=0$　　① $1+1=1$

② $0\cdot 1=1\cdot 0=0$　　② $1+0=0+1=1$

③ $1\cdot 1=1$　　③ $0+0=0$

④ $\overline{0}=1$　　④ $\overline{1}=0$

⑤ 如果 $A\neq 0$ 则 $A=1$　　⑤ 如果 $A\neq 1$ 则 $A=0$

以上五组公理，用"与"、"或"、"非"三种基本逻辑运算的含义和逻辑代数的基本概念都可以证明其正确性.

2. 定理和定律

(1) 交换律① $A\cdot B=B\cdot A$　　② $A+B=B+A$

(2) 结合律① $A(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$　　② $A+(B+C)=(A+B)+C$

(3) 分配律① $A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$　　② $A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C)$

(4) 自等律① $A\cdot 1=A$　　② $A+0=A$

(5) 0-1 律 ① $A\cdot 0=0$　　② $A+1=1$

(6) 互补律① $A\cdot\overline{A}=0$　　② $A+\overline{A}=1$

(7) 重叠律① $A\cdot A=A$　　② $A+A=A$

(8) 非非律$\overline{\overline{A}}=A$

(9) 吸收律① $A+A\cdot B=A$　　② $A\cdot(A+B)=A$

(10) 反演律(摩根律) ① $\overline{A\cdot B\cdot C\cdots}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\cdots$

② $\overline{A+B+C+\cdots}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdots$

以上定律及定理的正确性原则上都可以用基本逻辑式、公理、定律、定理本身来证明，也可以采用真值表来证明(略).

四、逻辑代数的应用

同一个逻辑功能，其表达式可以有许多不同的形式，逻辑表达式愈简单愈好，因为实现一个简单的逻辑表达式所需要的逻辑元部件的数量少，这不仅可以节省器材，还可以提高整个系统的可靠性，所以设计逻辑电路时，如何将逻辑式化成最简形式就显得十分重要. 对同一个逻辑函数，可以利用逻辑代数的基本原理化成各种不同的最简表达式，例如：

$F=AB+\overline{A}C$…与-或表达式

$=\overline{\overline{AB}\cdot\overline{\overline{A}C}}$…与非-与非表达式

$=(\overline{A}+B)(A+C)$…或-与表达式

$=\overline{\overline{\overline{A}+B}+\overline{A+C}}$…或非-或非表达式

$=\overline{A\overline{B}+\overline{A}C}$ …与-或-非表达式

这里主要介绍如何利用逻辑代数的公理和定理将逻辑表达式简化到“最简”的“与或”表达式．所谓“最简”的“与或”表达式，是指表达式中“与”项个数最少，而且每个“与”项中包含的变量也最少．现举几例加以说明．

[例 1] 求证：$AB+A\overline{B}=A$

证：$AB+A\overline{B}=A(B+\overline{B})=A\cdot 1=A$

∴ $AB+A\overline{B}=A$．这是简化中常用的公式．

[例 2] 简化 $F=AB+\overline{A}\,\overline{C}+B\overline{C}$

解：$F=AB+\overline{A}\,\overline{C}+B\overline{C}=AB+\overline{A}\,\overline{C}+B\overline{C}(A+\overline{A})$

$=AB+\overline{A}\,\overline{C}+AB\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}$

$=(AB+AB\overline{C})+(\overline{A}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C})$

$=AB+\overline{A}\,\overline{C}$

[例 3] 简化 $F=A\overline{B}+A\overline{B}CD(E+G)$

解：$F=A\overline{B}+A\overline{B}CD(E+G)=A\overline{B}[1+CD(E+G)]$

$=A\overline{B}$

[例 4] 简化 $F=ABCD+\overline{A}BCD+\overline{A}\,\overline{B}CD+AB\overline{C}D+\overline{A}B\overline{C}D+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$

$+ABC\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}+AB\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}BC\overline{D}$

解：$F=ABCD+\overline{A}BCD+\overline{A}\,\overline{B}CD+AB\overline{C}D+\overline{A}B\overline{C}D+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D+$

$ABC\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}+AB\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}BC\overline{D}$

$=BCD(A+\overline{A})+\overline{A}\,\overline{B}C(D+\overline{D})+B\overline{C}D(A+\overline{A})+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}(D+\overline{D})+$

$BC\overline{D}(A+\overline{A})+B\overline{C}\,\overline{D}(A+\overline{A})$

$=BCD+\overline{A}\,\overline{B}C+B\overline{C}D+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+BC\overline{D}+B\overline{C}\,\overline{D}$

$=BC(D+\overline{D})+\overline{A}\,\overline{B}(C+\overline{C})+B\overline{C}(D+\overline{D})$

$=BC+\overline{A}\,\overline{B}+B\overline{C}=B(C+\overline{C})+\overline{A}\,\overline{B}=B+\overline{A}\,\overline{B}$

$=(B+\overline{A})(B+\overline{B})$

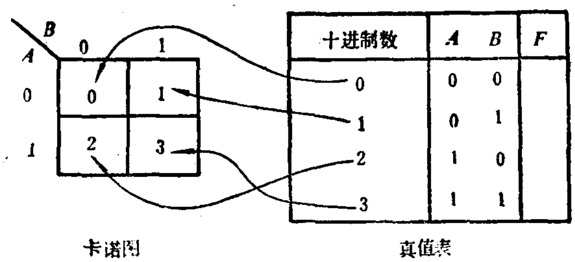
$=B+\overline{A}$

利用逻辑代数对逻辑函数式进行简化的方法叫公式法．用公式法简化逻辑函数式时，没有固定的步骤和系统的方法可遵循，关键在于熟练掌握逻辑代数的公理和定理，在简化过程中，带有很大的技巧性．下面再介绍一种用卡诺图简化逻辑函数式的方法，叫图形法．

§1—3 卡诺图及其应用

一、卡诺图

所谓卡诺图，就是根据真值表，按一定规则画出来的方格图．例如两变量的逻辑函数 $F=f(A,B)$，它的真值表和对应的卡诺图为图 1-4 所示．由图示可见，卡诺图由一些方块组成，每个方块表示一个特定的变量组，所以方块个数由逻辑变量数来决定：



卡诺图　　真值表

图 1-4 两变量的真值表所对应的卡诺图